

Breakdown of the Quasi-Particle Approximation in Metal : J. Robert Schrieffer の講義

和田 靖 (東大理)

この講義は BCS の理論以後 Schrieffer が最も力を注いで来た問題の一つをまとめたものである。その問題とは quasi-particle 近似が成立たないような金属をどのように扱ったらよいかということであつた。それに対して重要な手掛りを与え、やがて理論を定量的に成功させる迄にしたのは次の三つの事実である。オーに 1958 年の Migdal⁽¹⁾ による、electron-phonon 系の非常に特徴的な性質の発見があつた。それによると電子の Green 関数を計算する際に electron-phonon の vertex part は最低次だけをとれば十分だということになる。これは摂動論の巾展開には無関係な事実で、ion の質量が電子のそれに較べて非常に大きいということに原因があり、vertex part の補正項は質量比の平方根 ($\approx 10^{-2}$) 程度小さくなる。この補正を無視する範囲で Green 関数の方程式を closed form に書くことが出来るようになった。

一方この Migdal の発見した事実を超電導体にも、そのまま使おうとすると困難にぶつかる。何故なら超電導の原因は、electron phonon の vertex part を摂動展開したときに、singularity が出てくことにあるから、vertex part を最低次だけで近似する訳には行かない。この困難は Eliashberg と Nambu⁽²⁾ によつて解決された。彼等は vertex part の中の singular な部分を分離し、その部分は正確に取扱い、残りの物分に Migdal の考えを応用して、最低次の項だけをとる処方を考案したのである。このオ二段階は既に 1960 年に到達されていたのであるが、理論はかなりに複雑であり、例えば energy gap を決める方程式は計算機を使つて解かなくてはならないので、それに対する強い要請もないままに、理論は暫くの間放置された。

1962 年になつて、electron tunneling の技術が進み、tunneling 特性の精密な測定がはじまり、Pb の特性に BCS 理論からのずれが見出され

Breakdown of the Quasi-Particle Approximation

たとき、Eliashberg-Nambuの理論が再び真剣に取り上げられ、その energy gapの方程式が数値的に解かれたのである。その結果 tunneling 特性の anomaly が定量的に説明出来て、Migdal の取扱い方や Eliashberg-Nambu の方法の正しさが、実際に証明されると、そのあとは、所謂 strong coupling superconductors の熱力学的性質について、何を計算しても実験によく合うという驚くべき状態に至つたのである。

さて、Schrieffer の講義を順を追つて紹介すると、最初に quasi-particle とは何かという話をする。Landau⁽³⁾ の Fermi liquid の理論は quasi-particle の分布関数を使つて記述されているので、quasi-particle の life time がその energy に較べて非常に長いときだけに成立つ理論であることを注意する。quasi-particle の life time を与える process には二種類あつて、一つは electron-hole pair を作るものであるが、phase space の関係からして、これによる life time はかなり長い。一方 phonon を放出することによる life time は短く、Debye energy 程度の energy をもつ quasi-particle の準位の巾は energy と同じ位になる。このことから温度が Debye 温度ぐらゐのときとか、Debye energy 程度の energy をもつ quasi-particle を含む process を議論するときは Landau の理論は成立たないと考えられる。

続いてこのような系を正しく取扱うためには、Migdal の定理の説明にうつる。まず electron-phonon 系の Hamiltonian を書き、Green 関数を定義し、Dyson の方程式で self-energy part を導入し、それを vertex part を用いて表わす。そして音速と Fermi 面上の電子の速さが、質量比の平方根の程度に大きく異なることから vertex part の高次補正が無視出来ることを示し、Green 関数に対する方程式を closed form に与える。phonon の spectrum に Einstein model を仮定すると、この方程式はすぐ解ける。この場合、Green 関数を spectral representation したときの spectral weight function は Engelsberg-Schrieffer⁽⁴⁾ によつて求められたがその結果を図示し、excitation energy が Debye energy 程度になると

spectral weight function を Lorentz 型にとる quasi-particle の近似がいかに悪いかを示した。

このように quasi-particle 近似がよくないということになると、系の色色な熱力学的な量とか、輸送現象に関係した量がどのような変化をうけるだろうかというのは、当然起る疑問である。この講義では、立入った議論をしてはいないけれども、その結論だけをまとめると次のようになる。強い electron-phonon interaction に影響をうけないものは、電子の tunneling の特性はじめ static な輸送係数、電子及び熱伝導度、spin の diffusivity , 更に spin-lattice relaxation time, anomalous skin effect, de Haas-van Alphen 効果、spin susceptibility 等である。一方 cyclotron resonance frequency, 比熱は影響を受ける。

さて講義の後半は、専ら強結合超伝導体について話された。話は一応絶対零度に限定される。Green 関数を Nambu 流にスピンについての行列の形で書く方法が説明され、それに対応する self-energy part が導入され、その表式の中で Migdal の近似が用いられる。self-energy part の行列を対角成分と、非対角成分に分けると、前者は前に normal metal の場合に議論した self-energy part の補正に対応した項を与え、後者は energy gap に対する方程式を与える。ここで Migdal 近似と同じ近似の範囲内で、二つの関係式は一変数についての積分方程式の形に書き直せる点が大切である。残された問題は電子間の Coulomb 相互作用をどう扱うかと云うことであるが、現在のように、せいぜい Debye energy ぐらいまでの小さな energy 領域だけを議論している限り、Coulomb 相互作用は energy independent な寄与しか与えない。そこで Coulomb 相互作用は、constant な pseudopotential で表わされるとし、その代り energy transfer を Debye energy の 10 倍ぐらいの所で cut する。pseudopotential の大きさは cut off の大きさと見合せて決められるが、前述の程度の cut に対しては screened Coulomb 相互作用の $1/3$ 程度と評価されている。

このようにして導かれた新しい energy gap の方程式は、Schrieffer, Scalapino, Wilkins⁽⁵⁾ によつて最初に Pb に対して解かれた。パラメータ

Breakdown of the Quasi-Particle Approximation

一は三つあつて、一つは phonon の状態密度、もう一つは effective な electron-phonon coupling の強さ、最後に Coulomb pseudopotential である。phonon の状態密度は縦横二種の波に対応して二つの Lorentz 型分布の和で与えられるとし、その位置と巾は中性子非弾性散乱実験や、電子の tunneling の実験に合わせるように選んだ。Coulomb pseudopotential は Morel-Anderson⁽⁶⁾ の評価した値を用い、effective な coupling の強さは、energy gap の実測値を与えるように定めた。数値的に求められた energy gap の著しい特徴の一つは、その烈しい energy 依存性であり、又励起の damping に伴う、imaginary part の存在である。

以上の計算結果は、先ず電子の tunneling の異常特性の説明に応用され、実験をよく reproduce したことは、驚くべきものがあつた。その後 McMillan-Rowell⁽⁷⁾ によつて、逆に異常特性から phonon の状態密度や、effective な coupling の強さを求める試みがなされ、金属の具体的な量を知る新しい可能性が開かれている。又、強結合の理論は、tunneling 特性以外にも BCS 理論で説明出来なかつた、強結合超伝導体の性質をいくつか説明するのに成功した。

講義は最後に次のようにまとめられて終つている。強く結合した electron phonon の系を正確に取扱うことは可能である。そのときの最大の困難は相互作用の行列要素、電子の band 構造、phonon のスペクトルなどがはつきり判つていないことであるが、実験と理論を詳しく見較べることによつて、これらの知識をひき出すことが、近い将来に可能になるかも知れない。

さてここで、夏の学校でこの講義を聴講したときの筆者の印象を記さなくてはならないが、たまたま筆者はこの仕事が Penn. でなされたときに、其処に居合せたので、客観的にこの仕事を評価する自信はない。ただ次の事は云えると思う。この仕事は超伝導研究の一つの面をはつきりと示していることである。常に物性論の基本的問題との関係を考え、超伝導研究をむしろ手段として、物質の本性を調べて行こうという行き方である。年と共に超伝導研究も多種多様になつて来たけれども、このような行き方も、大きな努力を払う価値のある行

き方だと信じている。

文 献

- 1 A. B. Migdal, Soviet Physics J. E. T. P. 1 996 (1958) .
- 2 G. M. Eliashberg, Soviet Physics J. E. T. P. 7, 505 (1960) .
Y. Nambu, Phys. Rev. 117, 648 (1960) .
- 3 L. D. Landau, J. Exptl. Theoret. Phys. (USSR) 30, 1058
(1956) .
- 4 S. Engelberg and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. 131, 993
(1963) .
- 5 J. R. Schrieffer, D. J. Scalapino and J. W. Wilkins, Phys.
Rev. Letters 10, 336 (1963) .
- 6 P. Morel and P. W. Anderson, Phys. Rev. 125, 1263 (1962) .
- 7 W. L. McMillan and J. M. Rowell, Phys. Rev. Letters 14,
108 (1965) .