

DS-diagram の基本変形 II

上智大理工 横山和夫 (Kazuo Yokoyama)

東洋大工 山下正勝 (Masakatsu Yamashita)

短期共同研究: 多様体と Fake Surfaces, 京大数理解析研
講究録 524 (1984) において DS-diagram の基本変形の
いくつかを列挙したが, こゝではさらに G-変形と仮称する
次の基本変形: (0) $\rightarrow$ (3) を追加する (図を参照のこと).

G-変形

(0) DS-diagram 内にあらわれる一対の面 (α^+, α^-) を標
的にする.

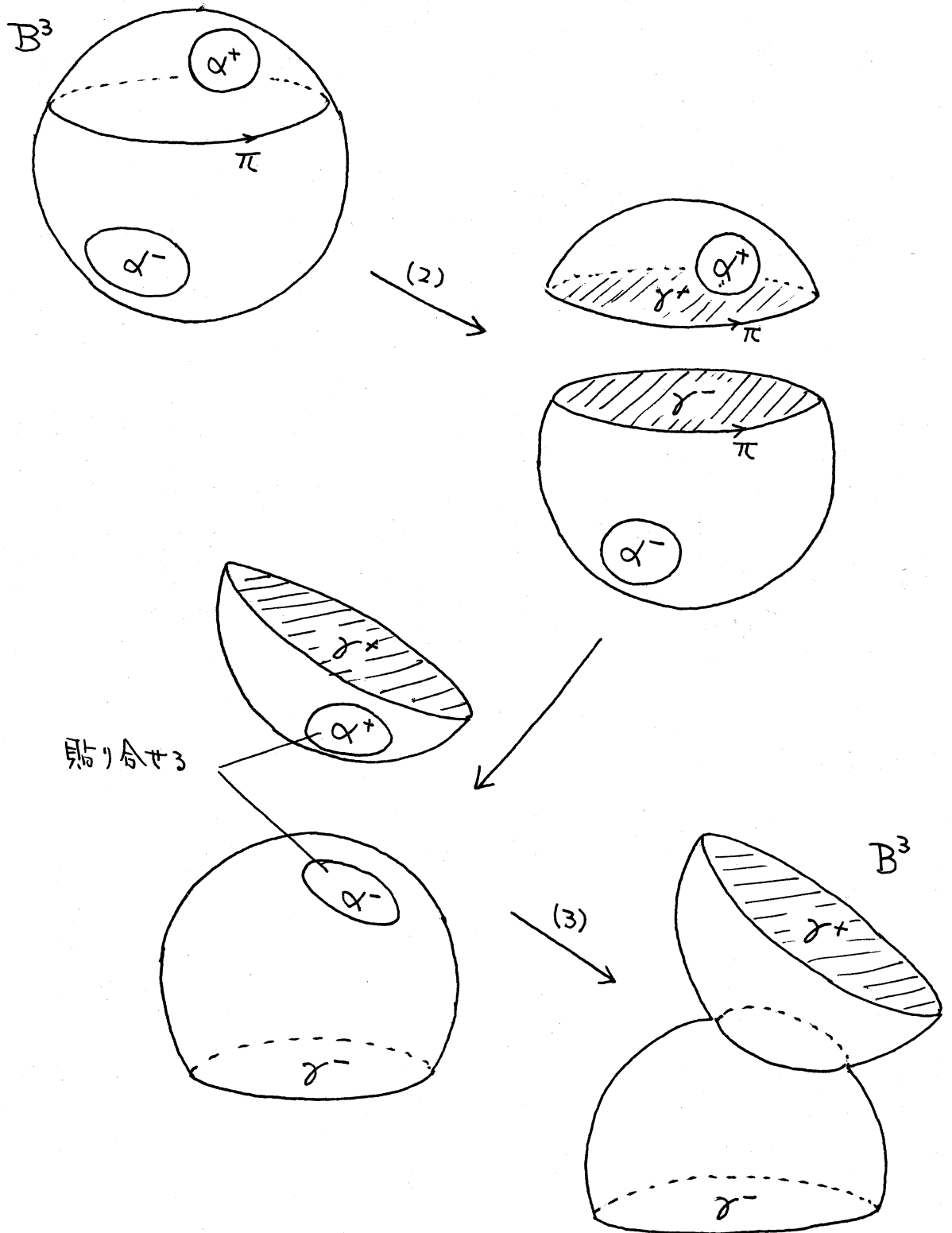
(1) α^+ と α^- を分離するような DS-graph 上の simple loop
 π を選ぶ.

(2) π を境界とする 2-disk γ で B^3 を cut する.

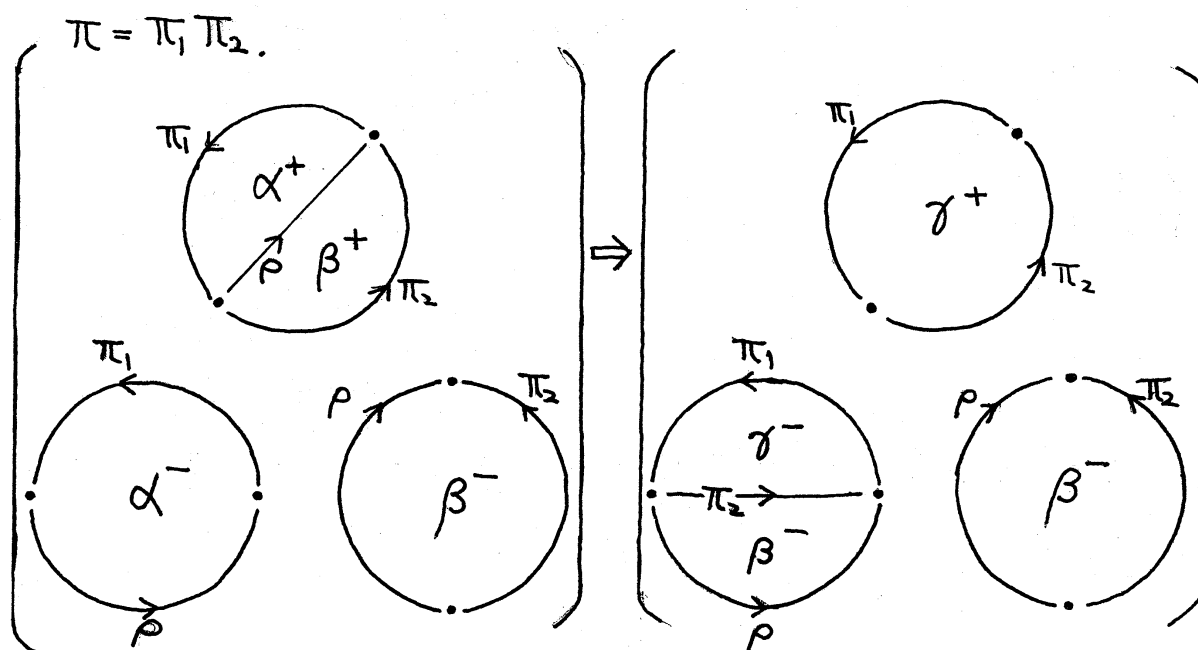
(3) 2つの 3-ball B_+^3 と B_-^3 を α^+ と α^- で貼り合わせる.

(注意) この G-変形で得られる新たな DS-diagram に
よって貼り合せの指定が再び (topological に) 一意であるため
には (2) で選ばれる π が或る種の非称性をもたないことを

要するが、これらの議論についてはまたの機会に詳述する。



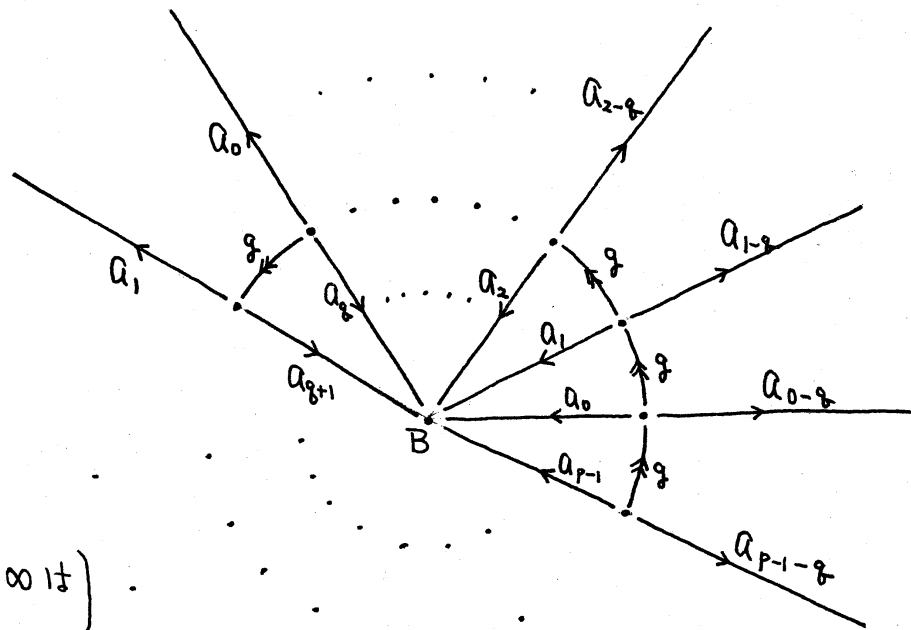
ここではとくに π が $\alpha^+ \cup \beta^+$ の境界となっている場合について考える。そのとき G -変形によって DS-diagram が変化するのには次の部分だけである：



この変形を $G(\alpha/\beta \rightarrow \gamma/\beta)$ で示すことにしよう。

冒頭で示した講究録 524 に池田裕司-井上善允両氏の手による Fake Surface から来た DS-diagram (頂点数は 2 以下) のリストがある。これらは多くの Lens spaces を含んでいる。基本変形を用いてそれらを特定することを試みる。この記事の後半で詳述するが、たとえば $(2-5) = L(3,1)$ とあるのは池田-井上のリストにある番号 (2-5) の DS-diagram が定める 3-manifold は $L(3,1)$ であることを示す。

定義.



(無限遠点 ∞ は)
頂点 B

(添え文字は
 $\text{mod } P$ で考える)

なる DS-diagram から定まる 3 次元多様体は (p, g) 型の
Lens space と呼ばれ, $L(p, g)$ で示される.

池田 - 井上の DS-diagram のリストの中で Lens space に
なるものをまとめると次のようになる

$$L(2, 1) \text{ ----- } (2-4).$$

$$L(3, 1) \text{ ----- } (2-5), (2-10).$$

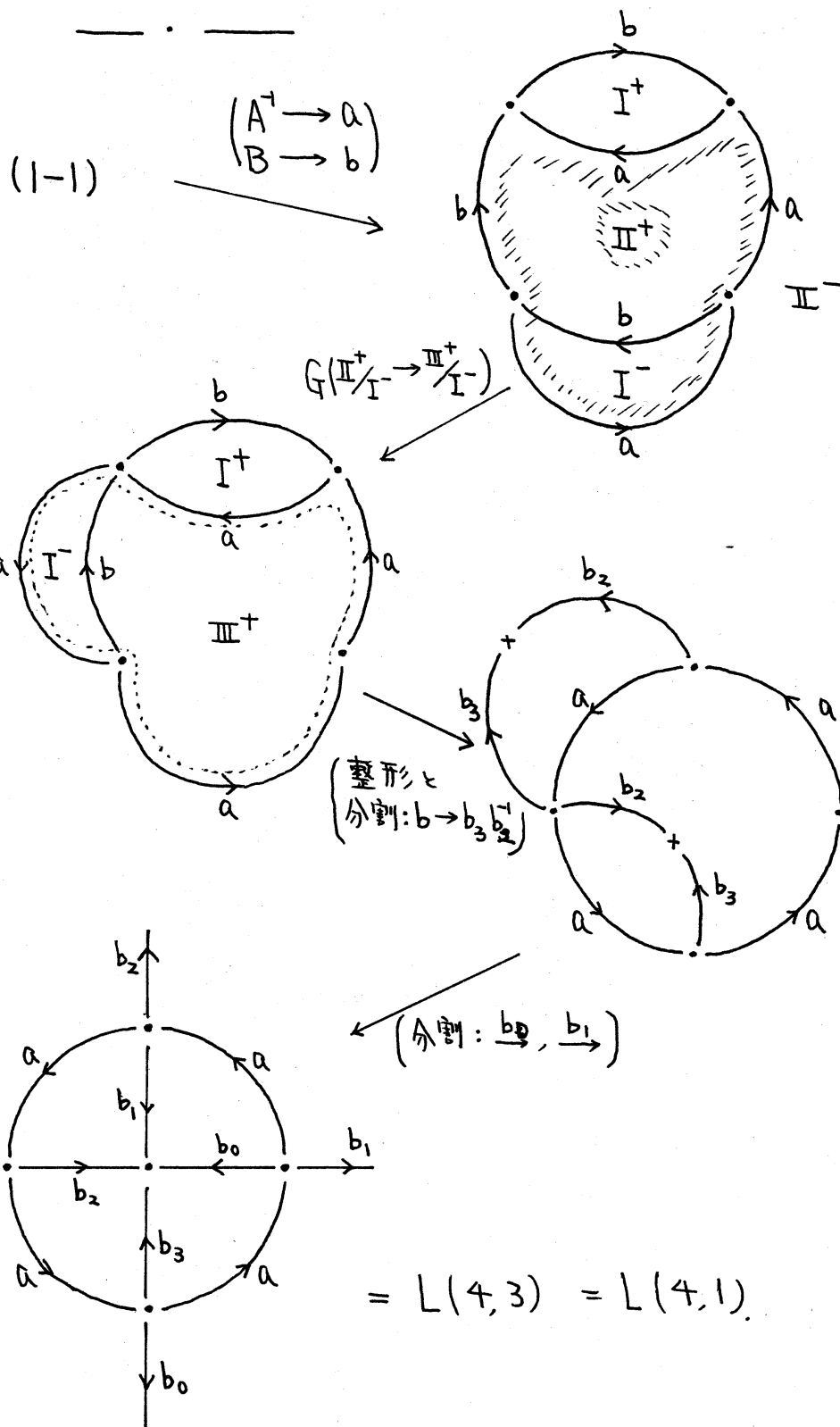
$$L(4, 1) \text{ ----- } (1-1).$$

$$L(5, 1) \text{ ----- } (2-11).$$

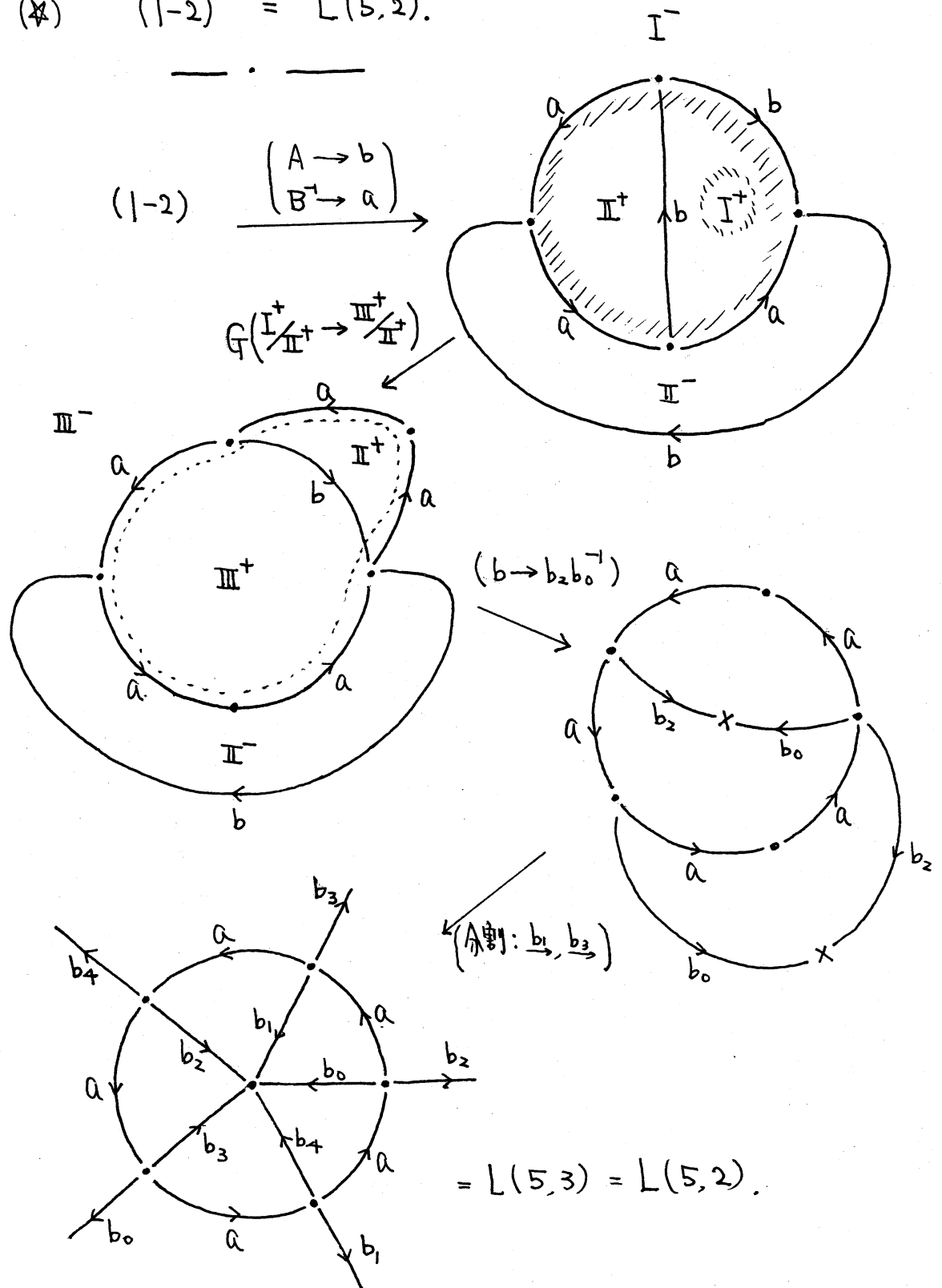
$$L(5, 2) \text{ ----- } (1-2).$$

$$L(7, 2) \text{ ----- } (2-8).$$

$$(*) \quad (1-1) = L(4,1).$$

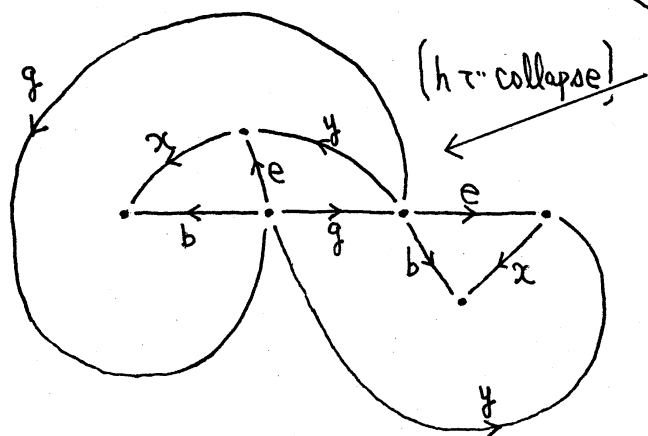
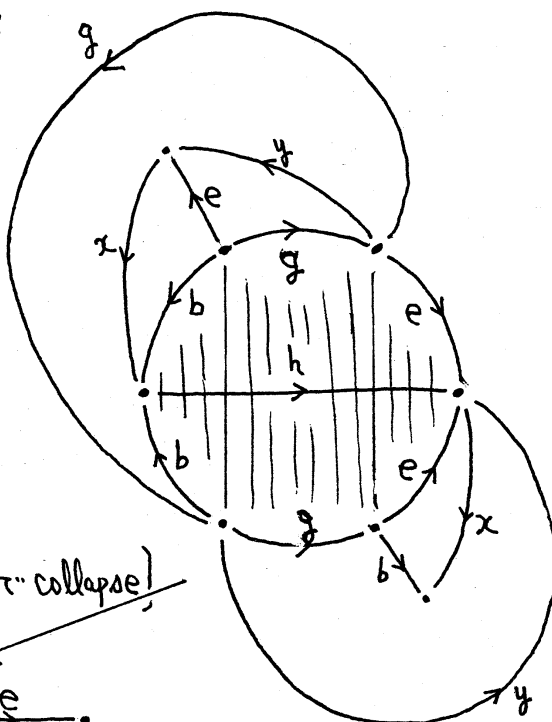
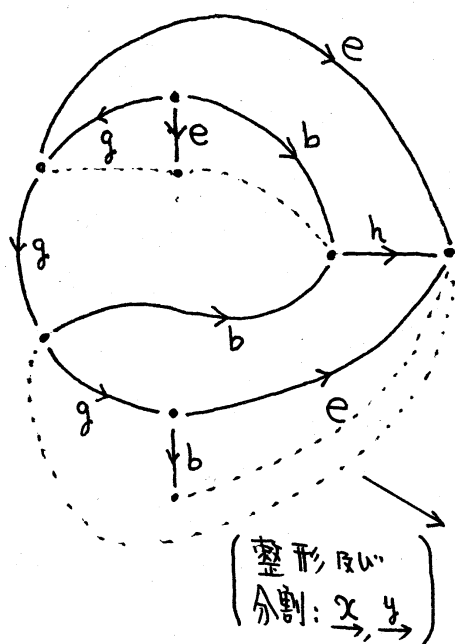
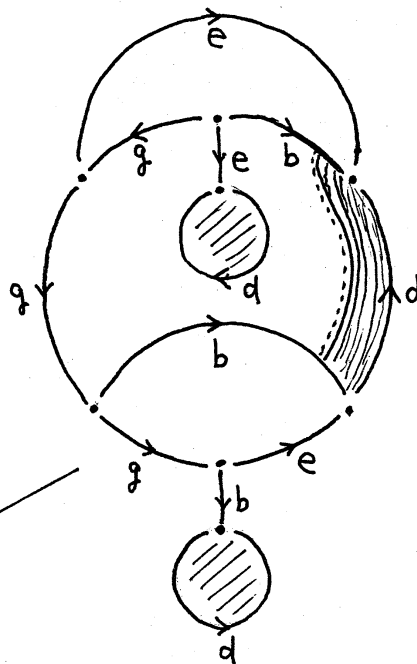


$$(*) \quad (|-2) = L(5,2).$$



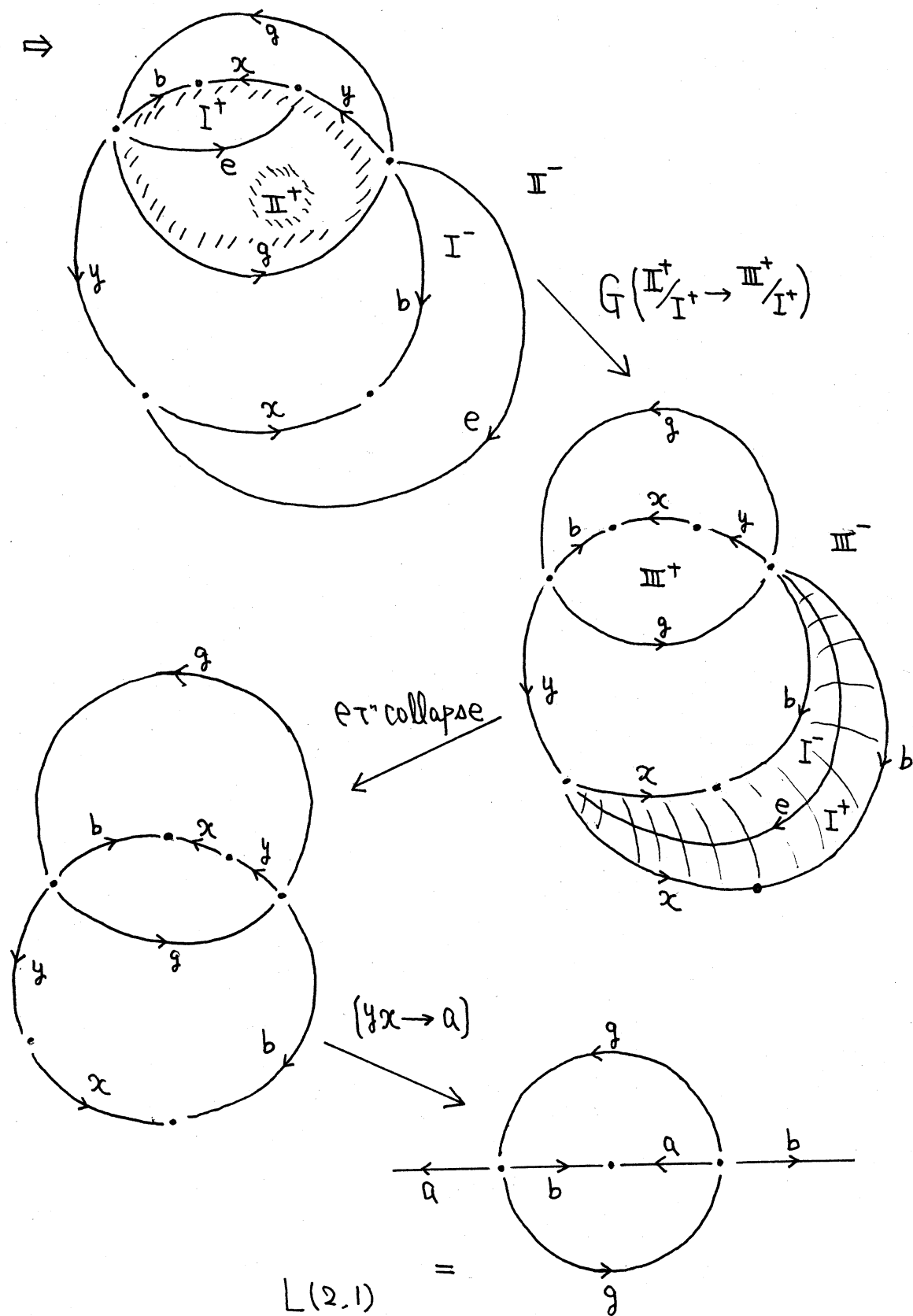
$$(*) \quad (2-4) = L(2,1).$$

$$(2-4) \xrightarrow{\quad} \left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow d \\ B \rightarrow g \\ C \rightarrow b \\ D \rightarrow e \end{array} \right\}$$



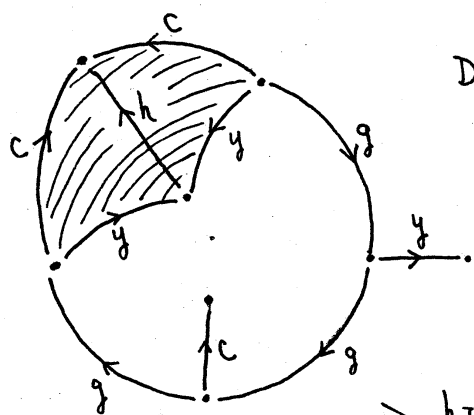
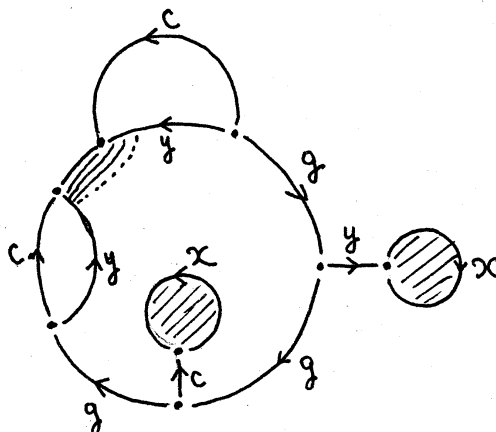
$\Rightarrow$ 次頁

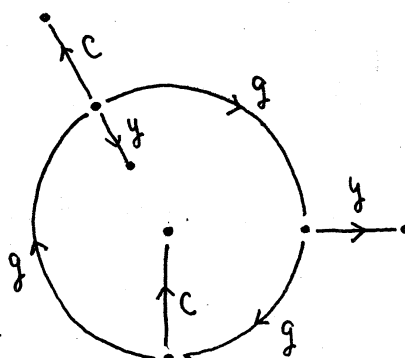
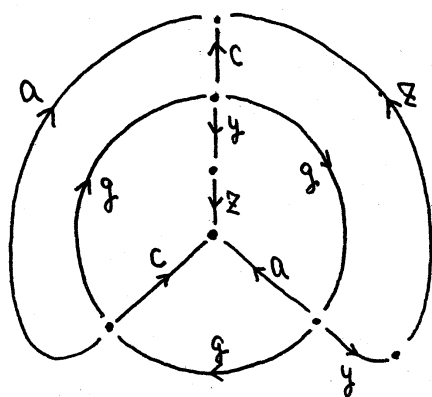
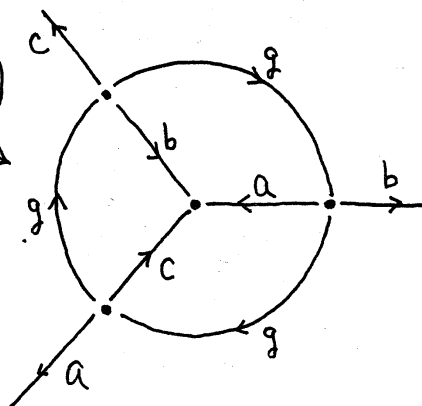
前页 $\Rightarrow$



$$(*) \quad (2-5) = L(3,1).$$

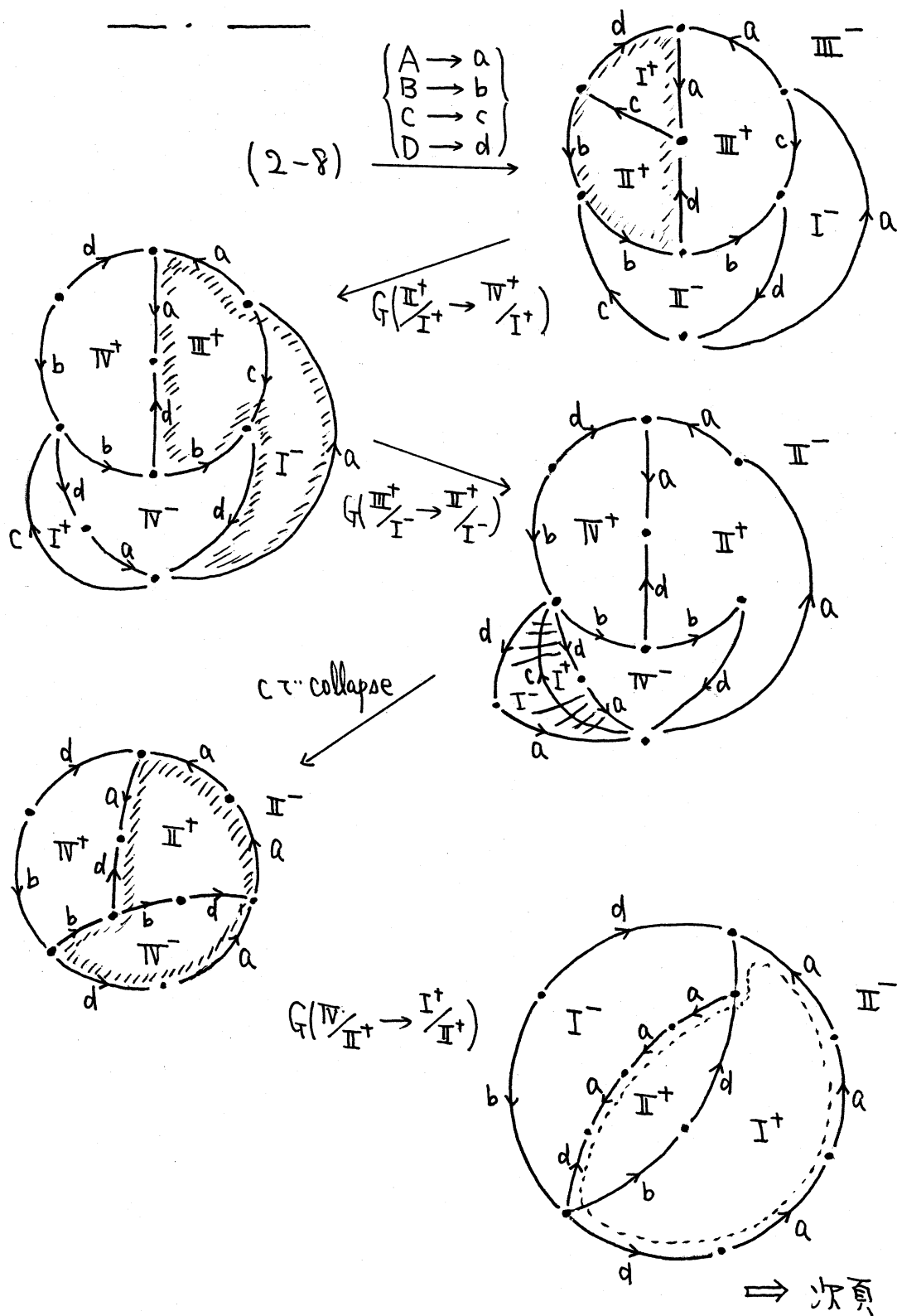
$$(2-5) \xrightarrow{\begin{cases} A \rightarrow x \\ B \rightarrow g \\ C \rightarrow y \\ D \rightarrow c \end{cases}}$$

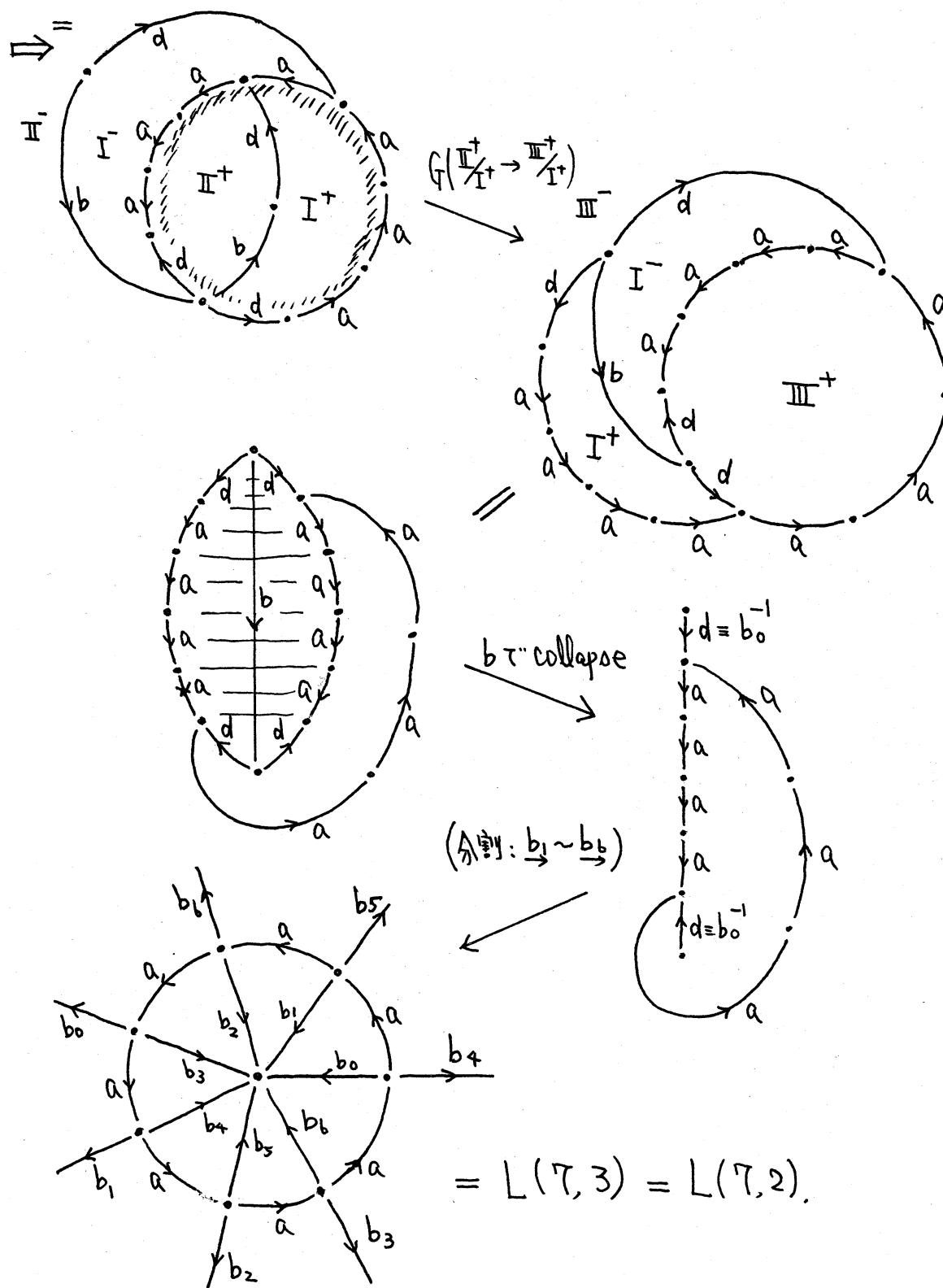

 D_1 -变形

 $h\tau$ -collapse

(分割: $\underline{a}, \underline{z}$)

 $(yz \rightarrow b)$


$$L(3,1) = L(3,2) =$$

$$(2-8) = L(7,2).$$

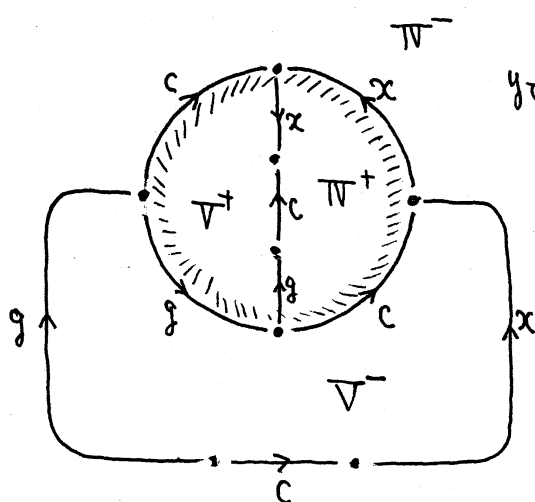
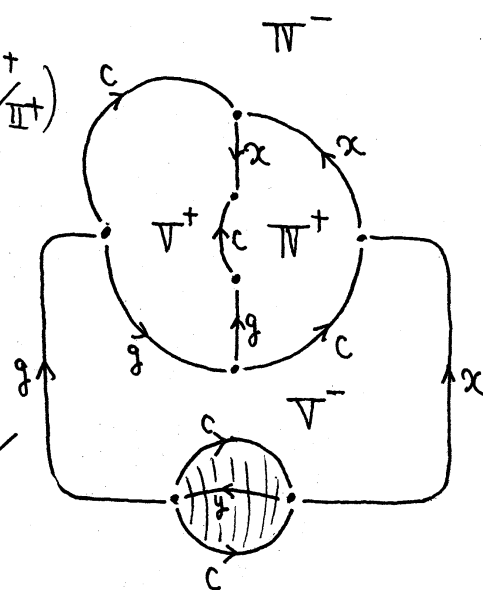
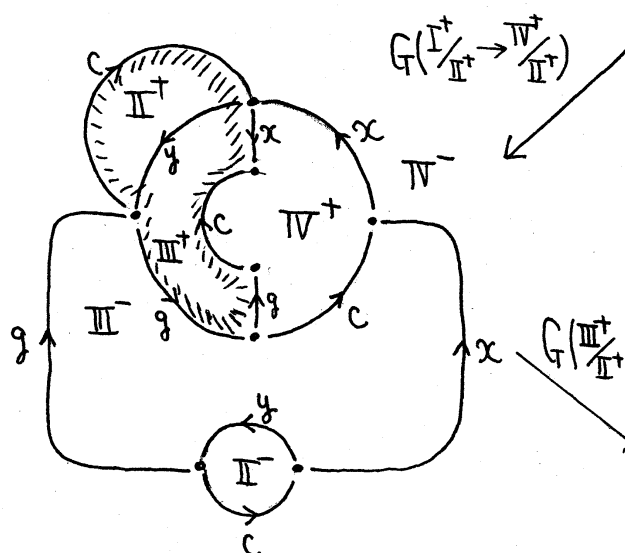
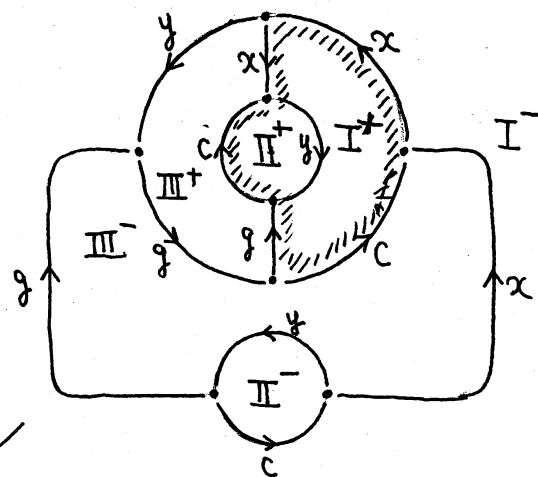




$$(*) \quad (2-10) = L(3,1).$$

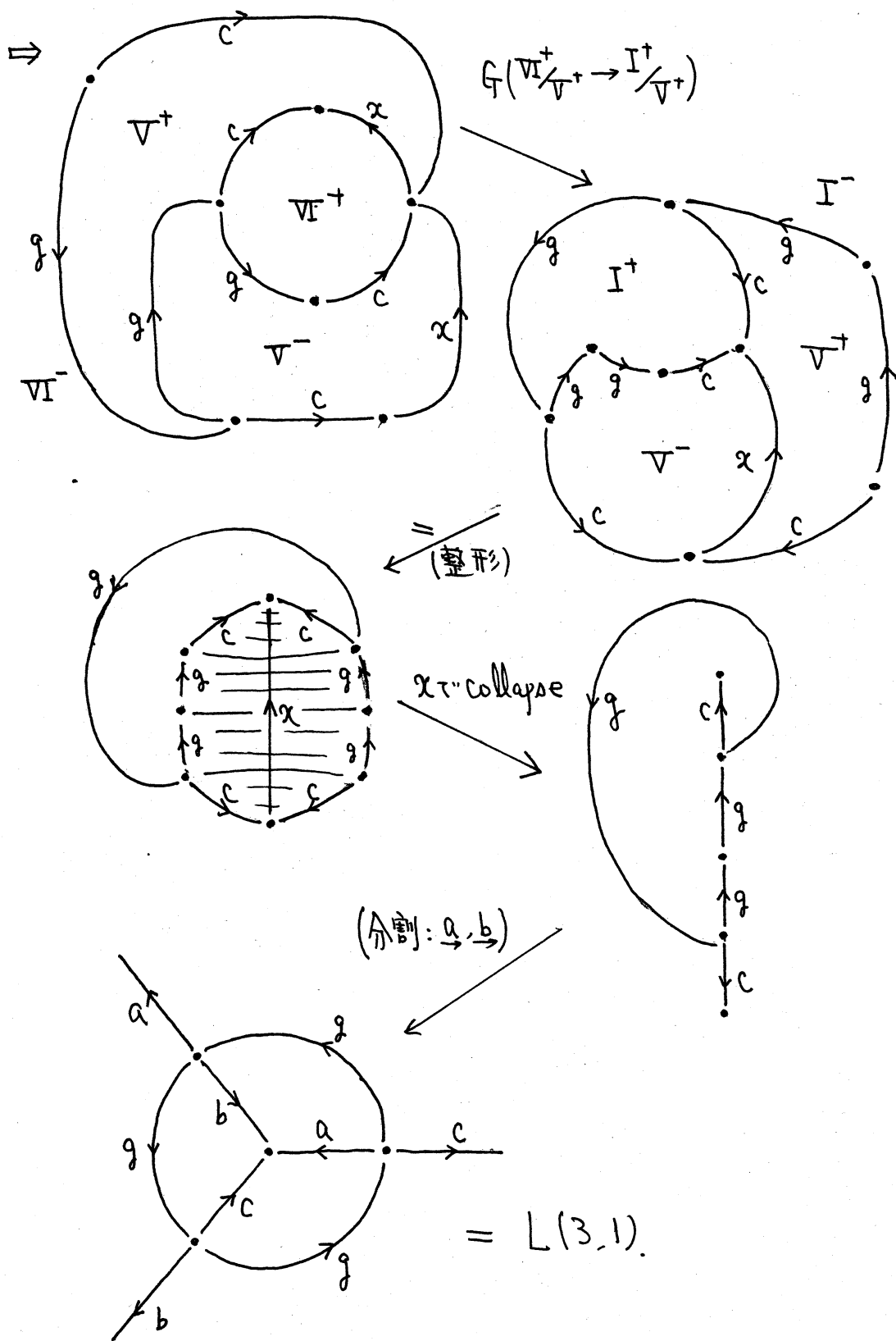
— . —

$$(2-10) \rightarrow \begin{cases} A \rightarrow g^{-1} \\ B \rightarrow x \\ C \rightarrow c \\ D \rightarrow y \end{cases}$$

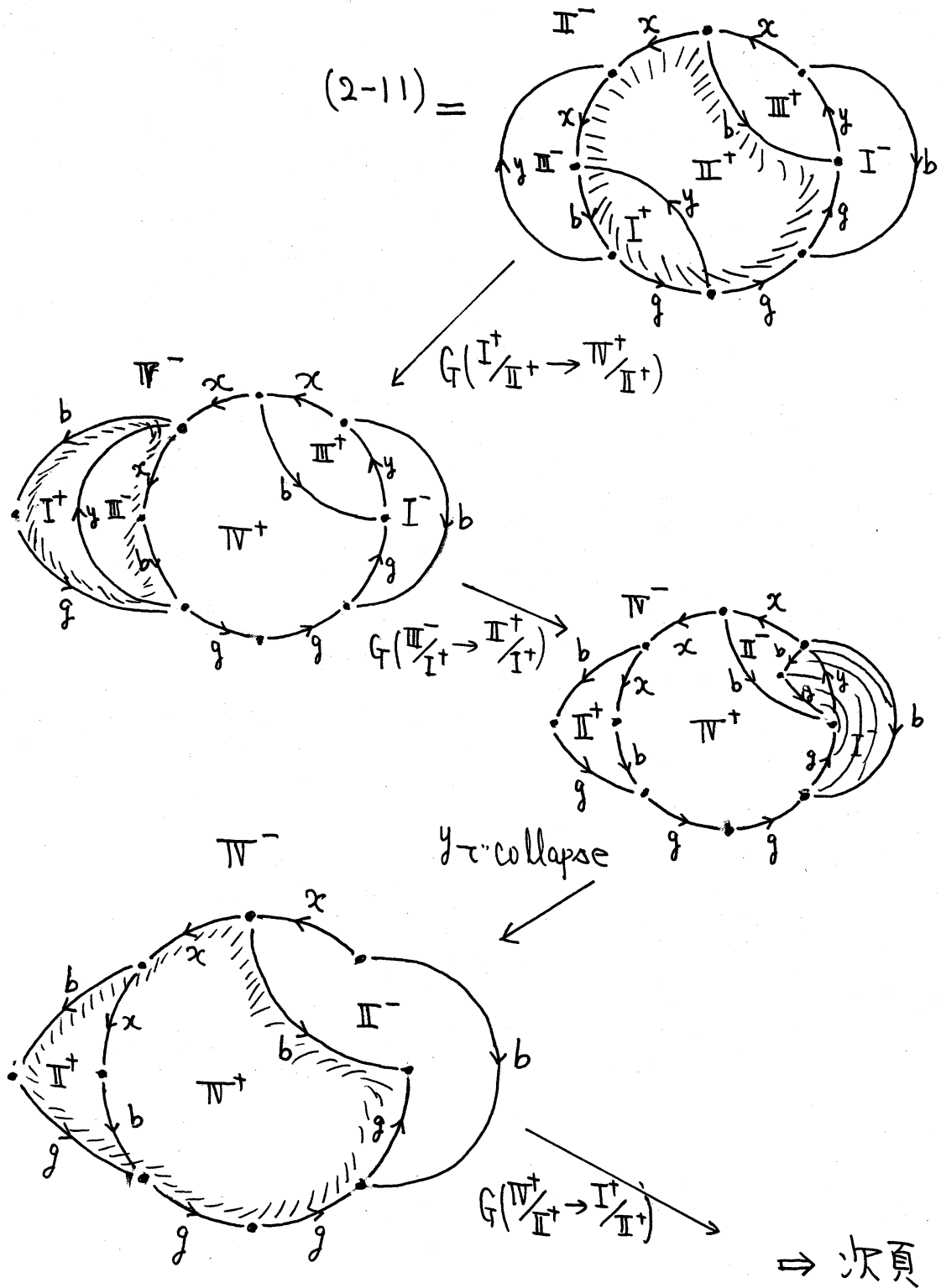


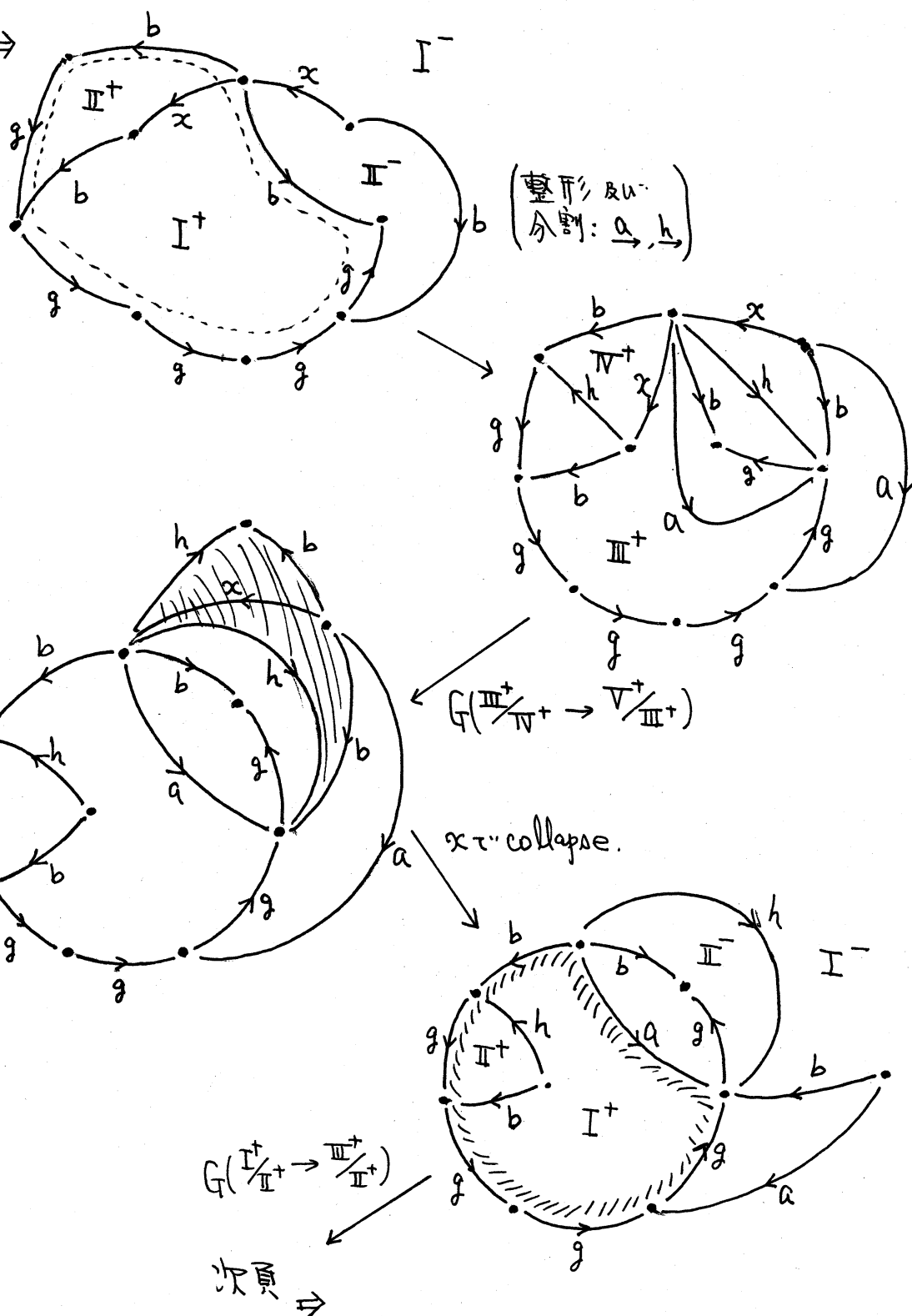
$$G(IV^+/V^+ \to VI^+/V^+)$$

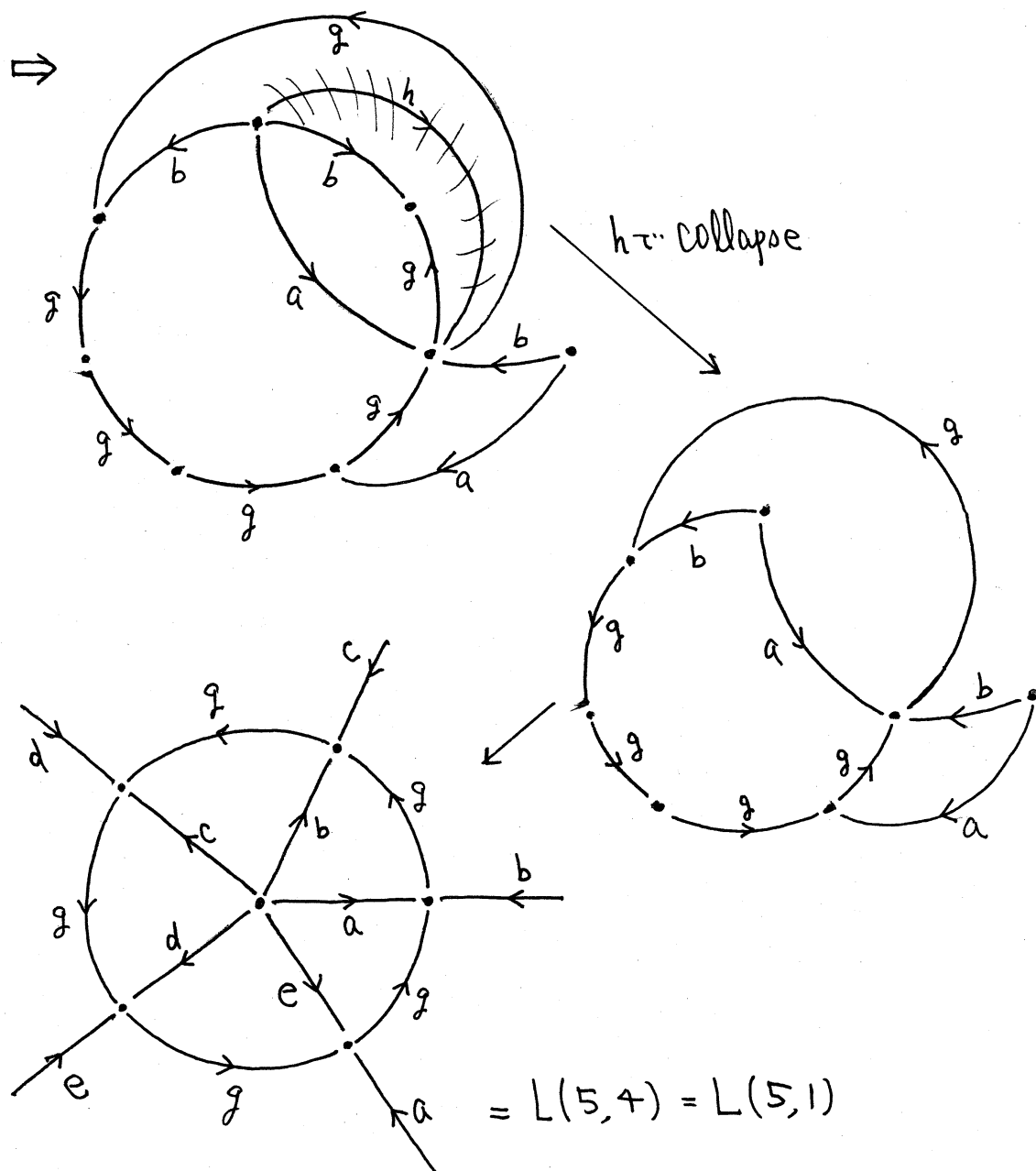
$\Rightarrow$ 次頁



$$(\star) \quad (2-11) = L(5,1).$$



前頁 $\Rightarrow$ 



(完)