

界面張力勾配により駆動される液滴の運動

千葉大学 大学院理学研究科, JST さきがけ 北畑 裕之¹

京都大学 福井謙一記念センター 義永 那津人

お茶の水女子大学 お茶大・アカデミックプロダクション 永井 健

東京大学 大学院工学系研究科 住野 豊

生物など非平衡系におけるパターン形成について、反応拡散系の枠組みを用いた多くの議論がなされてきた。このようなパターンは様々な系にみられることが知られており、たとえば細胞の中でもそのようなパターン形成が起こることが知られている。近年、アクチンの重合反応が細胞内で局所的に起こり、その時間変化が反応拡散系で表されるような系が報告された [1]。アクチンは細胞運動と深い関係があるタンパク質であり、生体内で実際に運動とそのようなパターンが結合していることが示唆される。

一方、非平衡系において自発的な運動が見られる系も多く知られており、生物系、無生物系にわたって盛んに研究されている。そのような研究は、もともと系に非対称性が内在されているような系と、系が自発的に対称性を破り自発的に運動する系に大別される。しかしながら、どちらの場合についても反応拡散系で表されるようなパターン形成と自発運動とを結び付けて議論された例はなく、系の内部での時空間パターン形成と自発運動とを結合するようなモデル系の構築は、生物の運動を理解する上でも重要であると思われる。

そこでわれわれは、反応拡散系で記述でき、自発的な時空間パターン形成が起こることによって有名な Belousov-Zhabotinsky (BZ) 反応溶液の液滴を油の中に沈めるという実験系を構築した。すると、液滴中でのパターン形成に伴って自発的に運動することを見出した (図 (a),(b)) [2]。

このような実験系に対して、われわれは流体力学を用いてより一般的に考察した。内部での化学反応により化学物質の濃度が時間的に変化したり空間的な勾配を生み出したりする液滴が、別の液体の内部に存在し、完全な球形 (半径 R) を保っているとする。液滴内とその周りの媒質は非圧縮性の流体であるとし、液滴内部のパターンがその表面張力を変化させて液滴を動かす時を考える。このような設定で、液滴内部のパターンの変化は十分にゆっくりであり、流速場の緩和が速く、流れの速度も十分に遅いとする、Stokes 方程式

$$\eta \nabla^2 \mathbf{v} - \nabla p = 0, \quad (1)$$

と非圧縮条件

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (2)$$

により流れ場を記述することができる。ただし、 $\mathbf{v}$ は流速、 ρ は密度、 η は粘性係数、 p は圧力である。また、液滴内部の反応に関しては反応拡散移流方程式

¹E-mail: kitahata@physics.s.chiba-u.ac.jp

$$\frac{\partial \mathbf{c}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{c} = \mathbf{F}(\mathbf{c}) + D \nabla^2 \mathbf{c}, \quad (3)$$

で記述する．ただし， $\mathbf{c}$ は液滴内部の反応に関係する化学物質の濃度を成分とするベクトル， $\mathbf{F}(\mathbf{c})$ は質量作用の法則に基づく局所的な化学反応を表す項， D は拡散係数である．

化学物質の濃度と流体場の結合としては，化学反応の影響により界面張力の不均一性が生まれるとする．すなわち， $\mathbf{c}$ の関数として界面張力 γ を定義する．このとき，界面張力は界面での接線方向のストレスバランスの式

$$\sigma_{r\theta}^{(i)} \Big|_{r=R} = \sigma_{r\theta}^{(o)} \Big|_{r=R} + \frac{1}{R} \frac{\partial \gamma}{\partial \theta}, \quad (4)$$

を通して流れ場に影響する．ただし， σ はストレステンソルであり， (i) ， (o) はそれぞれ，液滴内部，外部の流体を表す．

今，濃度場が軸対称であると仮定すると，界面張力は θ のみの関数である．このとき，液滴が実験室系で見て速度 $\mathbf{u}(= u\mathbf{e}_z)$ で運動しているとする．液滴が止まっている座標系では流速の境界条件が無窮遠で $-\mathbf{u}(= -u\mathbf{e}_z)$ である．すなわち，半径が R の球の界面で法線方向の流速が 0，接線方向の流速が液滴内外で一致，無窮遠での流速が $-u\mathbf{e}_z$ ，かつ，界面で式 (4) を満たすような Stokes 方程式の解を求めればよいことになる．これと液滴にかかる力の和が 0 になる条件 (force-free condition) を用いると，液滴の運動速度および内外の流速場を解析的に求めることができ，液滴の運動速度 u は

$$u = -\frac{2}{9\eta^{(i)} + 6\eta^{(o)}} \Gamma_1, \quad (5)$$

となる [2,3]．ここで， Γ_n は $\gamma(\theta)$ をルジャンドル多項式で展開したときの係数，すなわち，

$$\gamma(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma_n P_n(\cos \theta), \quad (6)$$

である．この結果を BZ 反応液滴に適用するため，反応拡散方程式の反応項 $\mathbf{F}(\mathbf{c})$ としてオレゴネーターモデルを用いた．その結果，BZ 反応液滴の運動に対応する結果が得られた (図 (c)) [2]．

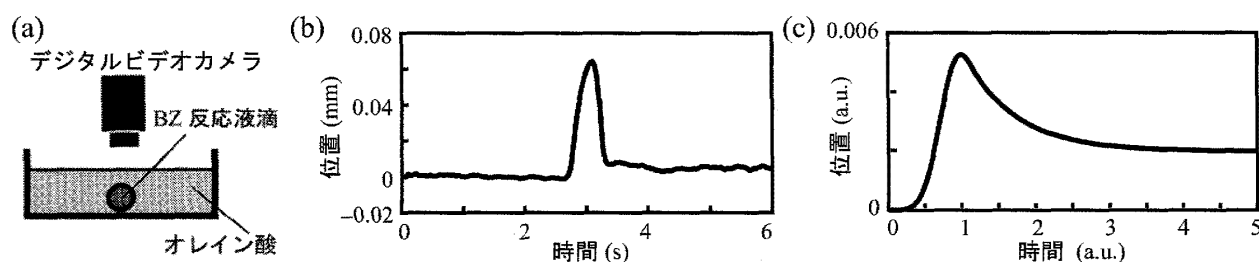


図: (a) BZ 反応液滴の自発的運動の実験系の模式図．液滴の直径は約 1 mm．(b) 液滴の重心位置の時間変化．液滴は BZ 反応が発生した点と反対向きに運動し，反応波の進行とともに逆に戻る．(c) Stokes 方程式とオレゴネーターを用いた数値計算による液滴の重心位置の時間変化．実験と対応している．

[1] M. G. Vicker, Biophys. Chem. **84** (2000), 87.

[2] H. Kitahata, N. Yoshinaga, K. H. Nagai, and Y. Sumino, arXiv:1012.2755v1 [cond-mat.soft].

[3] M. D. Levan, J. Colloid. Interface Sci. **83** (1981), 11.