

氏 名	渡 邊 治 わた なべ おさむ
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	論 理 博 第 559 号
学位授与の日付	昭 和 52 年 1 月 24 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	Theory of meromorphic differentials with infinitely many poles on open Riemann surfaces (無限個の極をもつ、開リーマン面上の有理型微分の理論)

論文調査委員 (主 査) 教 授 楠 幸 男 教 授 溝 畑 茂 教 授 池 部 晃 生

論 文 内 容 の 要 旨

閉 Riemann 面の理論 (古典代数函数論) において中心的な役割を果たす定理として、Riemann-Roch の定理及び Abel の定理がある。申請論文はこれらの定理を、境界をもった開 Riemann 面の場合に拡張するという問題を取扱っている。この問題において特に因子が有限、すなわち面上に予め与える零点と極が有限個の場合については最近の20年間に内外の学者によって古典的結果を含む定式化が研究された。ところで開 Riemann 面の場合、有理型函数は一般に無限個の零点や極をもちうるので当然、因子が無限の場合が問題となる。これに関してはこれ迄殆んどみるべき結果がなかったが、近年斉之内及び柴が独立に非常に異った観点からその定式化を試みた。申請者はこれらの研究の本質を調べ更に一般的な考察から出発することによって、その両氏の結果を完全に統一する一つの理論を本論文において展開した。

この研究ではまず対象とする有理型函数及びその微分に対して、極及び零点の分布と、境界における挙動に適切な制限が必要である。これを述べるために、 W を与えられた開 Riemann 面とし $g(\leq \infty)$ をその種数とする。 $\{W_n\}_{n=1}^{\infty}$ を W の標準近似列、 $\{A_j, B_j\}_{j=1}^g$ を $\{W_n\}$ に関する W 上の相対標準ホモロジー基底とする。各領域 W_n のすべての境界成分のまわりに互いに共通部分をもたない2重連結領域 D_{ni} をとり、その調和率を ν_{ni} とする。このとき考察する W 上の有理型微分 φ は、 W の境界近傍 U において

$$\varphi = \tau + \sigma + \lambda$$

と表わされるものであり、ここに τ は有理型微分で次の条件をみたすものである：

$$N(\varphi) = 2\pi \sup_n (\|\tau\|_{D_n} / \min \nu_{ni}) + \sum_n \|\tau\|_{D_n} < \infty,$$

ただし、 $\|\tau\|_{D_n}$ は $D_n = \bigcup_i D_{ni}$ 上の τ の Dirichlet ノルムであり、 $\sup_n \sum_i$ は $D_n \subset U$ なるすべての n に関するものを示す。 σ は U 上の正則微分でかつ U に含まれるすべてのサイクル A_j, B_j に沿う周期について一つの条件をみたすものであり、 λ は A_0 挙動をもつ微分すなわち、Dirichlet ノルム有限でかつ内積と周期について若干の性質をみたす。条件 $N(\varphi) < \infty$ より φ の極は境界の近くで D_n の外部になければならない。

Riemann-Roch 型定理の証明において本質的に使われているのは、申請者が確立した次のような分解定

理である： $\varphi=\tau+\sigma+\lambda$ を上記の微分とすると、 W 全体で定義された有理型微分 $H=H(\varphi)$ と正則微分 $T=T(\varphi)$ が存在して $\varphi=H+T$ と分解され、 $H-\tau$ 及び $T-\sigma$ は共に A_0 動拳をもち、かつ T は W 上で σ のような周期条件をみたすようにできる。

以上の準備のもとに、 W 上の無限因子 $\delta(\subset W - \bigcup_{n=1}^{\infty} D_n)$ に対して $-\delta$ の倍元である有理型函数のなす空間と、 $H(\varphi)$ が δ の倍元である有理型微分 φ からなる空間の夫々ある定まった部分空間に対して Riemann-Roch 型の定理を定式化している。そしてその特別の場合として現在迄に知られているこの種の結果をすべて導くことができることを示している。

また本論文では、以上のような有理型微分及びその諸性質を利用して無限因子に対する Abel 型の一般的な定理を与えている。

参考論文は、上記の理論を、ある種の計量的条件によって境界の大きさが制限された Riemann 面の場合に試みたものをはじめ、Riemann 面上の Plemelj 公式による境界値問題と特異積分方程式の研究、閉 Riemann 面上の有理型接続による Picard 多様体への写像の構造を調べたもの等がある。

論文審査の結果の要旨

古典的な Riemann-Roch の定理及び Abel の定理を一般的な開 Riemann 面上に拡張するという研究は、楠、Ahlfors によって初めて古典的結果を含む形の定式化が与えられて以来（1959～）その理論の整備拡張が盛んに行われ、また等角写像への新しい応用もみるようになった。ところでこれらは主として有限因子の場合であって、無限因子の場合は更に複雑困難さのため殆んど手がつけられていなかった。1974年、齊之内は境界が比較的小さい面上で無限因子に対する定式化を試み、また一方、柴は特異点をすべて理想境界の中に入れて考えるという発想から無限因子を許容する定式化を与えた。

この両者の結果は表現が全く異なるのみならず、内容的にも一方が他方を含むものではない。申請者はこれを統一することを考え、本論文において更に一般的な立場から多くの準備の上、一般的な開 Riemann 面上の無限因子に対する Riemann-Roch 型の定理を函数と微分の空間の間の双対定理の形で与えた。これは齊之内、柴の結果を完全に統一するものであり、これ迄の結果もすべて含んでいるすぐれた結果である。とくに、論文内容の要旨で述べた有理型微分の分解定理は独創的であり、統一理論をつくる鍵の役割を果たしている。また有限因子に対して成立する定式化が無限因子に対しても成立するための条件を、ある一次元コホモロジーの消滅という形で与えているのも注目される。

本論文ではさらに、上記の理論で考察した有理型微分を用いて Abel 型の一般的な定理を与えている。これも従来の結果を含むものであり同様に高く評価される。

なお以上の結果をうるためには複雑な計算と諸概念を必要とするが申請者は、函数論のみならず函数解析やホモロジー代数等の手法を駆使して巧妙に処理しており、結果とともにその方法においても興味あるものがある。

参考論文は、本論文の先駆的な仕事のほか、Riemann 面に関する重要な諸問題を研究したものであり、この方面の研究に与えた寄与は少くない。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。