

(続紙 1)

京都大学	博士（経済学）	氏名	Rusudan Kevkhishvili
論文題目	A study of approximations and transformations of Markov processes and their applications to credit risk analysis （マルコフ過程の近似および変換の研究とクレジットリスク分析への応用）		
（論文内容の要旨） 本論文は、マルコフ過程の近似（第2章、第3章）及び変換（第4章、第5章）を研究するとともに、その成果をクレジットリスク分析（第2～4章）と派生証券価格付け（第5章）へ応用したものである。 第1章は、本研究の意義、目的の説明と主な成果の要約である。加えて研究方法、特にクレジットリスク分析において利用したオプション理論に基礎を置く「構造型アプローチ」について概説している。 第2章では、観察不可能な企業総資産の市場価値を表す新しいモデルを構築した。本資産モデルは、計算負荷を小さく保ちつつ、実務上よく使われている幾何ブラウン運動(GBM)による資産モデルを改善したものである。具体的には、企業に対する負のショックの影響を捉えるために、任意の業界に属する全ての企業に共通であるショットノイズ（ショック）過程を資産モデルに導入した。この際、ショットノイズの平均回帰型マルコフ過程による近似を用いて、実務上使いやすい形でモデルパラメータの推定法を導出した。銀行業界を使った実証分析では、本モデルがGBMモデルより早くデフォルト相関の増加を検出し、早い段階でクレジットリスクに関するシグナルを出すことを示した。 第3章ではCDSスプレッドに関連する新しい指標（EMS）を作成し、市場で値付けされているCDSスプレッドとEMSの関係を分析した。EMSの算出にあたっては、第2章で構築した新しい資産モデルを利用した。金融危機時における工業用マテリアル業界の3社を分析した結果、EMSはCDSスプレッドより早く変動し、将来のCDSスプレッドの動きに対して高い説明力を持つことを説明した。 第4章では、時間に伴い変化する企業のレバレッジ過程（資産過程の負債に対する比率）の債務超過リスクの高い領域と、そうでない領域の境界点αの通過時刻を研究した。具体的には、債務超過になる前に、レバレッジ過程が任意の境界点αを最後に通過する時刻と、本境界点の最終通過時刻から債務超過になるまでの残存時間の分布を求めた。そのために、一般的な連続マルコフ過程について任意の一点αの最終通過時刻の分布を求める手法を提示し、この時刻から消滅までの残存期間の分布を導出した。さらに債務超過リスクが高い領域と、そうでない領域の境界点を、経営の効率性とリスク管理という2つの観点から見た最適な水準として与える最適化問題を考案した。上述の分析によって得られる情報がリスク管理上有益であることがデータ分析より明らかになった。 第5章では、レジームスイッチする連続な2次元のマルコフ過程に関する最適停			

止問題の一般的な確率的解法を与えた。レジームスイッチする状態変数に関する最適停止問題を解く方法として、先行研究では、数値計算法による近似、あるいは特殊な問題にのみ適用可能な代数法だけが提案されている。それに対して著者は、一般的な設定で価値関数と最適停止戦略を明示的に求める方法を考案した。具体的な方法は、状態変数がスイッチする一般的な最適停止問題を、スイッチしない連続マルコフ過程の最適停止問題のペアに変換し、スイッチのない問題を幾何学的解法に基づいて解くものである。この方法により、容易に最適停止政策（＝問題の解）を決定することができることを示した。本章の最後で、数値計算法と代数法では解くことが困難と考えられるレジームスイッチするモデルにおけるキャップ付コールオプションの最適停止戦略を求めることにより、提示された方法の有益性を示した。

(論文審査の結果の要旨)

本論文の目的は、マルコフ過程の近似や変換を行うことによりクレジットリスクの分析やオプション価格の導出を高度化することである。

第1章での導入のあと、第2章においてショットノイズ過程を利用することにより、業界内の複数企業間の相関を、資産価値を表すモデルに取り込んで、複数企業の同時倒産確率の計算を行った。加えてそのモデルのパラメータ推計の方法を確立した。2008年金融危機が大規模なものになった一つの要因は、クレジット関連の金融資産の相関が、従来のモデルで予測されていた値を大きく上回ったことである。この点を踏まえれば、複数企業のクレジットが同時に悪化する状況をタイムリーに捉えるモデルを提供することは社会的意義も大きい。モデルの工夫により、分析対象の企業数が増えても計算負担が増加しないこと、株式市場に含まれている当該業界へのマイナス要因を取り込んでいるため先見性を持つことなどの利点を得た。モデル構築における理論的背景が十分に説明されている点も論文の質を高めている。続く第3章はこの研究の検証・拡張というべき課題を取り扱っている。具体的には、第2章のモデルを使って、市場で取引されているクレジット関連の金融資産であるCDS(クレジットデフォルトスワップ)のスプレッドを推計した。この章で示されたモデルのフィットや先見性は、第2章の結果を補強しており、高い実用性の一つの証左となっている。

第4章は連続マルコフ過程の変換と時間反転という技術を用いて、任意のある点の最終通過時刻の分布と(当該過程の)任意のある点の最終通過時刻から消滅時刻までの時間の分布を明示的に求め、これらの分布をクレジットリスク分析に応用したものである。理論的な結果は一般的なものであること、また実務上有益な応用を行った点は高く評価できる。

第5章ではオプション価値の評価に有益な最適停止問題をレジームスイッチする経済環境下で一般解を求めているが、解の導出は独創的な方法による。レジームスイッチするマルコフ過程に関する問題を(スイッチしない)連続マルコフ過程のペアに関する問題に書き直すことは、数学的には高い技術を要する。またレジームスイッチモデルは広く使われているモデルであるため、一般的な問題に対応できる方法を提示したことは本研究の有用性を高めている。

以上のように、本論文は高い理論的価値、実証的価値を持つ研究であるが、問題が皆無であるというわけではない。例えば、第2章のモデルが既存のモデルに対して持っていると言われる計算負荷における優位性を詳しく示していない点が挙げられる。また第3章のモデルは、既存のモデルに比して現実のデータに対するフィットが優れていることを示しているが、パラメータを増やしていることから信頼区間が拡張されている可能性を考慮すべきである。

しかし以上の諸問題は、著者が今後の研究において取り組むべき課題であり、本論文の価値をいささかも損なうものではない。よって本論文は博士(経済学)の学位論文として十分価値あるものと認定する。また平成31年1月23日に論文内容とそれに関連した口頭試問を行った結果合格と認めた。