

移動床における掃流砂れきの不規則運動性状について

中川 博次・辻本 哲郎・細川 泰廣

CHARACTERISTICS OF IRREGULAR MOTION OF INDIVIDUAL SEDIMENT PARTICLES ON AN ALLUVIAL BED

By *Hiroji NAKAGAWA, Tetsuro TSUJIMOTO and Yasuhiro HOSOKAWA*

Synopsis

Bed load transport process is characterized by irregular motion of individual sediment particles, and such a property causes a various kind of alluvial phenomena. Hence, the statistical characteristics of bed load movement based on the mechanism of motion of individual particles are important to be clarified. In this study, the behaviors of individual bed load particles both on a fixed bed and on an alluvial bed are observed and their characteristic quantities such as distributions of particles velocities are measured elaborately, by making use of a movie camera and a film motion analyzer. As the result of such measurements the bed load transport process can be divided into following subprocesses. One is collision process with protrusions distributed on a rough bed and it gives the phenomena rapid variations. This process can be analyzed by a physical model for collision, a statistical model for bed surface irregularity and some stochastic techniques. The other one is moving process of a sand particle without collisions. This can be described by equation of sliding motion based on some experimental investigations and considering some probabilistic characteristics.

Such a study suggests that no methods but the combined type of deterministic approach and stochastic one can describe the bed load transport process and some trials were shown here.

1. 緒 論

掃流砂れきの運動機構は古くから多くの研究者によって検討されてきたが、現象が相当複雑で必ずしも十分に解明されたとは言い難いし、これまで提案されてきた流砂モデルも現象を正確に表現したものでは勿論なく、適確に表現したものさえ言えないものが多い。これは流砂モデルの提案が、これを介在させて平衡状態の流砂量式を作りあげようとした意図のものであり、こうした場合モデルの不充分さがそれ程使用上の障害とはならない。しかし、こうしたモデルにもとづいた流砂量式を砂の運動方程式に代用して様々な移動床過程を論じようとする際にはそのモデルの不適切さが目につくようになる。たとえば河床波の発生機構を説明するための遅れ距離の仮定も多分にここに原因がある。

掃流砂れきの運動は転動型式や滑動型式、あるいは跳躍によるそれが単独で連続しているのではなく、運動と停止の繰り返し、河床砂れきと運動砂れきとの交換、確率のあるいは間歇的な現象、また離散的な (discrete) 現象であることがその本質であり、こうした固有の性質が移動床過程 (河床変形や河床構成材料の変化) の萌芽を支配している。こうした本質的特徴をうまく表現したものが Einstein によって提案された rest period と step length を構成要素とした stochastic model¹⁾ で著者らはここにこそ砂粒運動の本質が含まれていると主張してきた²⁾。しかし、このモデルの構成要素の性質が掃流砂運動の力学的機構との関連で決定論的に明確にされなければ、古典的な手法に固執する研究者からの stochastic model に対する不

信感をぬぐい去れないばかりか, stochastic model が物理モデルとして健全なものとはなりえないであろう。しかしモデルが “stochastic” であることは本論文文中にも示されるように必要不可欠で, 力学的合理性以前の問題と言っても過言ではない。すなわち stochastic model を用いれば 掃流砂総量さえ合えば力学的厳密さなどそれほど重要ではないといってもいいほどである。

ところで掃流砂れきの運動は前にも述べたように相当に複雑で一朝一夕に解析し得るものでない。こうした場合, 現象の詳細な観察, 現象を支配している条件の単純化が有力な手段となる。そこで本研究では移動床で実際の掃流砂の挙動を 16 mm カメラとフィルムモーションアナライザー (ナック製ダイナミックフレーム) とを用いて詳細に観察し, その不規則運動性状を解析し, 力学的考察と stochastic なモデルの追究を試みた。著者らは “stochastic” は “deterministic” と対峙しているわけではなく, stochastic あるいは statistical な性状も力学的に決定し得るものと考えている。一方, 掃流過程の力学的検討は従来のすべての研究を含め, 固定床粗面上の単一粒子の運動機構が対象となっており, またこれとても正確なものはこれまでに得られていない。そこで, 最も単純化された条件でのいわゆる deterministic な検討を行った著者らの先の研究成果³⁾を基礎に固定床粗面上の粒子運動についても予備的に検討することとする。

2. 固定床粗面における単一粒子の運動機構に関する実験的検討

前報³⁾では掃流現象の条件を極端に理想化した滑面上の単一粒子の転動過程を力学的に厳密に解析した後, 同様の取り扱いを粗度粒子に沿った転動—衝突モデルに発展させ, 粗面上単一粒子の運動解析を試み

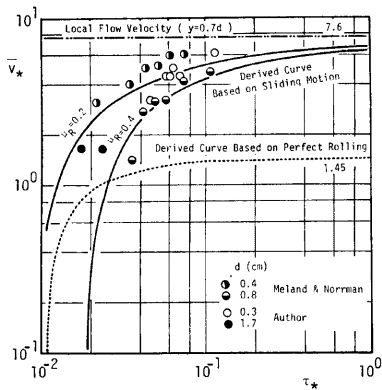


Fig. 1 Equilibrium velocity of particles rolling along a rough fixed bed.

た。この結果, 掃流力の増加とともに粗度粒子との衝突時に反発が激しくなり, 回転運動が激減するなど取り扱った理想状況が保たれるのは底面せん断応力の余程小さい時に限られることがわかり, さらに Fig. 1 に示されるように掃流力が大きくなると粒子の平衡速度が局所代表流速に漸近するなどむしろ滑動形式の様相を帯び, その巨視的な摩擦係数を産むのが転動—衝突過程に代表される微視的挙動であると類推されるだけに終わった。

そこで本章では滑動形式による粒子運動の取り扱いを実際現象との関連で検討して前報³⁾での考察を一步進め, さらに運動過程内の不規則性を考慮し, そのアンサンブル平均を適切に表示する運動方程式を検討する。これらは移動床における掃流砂れきの運動表示に対し, 基礎的知見を与えるものと考えられる。

実験は長さ 9 m, 幅 33 cm のアクリル樹脂製側壁を有する鋼製可変勾配水路 (第 3 章参照 Fig. 6) で行なわれた。実験には直径 3 mm のガラスビーズを用い, まずこれを水路床面に六角形配置の最密状態で一層に敷き詰め, ボンドで固めて粗面を作成した。この上に通水し, 着色された同一径のガラスビーズを投入してその移動開始からの運動状況を 16 mm フィルムに撮影した。撮影された床面面積は 15 cm × 20 cm で撮影コマ数は 37.6 コマ/sec である。また, 実験条件は Table 1 に示す通りである。

撮影されたフィルムはダイナミックフレームで 1 コマずつ (0.027 秒間隔) 解析され, その間の移動距離から粒子の移動速度を求めた。こうして得られた粒子の速度とその運動開始からの移動距離との関係の例を

Table 1 Experimental conditions (fixed bed).

Run No.	d(cm)	I _e	h(cm)	u _* (cm/sec)	τ _*	Fr	h/d	Re _*
C- 1	0.30	0.00260	9.86	5.01	0.0592	0.451	32.9	120.2
C- 2		0.00217	10.38	4.69	0.0520	0.526	34.6	112.6
C- 3		0.00196	10.33	4.45	0.0468	0.416	34.4	106.8
C- 4		0.00234	10.84	4.98	0.0586	0.442	36.1	119.5
C- 5		0.00137	11.35	3.91	0.0361	0.434	37.8	93.8
C- 8		0.00397	7.05	5.23	0.0646	0.524	23.5	125.5
C- 9		0.00407	7.51	5.47	0.0707	0.568	25.0	131.3

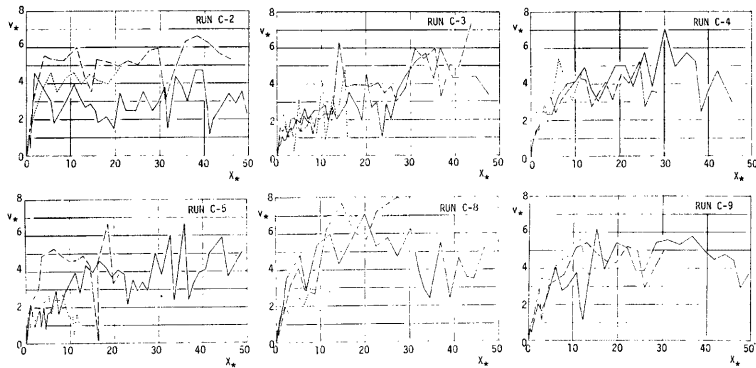


Fig. 2 Behaviors of particles on a rough bed - The relation between instantaneous velocity of particles and moving distance.

Fig. 2 に示してある。

さて、粗面に沿う粒子の運動を摩擦係数 μ_R を導入して滑動形式で表示すると、

$$M\dot{v} = \frac{1}{2} C_D \rho A_2 d^2 |u_d - v| (u_d - v) - A_3 \rho (\sigma / \rho - 1) g d^3 \cdot \mu_R \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

となる。ここに M : 粒子の仮想質量, v : 粒子速度, u_d : 粒子の中心位置での局所流速, σ / ρ : 粒子の比重, d : 粒径, C_D : 抗力係数, ρ : 水の密度, A_2, A_3 : 粒子の形状係数である。式 (2.1) は次のように無次元化される。

$$\frac{dv_*}{dt_*} = Q_* (A_* - v_*)^2 - \frac{R_*}{\tau_*} \quad \dots\dots\dots (2.2)$$

ここに、

$$v_* = v / u_* \quad \dots\dots\dots (2.3)$$

$$t_* = t u_* / d \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

$$Q_* = (A_2 / 2 A_3) \cdot C_D / (\sigma / \rho + C_M) \quad \dots\dots\dots (2.5)$$

$$R_* = \mu_R / (\sigma / \rho + C_M) \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

である。

式 (2.2) を $t = 0$ で $v = v_0$ なる初期条件のもとで解くと、

$$v_* = A_* - \frac{G_*(v_{*0}) \exp(2\sqrt{Q_* R_* / \tau_*} \cdot t_*) + 1}{\frac{G_*(v_{*0}) \exp(2\sqrt{Q_* R_* / \tau_*} \cdot t_*) - 1}{Q_* \tau_*}} \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

が得られ、ここに、

$$v_{*0} = v_0 / u_* \quad \dots\dots\dots (2.8)$$

$$G_*(v_*) = \frac{A_* - v_* + \sqrt{R_*/Q_*\tau_*}}{A_* - v_* - \sqrt{R_*/Q_*\tau_*}} \quad \dots\dots\dots (2.9)$$

である。式 (2.7) をさらに t_* で積分することにより、次のように無次元移動距離が得られる。

$$x_* = (A_* - \sqrt{\frac{R_*}{Q_*\tau_*}}) t_* - \frac{1}{Q_*} \ln \left| \frac{G_*(v_{*0}) - \exp(-2\sqrt{R_*/Q_*\tau_*} t_*)}{G_*(v_{*0}) - 1} \right| \quad \dots\dots\dots (2.10)$$

ここで $x_* = x/d$ であり、式 (2.7) と (2.10) より、移動距離と移動速度の関係式が次のように得られる。

$$x_* = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\tau_*}{Q_* R_*}} (A_* - \sqrt{\frac{R_*}{Q_*\tau_*}}) \ln \left| \frac{G_*(v_*)}{G_*(v_{*0})} \right| - \frac{1}{Q_*} \ln \left| \frac{2\sqrt{R_*/Q_*\tau_*}}{A_* - v_* - \sqrt{R_*/Q_*\tau_*}} \cdot \frac{G_*(v_{*0})}{G_*(v_{*0}) - 1} \right| \quad \dots\dots\dots (2.11)$$

ところで **Fig. 2** を見てわかるように、粒子の運動は流体力の変動や床面との不均一な衝突の繰返しのためその速度が激しく変動しており、式 (2.2) はむしろ確率微分方程式と理解するのが正しい。しかし、その揺動力たるべき流体力の変動 (式 (2.2) では流速 u_d の変動)、摩擦過程の確率的性格が明らかでなく、また式 (2.2) が非線型であるため、これをこうした理解のもとで解くのは不可能である。そこで、ここでは次のように考える。すなわち、式 (2.2) の決定論的な解である式 (2.7), (2.10) または式 (2.11) が粒子の挙動のアンサンブル平均を記述していると考え、変動については実験的にその特性を見い出そうとする立場をとる。こうした場合、床面に散在する突起粒子との衝突が原因と考えられる程度の大きい変動を含めることはできない。すなわち、顕著な衝突による粒子速度の激減以外の摩擦過程、流体力の変動は平均値まわりのゆらぎと判断し得る。

さて、移動開始後 x_* だけ移動した後の速度は確率変数で、これを $\{v_* | x_*, 0\}$ と記す。上述したように衝突がない場合に限るとこの期待値 $E[v_* | x_*, 0]$ は式 (2.11) で表わされるものと考えられる。衝突がある場合は衝突後の速度を初速度と考え、そこからの移動距離 x_* に対し $E[v_* | x_*, v_{*e}]$ が式 (2.11) を満足すると考えてよい。

Fig. 3 に実験的に得られた $E[v_* | x_*, 0]$ の例を示し、式 (2.11) の計算曲線と比較してある。**Fig. 2** に示した変動の激しい粒子の挙動 (サンプル) もアンサンブル平均によって滑らかになってそこに内在する性質が現われる。そして、 $\mu_R = 0.4$ とした滑動形式で比較的良好く運動の表示が行えるようである。このとき粒子の平衡移動速度は、

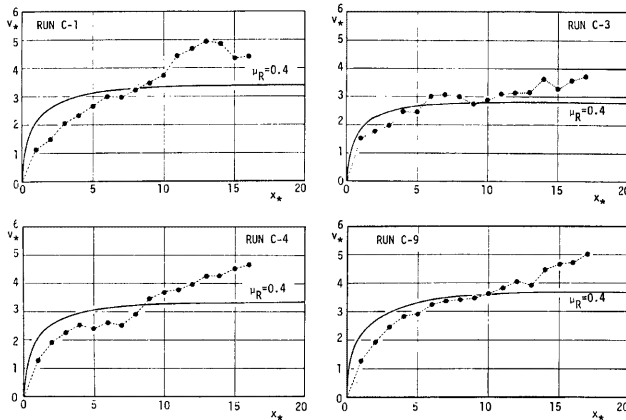


Fig. 3 Ensemble mean of the variation of particle velocity on a rough bed.

$$v_* = A_* - \sqrt{2A_3\mu_R/C_D A_2\tau_*} \quad \dots\dots\dots(2.12)$$

与えられ Fig. 1 に実験で示した。これは多くの実験値と概ね良く対応している。

ところで、先の Fig. 3 を見ると、 $\mu_R=0.4$ とした滑動形式による運動表示は比較的实验値と合致しているものの運動初期では速度の増加を過大に、後には運動速度を過小に見積っていることになっており、これより摩擦係数が粒子速度の関数となっていることが予想され、実測結果より次式によって各瞬間の摩擦係数 μ_R を逆算し、粒子速度との関係を検討した。

$$\mu_R = \tau_*(\sigma/\rho + C_M)\{Q_*(A_* - v_*)^2 - v_* \frac{dv_*}{dx_*}\} \quad \dots\dots\dots(2.13)$$

ここで Δx_* は距離の刻み幅 (0.5 とした)、 Δv_* はこの間の速度の変化量である。得られた μ_R と粒子速度の関係は Fig. 4 に示され、これより次の実験式を得た。

$$\mu_R = 0.35 / \{(v/\sqrt{gd})^2 + 0.35\} \quad \dots\dots\dots(2.14)$$

掃流砂れきの運動を滑動形式で包括的に表現しようとするならば、上述のような摩擦特性の検討が必須となる。

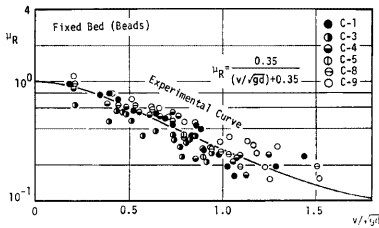


Fig. 4 The relationship between frictional coefficient and particle velocity (fixed rough bed).

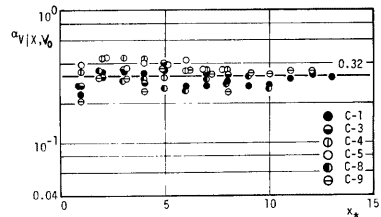


Fig. 5 Variation coefficient of velocity of particles rolling along a fixed rough bed.

一方、Fig. 5 に初速度 v_{*0} と位置 x_* (移動開始または衝突後の移動距離) を条件とした粒子速度の条件付変動係数の実測結果 ($\alpha_{v|x, v_0}$) を示した。これによるとその値はほぼ一定 (約 0.32) となり、床面突起との顕著な衝突による大きな変動以外は均質な不規則性を有していると判断される。

以上のように、掃流過程をかなり単純な形に抽象化した固定床の単一粒子の運動でさえ、不規則性をはじめ従来の解析では満足に説明し得ない点が散見され、こうした現象に対しては力学的手法と統計的手法との結合が適切であることがわかった。

3. 移動床での砂れきの運動性状に関する実験

Fig. 6 に示す長さ 9 m、幅 33 cm のアクリル樹脂製側壁を有する鋼製可変勾配水路を用いて実験を行っ

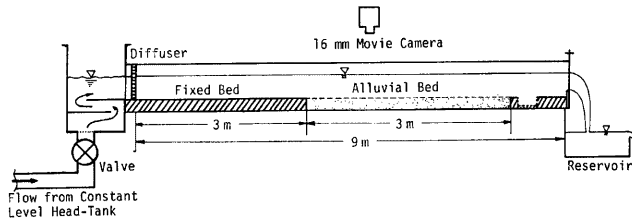


Fig. 6 Experimental flume.

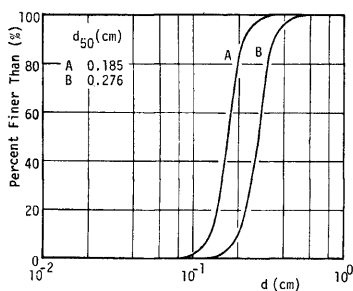


Fig. 7 Grain size distribution curves.

を撮影した。

なお、通水後所定の水利条件で水流が安定するまで、とくに固定床と接続部に生じる河床変形を極力押えるため砂面を金網で覆い、金網除去後速やかに撮影を行った。撮影コマ数は 27.15 コマ/秒あるいは 37.8 コマ/秒で、約 30 秒間撮影した。

Table 2 Experimental conditions (alluvial bed).

Run No.	$d_{50}(\text{cm})$	l_e	$h(\text{cm})$	$u_* (\text{cm/sec})$	τ_*	Fr	h/d	Re_*
L- 1	0.185	0.00250	5.95	3.82	0.0488	0.503	32.2	70.7
L- 2		0.00250	8.27	4.50	0.0677	0.541	44.7	83.3
L- 3		0.00255	9.63	4.86	0.0790	0.432	53.1	89.9
L- 4		0.00361	5.30	4.33	0.0627	0.612	28.6	80.1
L- 5		0.00415	4.80	4.42	0.0653	0.711	25.9	81.8
L- 6		0.00417	5.59	4.78	0.0764	0.703	30.2	88.4
L- 7	0.276	0.00786	4.56	5.85	0.0778	0.705	16.5	132.3
L- 8		0.00624	5.50	5.80	0.0754	0.788	19.9	124.4
L- 9		0.01077	2.96	5.59	0.0701	1.205	10.7	126.5
L-10		0.01083	3.61	6.19	0.0858	0.814	13.1	140.0

実験条件は Table 2 に示す通りで、無次元底面せん断応力 ($\tau_* = u_{*2}/(\sigma/\rho - 1)gd$; u_* : 摩擦速度, g : 重力加速度, d : 粒径) が 0.1 以下の限界掃流力付近に限られている。これは掃流力が大きくなると河床変形が著しくなり実験条件の設定が困難になること、また流砂量が大きくなると現在の撮影解析能力では計測が不可能になることによる。この点については今後実験及び解析方法の改良により、広い範囲での測定が必要と考える。

さて、撮影された 16 mm カラーフィルムはダイナミックフレーム (ナック製) によって解析された。ここでは、砂れきの 1 step 内の運動性状に着目し、1 コマずつ瞬間的な砂れき速度を求めた。これらの測定結果は砂れきの移動開始時刻を $t = 0$ 、その時の位置を $x = 0$ として移動距離 (x) と時間 (t)、移動速度 (v) と時間、及び移動速度と移動距離の関係としてまとめ、それぞれ各実験条件について約 100 個の標本を得た。

4. 16mm フィルム解析による掃流砂れきの不規則運動性状

4. 1 砂れきの不規則運動性状に関する基礎的考察

実験によるフィルム解析の結果として得られた移動距離と時間 ($x \sim t$)、移動速度と時間 ($v \sim t$) 及び移動速度と移動距離 ($v \sim x$) との関係を Fig. 8, 9 及び Fig. 10 に例示した。各 RUN についてこうした砂れ

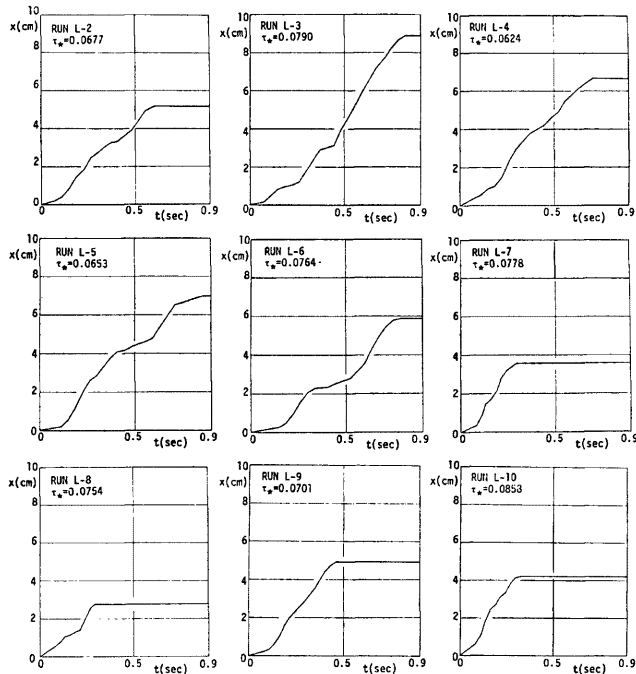


Fig. 8 Some samples of the relation between moving distance and time on alluvial bed.

きの挙動記録が約 100 個得られている。これらの図より、砂粒の運動速度は空間的にも時間的にも不規則に変動していることがわかる。

こうした不規則変動の原因として、砂粒運動の駆動力である水流による流体力の変動、不規則な床面の突起砂れきとの衝突、移動砂れき同志の相互干渉作用等が考えられる。しかし、このうち流体力の変動や砂粒相互の干渉効果は流体を介しての間接的なものであり、床面の突起砂れきとの衝突のような直接的原因に比べその効果は小さいものと考えられる。すなわち Fig. 8~10 に見られるような砂れき速度の変動のうち、急激な速度の減少は床面の突起との衝突によるものと考えられる。これに対し、Fig. 9~10 において速度のピーク間に見られる小さい変動が流体力の変動や運動砂粒同志の相互干渉作用によるものと考えられる。つまり、砂れきは移動開始後流体力によって加速されるが、床面の突起との衝突で急激に減速され、場合によっては停止するものもあり、うまくこれを乗り越え再び流体力によって加速され、また次の突起に衝突するといった過程で流送されている。したがって、1 step 間の砂れきの運動に限っても、単に流体力を駆動力とした単一の運動形式で表示し得るものではない。まして、平均的な砂粒の挙動を単一の運動形式でモデル化するのは乱暴であろう。

こうした考察にもとづき、本研究では床面突起との衝突過程と突起間での砂粒の運動過程とから掃流過程が構成されていると考え、これらについて詳細に検討する。

4. 2 床面上の突起砂粒の間隔分布について

前節の考察にもとづき Fig. 9 及び 10 においてそれぞれ速度のピーク間の時間間隔 $\{T\}$ 及び距離間隔

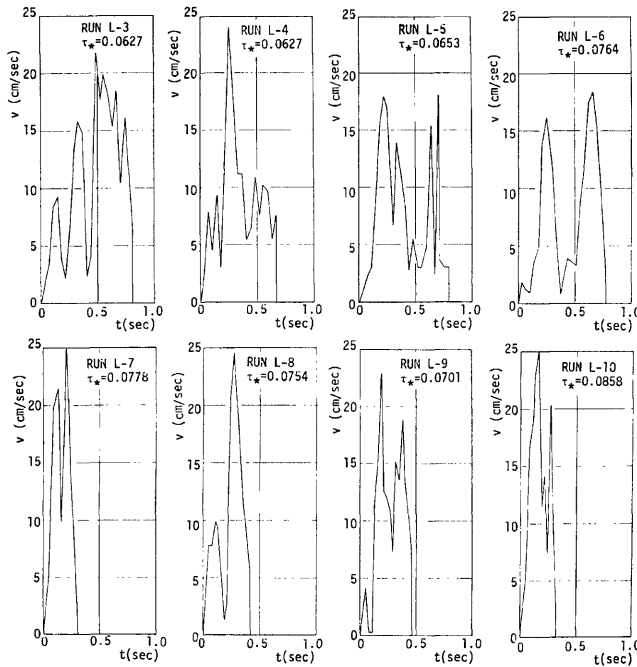


Fig. 9 Some samples of the relation between sand particle velocity and time on alluvial bed.

$\{X\}$ を読みとりこれらの統計的性質を調べた。これらはそれぞれ速度変化に効果的な床面の突起砂粒（有効突起とよぶ）との衝突時間間隔及び有効突起間隔と考えられる。この結果、まず有効突起間隔については水理条件にほとんど無関係に次式が成立するものと予想された。

$$\bar{X}/d = 5.0 \sim 7.0 \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

$$\alpha_X = 0.6 \sim 0.7 \quad \dots\dots\dots (4.2)$$

ここに $\bar{X}$, α_X はそれぞれ $\{X\}$ の期待値及び変動係数であり、 $\{X\}$ の分布は正規化された確率密度関数が次式で与えられる gamma 分布に適合させることができる。

$$f_X(\xi) = \frac{r}{\Gamma(r)} (\xi)^{r-1} \exp(-r\xi) \quad \dots\dots\dots (4.3)$$

ここに $\xi = X/\bar{X}$, $\Gamma(\cdot)$ は gamma 関数、また r は shape parameter でこの場合

$$r = 1/\alpha_X^2 \approx 3.0 \quad \dots\dots\dots (4.4)$$

である。Fig. 11 に式 (4.3) と実測結果の比較を示したが、こうした gamma 分布の適合性は良好である。

一方、有効突起との衝突時間間隔については、

$$Tu_*/d = 2.0 \sim 3.0 \quad \dots\dots\dots (4.5)$$

$$\alpha_T = 0.4 \sim 0.5 \quad \dots\dots\dots (4.6)$$

が得られ、有効突起間隔分布と同様 gamma 分布を採用すると、

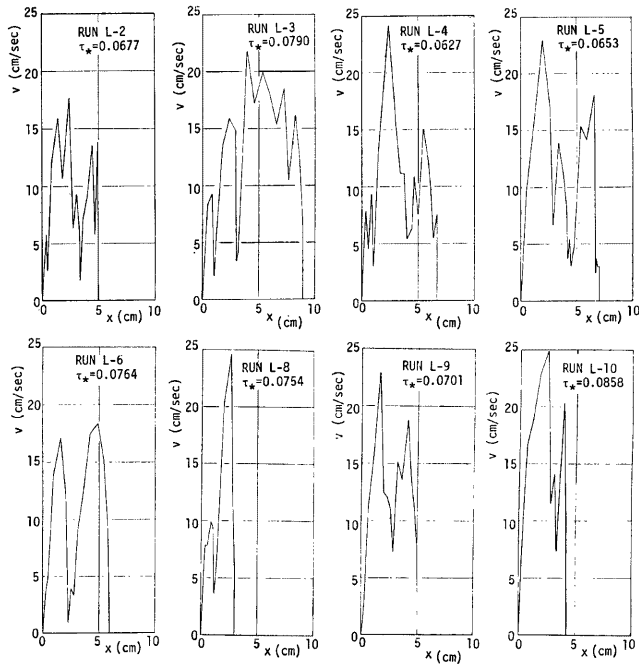


Fig. 10 Some samples of the relation between sand particle velocity and moving distance on alluvial bed.

$$f_T(\tau) = \frac{\tau}{\Gamma(r)} (r\tau)^{r-1} \exp(-r\tau) \quad \dots\dots\dots(4.7)$$

$$r = 1/\alpha^2 \approx 5.0 \quad \dots\dots\dots(4.8)$$

となる。 $\tau = T/T$ であり、 T 、 α_T はそれぞれ $\{T\}$ の期待値及び変動係数である。これについては Fig. 12 にその実測結果との比較を示してあるが、その適合性は概ね良好と言って良い。式 (4.1) と (4.5) から、突起間での平均運動速度 v_m が、

$$v_m = \bar{X}/T = (2 \sim 3.5) u_* \quad \dots\dots\dots(4.9)$$

と予想され、これは先に行った 16 mm フィルム解析による移動床での運動砂れきの平均速度の測定結果 ($\approx 2.9 u_*$)³⁾ と良好に一致している。

さて上述のように有効突起の統計的性質が砂粒の運動の追跡から得られたが、次にこれを実際の移動床砂面の凹凸の実測結果と比較してみる。

先の実験に用いた中央粒径が 0.276 cm の砂粒によって形成される移動床に適当な水理条件 (限界掃流力付近) で通水し、その後これを乱さないようにとり出し、砂面の凹凸を 5 mm 刻みでポイントゲージによって測定した。ところでこのような実測によって Fig. 13 に示されるような砂面形状が得られるが、有効突起とは砂面に沿って運動する砂れきに対して障害物となるものであるから、単に得られた砂面形状の谷と峰、あるいは零交叉法等で決定するのには問題がある。

しかし、実際の砂れきの運動面を知ることが困難であるから、ここではある平面を仮定しそこから突出し

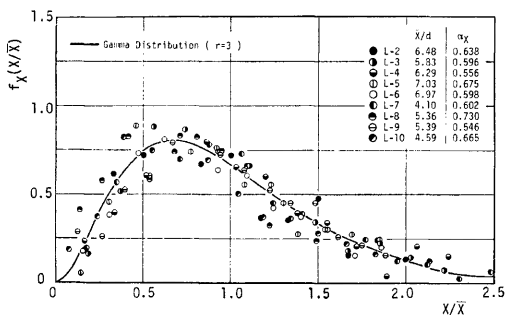


Fig. 11 Probability density function of interval of effective protrusions.

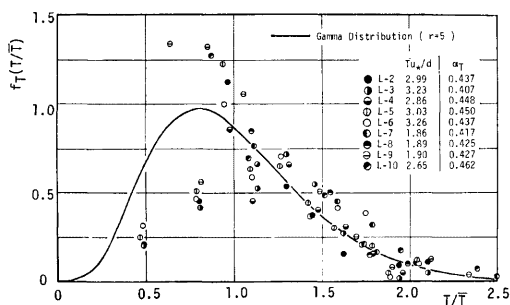


Fig. 12 Probability density function of period between successive collisions with protrusions.

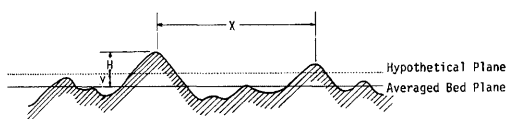


Fig. 13 Definition sketch.

た分を有効突起とみなすこととした。すなわち平均面から高さ y の位置にこれに平行な平面を想定し、こうして求められる有効突起間隔 (X) 及び突起高さ (H) を y の関数として調べた。まず、Fig. 14 にこれらの平均値の粒径による無次元量 (それぞれ $\bar{X}_*$ 、 Δ_{*0} と記されている) の y 方向の変化を示した。砂の運動のフィルム解析によって先に得られた $\bar{X}_*=6.0$ を認めると、砂れきの運動面は平均砂面の $(0.3 \sim 0.4)d$ 上方と推定される。このとき、突起間隔及び突起高さの平均値はそれぞれ粒径の $5 \sim 7$ 倍及び 0.3 倍程度となり、これらの変動係数は Fig. 15 に示されるようにそれぞれ $1.0 \sim 1.2$ 程度及び約 1.0 となる。突起間隔の変動係数は先の砂れき運動のフィルム解析から推定された値の 2 倍程度の大きさであるが、これは運動面を平面と仮定したためで、実際の砂はむしろ砂面の凹凸により追従するのでこれより小さいフィルム解析の結果の方が確からしい。

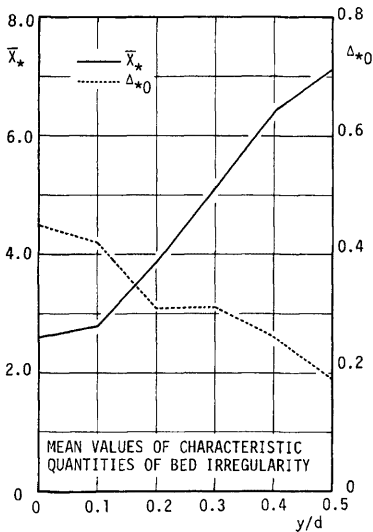


Fig. 14 Mean interval and mean height of protrusions.

4. 3 床面の突起との衝突前後の砂れきの運動速度の分布性状

さて、Fig. 10 において有効突起間隔を読みとった際のピーク時の砂粒速度は突起との衝突直前での値 (v_1) と考えられ、一方谷の位置での値は衝突直後の砂粒速度 (v_3) と考えられる (Fig. 16 参照)。そこで各ケース毎にこれらを読みとりその統計的性質を調べた。この結果が Table 3 にまとめられている。

まず、衝突直前の速度 v_1 については、次の結果が得られた。

$$\bar{v}_1/u_* \approx 3.20 \quad \cdots \cdots (4.10)$$

$$\alpha_{v1} \approx 0.40 \quad \cdots \cdots (4.11)$$

この v_1 の分布についても、先の突起間隔の分布と同様 gamma 分布を仮定するとその shape parameter は、

$$r = 1/\alpha_{v1}^2 \approx 7.0 \quad \cdots \cdots (4.12)$$

となり、実測結果と比較すれば、Fig. 17 に示されるようにその適合性は良好である。

一方、衝突直後の速度 v_3 については、

$$\bar{v}_3/u_* \approx 1.20 \quad \cdots \cdots (4.13)$$

$$\alpha_{v3} \approx 0.73 \quad \cdots \cdots (4.14)$$

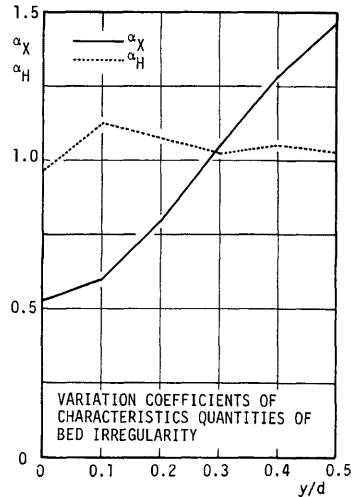


Fig. 15 Variation coefficients of interval and height of protrusions.

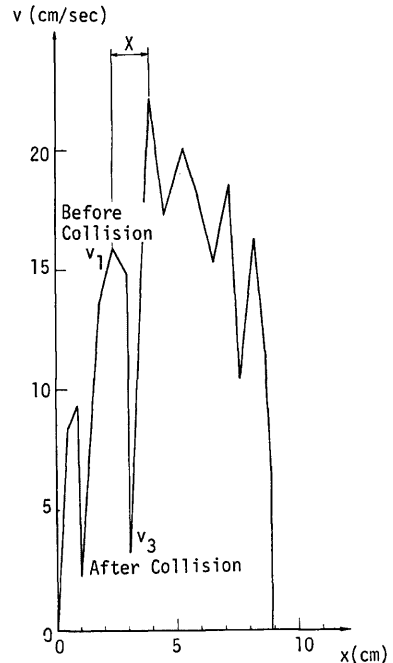


Fig. 16 Definition sketch.

Table 3 Experimental results for collision process.

Run	$\bar{v}_1/u_*$	$\bar{v}_1/\sqrt{gd}$	α_{v_1}	$\bar{v}_3/u_*$	$\bar{v}_3/\sqrt{gd}$	α_{v_3}	$\bar{e}_c$	α_{e_c}	N
L-2	3.14	1.05	0.41	1.44	0.48	0.71	0.393	0.54	135
L-3	2.91	1.05	0.47	1.16	0.42	0.73	0.386	0.49	176
L-4	3.42	1.10	0.40	1.30	0.42	0.76	0.374	0.52	170
L-5	3.44	1.13	0.33	1.27	0.42	0.70	0.335	0.55	156
L-6	3.14	1.11	0.35	1.09	0.39	0.73	0.347	0.56	122

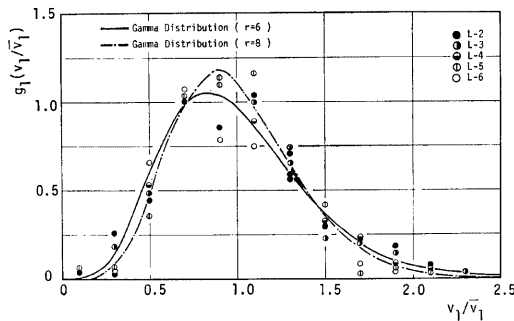


Fig. 17 Distribution of particle velocity before collision.

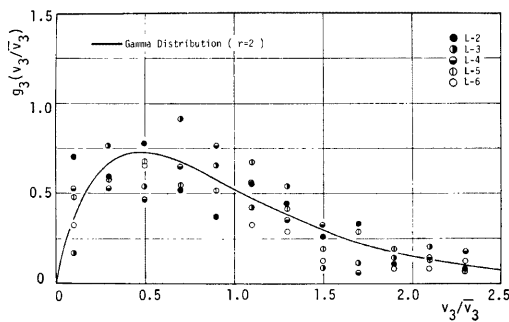


Fig. 18 Distribution of particle velocity after collision.

が得られた。これを先の衝突直前の速度についての結果と比べてみると、平均値は衝突によって 1/3 程度に減じているのに対し、逆に変動係数が倍程度にまで増加していることが注目される。これは、床面突起の高さが確定量でなく確率変数であるため、これによって不規則性が助長されたことによる。この衝突直後の速度 v_3 についても v_1 と同様 gamma 分布を適合させると、その shape parameter は、

$$r \approx 1/\alpha_{v_3}^2 \approx 2.0 \quad \dots\dots\dots(4.15)$$

となり、実測値との比較は Fig. 18 に示されるようにデータのばらつきは大きいものの概ね適合していると言って良い。

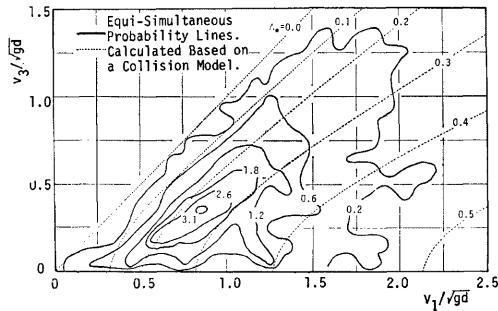


Fig. 19 Contour of simultaneous probability of particle velocities before and after collision.

なお、衝突による速度変化を表わす量として

$$e_c \equiv v_3/v_1$$

を定義し、その特性を調べると、平均値及び変動係数がそれぞれ0.35, 0.53となった。すなわち、衝突によって平均的に粒子速度が1/3程度に一旦減じる。しかし、衝突自体必ずしも確定的現象でなく、むしろ v_1 , v_3 の結合確率を扱った方がより適切と考えられる。 v_1 , v_3 の実測から得られる同時確率密度 $f(v_1/\sqrt{gd}, v_3/\sqrt{gd})$ の等値線を Fig. 19 に実線で示した。なお図中の点線は後述するように衝突事象を力学的に扱って得られるものである。

5. 掃流砂れきの不規則運動機構

これまでに述べたように掃流砂れきの運動は様々な要因による不規則性によって特徴づけられるが、その不規則性もそれぞれの要因にもとづいた力学的現象として出現する。こうした観点から、掃流砂れきの不規則運動性状を力学的要因と結びつけて解析することを試みる。ここでは、前述のように床面上の突起との衝突によるものと、衝突が生じない間の運動のゆらぎとを分離してそれぞれに対し力学的な検討を加える。

5. 1 床面上の突起との衝突過程

移動床における運動砂れきと床面の突起砂れきとの衝突についての正当なあるいは厳密な力学モデルを与えることは、衝突の際に突起を形成している砂れき及びそれに隣接した数個の砂粒がずれ動く⁴⁾ などまだ明確にされていない不確定要因のため困難である。したがって、ここでは衝突時に突起砂れき等がずれ動かないとした衝突モデル⁴⁾を採用することとする。このとき突起への衝突直前の速度と突起乗り越し後の速度の関係は次式で与えられる⁴⁾。

$$\frac{v_3}{\sqrt{gd}} = \sqrt{\left(\frac{1+4k^2/d^2-2\Delta_*}{1+4k^2/d^2} \right)^2 \frac{v_1^2}{gd} - 2\Delta_* B_*} \quad \dots\dots\dots(5.1)$$

ここに $\Delta_* = H/d$ (H : 突起高さ) であり、 k は砂粒の回転2次半径である。また

$$B_* = (\sigma/\rho - 1)/\{(\sigma/\rho + C_M)(1+4k^2/d^2)\} \quad \dots\dots\dots(5.2)$$

である。式 (5.1) を Δ_* をパラメータとして計算したものを先の Fig. 19 に点線で併示したが、この図より、概略的には Δ_* を0.25程度にとるとよいことが推定される。しかし、突起高は確率変数であり、いくら平均的挙動さえ知られればよいといっても、後述するようにに確率変数としての取り扱いをしなければ現象に忠実ではないだけでなく、平均的挙動さえ表記し得ない場合がでてくる。

ところで突起高さが確率量であるため、衝突前の速度 v_1 が与えられた場合でさえ（もっともこれも確率変数であるが）、 v_3 は確率変数である。こうした場合まず条件付確率変数 $\{v_3|v_1\}$ の検討から始めるのが賢明である。

いま、突起高さの確率密度関数を $f_H(\tilde{d}_*)$ とすると、 $\{v_3|v_1\}$ の確率密度関数 $h(v_3|v_1)$ (v_1 から v_3 への推移確率) は次式で与えられる。

$$h(v_3^*|v_1^*) = f_H(\tilde{d}_*) \left| \frac{\partial \tilde{d}_*}{\partial v_3^*} \right| \quad \dots\dots\dots (5.3)$$

ここに、

$$v_1^* = v_1 / \sqrt{gd} \quad \dots\dots\dots (5.4)$$

$$v_3^* = v_3 / \sqrt{gd} \quad \dots\dots\dots (5.5)$$

であり、 $\tilde{d}_*$ は v_1 が与えられたとき衝突によって速度が v_3 に変化するための突起高さの無次元量で、式(5.1)を $\tilde{d}_*$ について解くことにより次のように得られる。

$$\tilde{d}_*(v_3^*, v_1^*) = \left[\left\{ 1 + \frac{(1+4k^2/d^2)B_*^2}{2v_1^{*2}} \right\} - \sqrt{\left\{ 1 + \frac{(1+4k^2/d^2)B_*^2}{2v_1^{*2}} \right\}^2 - \left\{ 1 - \left(\frac{v_3^*}{v_1^*} \right)^2 \right\} \left(\frac{1+4k^2/d^2}{2} \right)} \right] \quad \dots\dots\dots (5.6)$$

ところで砂面凹凸の実測結果(4.2)より、 $\tilde{d}_*$ は平均値が0.3の指数分布で表示できる。すなわち、

$$f_H(\tilde{d}_*) = \frac{1}{\tilde{d}_{*0}} \exp(-\tilde{d}_*/\tilde{d}_{*0}) \quad \dots\dots\dots (5.7)$$

$$\tilde{d}_{*0} = 0.3 \quad \dots\dots\dots (5.8)$$

であり、これと式(5.6)を式(5.3)に代入すると $\{v_3|v_1\}$ の特性を知ることができる。ここでは数値計算により $\{v_3|v_1\}$ の平均値と変動係数を求め、Fig. 20 及び Fig. 21 に実測結果とともに示した。この結果、Fig. 20 に示されるように衝突過程の平均的特性は充分正当に評価されているが、Fig. 21 を見てわかるように、変動係数まで正当に評価するには至っていない。これは高次モーメントのモデルではその素過程のモデル（例えば衝突モデル）の正確さとともに素過程の変動特性（例えば突起高さの変動係数）のより高次モーメントまでの適切さを必要とされるからである（砂粒群の分散過程に対する stochastic model の例を参照⁵⁾）。素過程のモデルをこれ以上改良するのは現状では難しいが、このように平均的性状が正当に評価できることで充分満足すべきである。というのは $\tilde{d}_*$ を確定量として扱ったモデルでは変動はおろか平均的性状すら全く説明し得ず（Fig. 20 の点線を参照）このような不規則現象では素過程を扱うときの1オーダー以下のモーメントまでしか正確に表現されないものと推測される。すなわち、ここで突起高さを変動係数ま

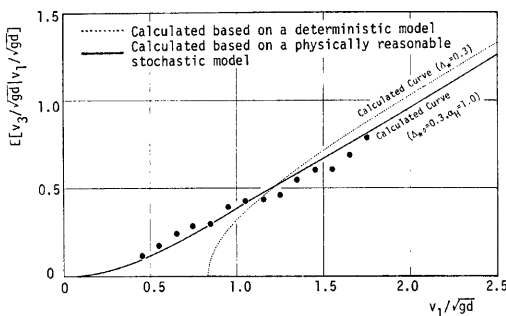


Fig. 20 Conditional mean velocity of particle after collision, $E[v_3|v_1]$.

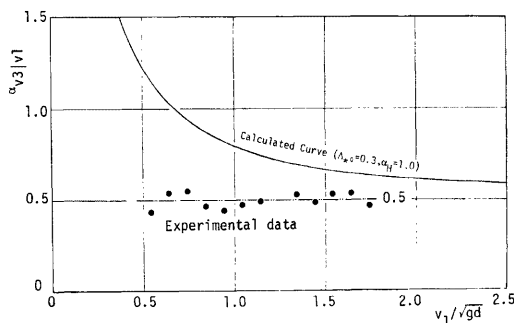


Fig. 21 Conditional variation coefficient of velocity of particle after collision.

で入れて考えたように2次のモーメントを素過程で考慮して初めて1次のモーメントすなわち平均性状の説明が可能となっていることに留意すべきである。上述の検討の結果 $\{v_3|v_1\}$ の特性は次式によって表現するのが適切であると考えられる。

$$E[v_3^*|v_1^*] = 0.08v_1^{*2} + 0.3v_1^* \quad \dots\dots\dots(5.9)$$

$$\alpha_{v_3|v_1} = 0.5 \quad \dots\dots\dots(5.10)$$

なお、 $\{v_3|v_1\}$ の分布として gamma 分布を仮定すると、推移確率 $h(v_3|v_1)$ に対して次の実験式が得られる。

$$h(v_3^*|v_1^*) = \left\{ \left(\frac{4}{0.08v_1^{*2} + 0.3v_1^*} \right)^4 / \Gamma(4) \right\} v_3^{*3} \cdot \exp \left(-\frac{4v_3^*}{0.08v_1^{*2} + 0.3v_1^*} \right) \quad \dots\dots\dots(5.11)$$

5.2 床面との衝突を伴わない運動過程

次に床面との衝突が生じる突起間での掃流砂れきの運動過程について検討する。

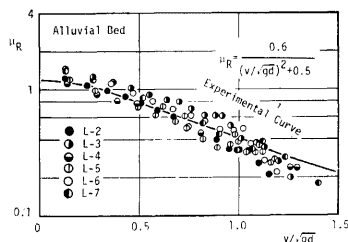


Fig. 22 Relationship between frictional coefficient and particle velocity (alluvial bed).

$$\mu_R = 0.6 / \{ (v/\sqrt{gd})^2 + 0.5 \} \quad \dots\dots\dots(5.12)$$

これによると $v=0$ の時の値は1.2であり、これは砂の静止摩擦係数に対応している。 v が大きくなると μ_R は0.2程度にまで減じ、いわゆる動摩擦係数の値よりは若干小さい。 v の大きい場合、砂れきは必ずしも床面に接して運動を続けるわけではなく、このような接触程度もこの μ_R で評価されている。

移動床においても砂れきの運動は衝突による極端な変動を除けば巨視的には摩擦過程とみなすことができ、第2章の固定床上の単一粒子の運動の方程式すなわち式(2.1)で表現することが可能である。但し、第2章でも述べたようにこの運動方程式も確率微分方程式と理解されるべきであり、また、このような方程式で移動床での砂れきの運動を包括的に表現しようとする時、摩擦係数に対する若干の修正を要する。すなわち摩擦係数 μ_R は砂粒速度の関数であることが予想され、第2章と同様式(2.13)によってこれを調べると Fig. 22 に示ようになる。図に示した実験式は次の通りである。

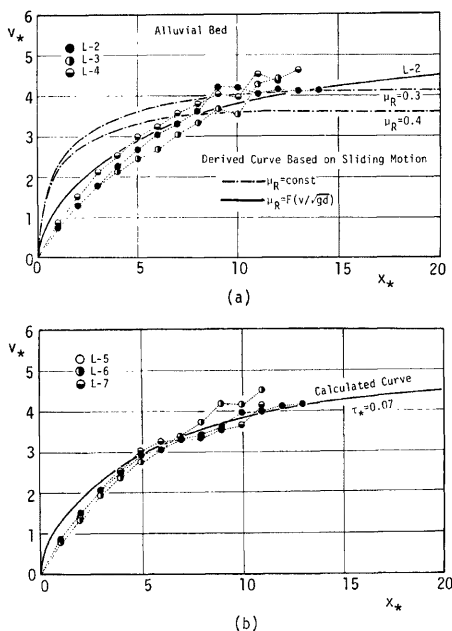


Fig. 23 Ensemble mean of the variation of particle velocity from incipient motion on an alluvial bed.

摩擦係数を一定とすると、滑動の運動方程式の解として得られる砂れきの運動距離と運動速度の関係は式 (2.11) で表わされ、これは Fig. 23 の (a) に一点鎖線で示されるよう実験結果をうまく説明することができない。Fig. 23 に示される実験結果は、砂れきが移動を開始してから最初の突起に衝突するまで (Fig. 10 の最初の立ち上り部分) の標本のアンサンブル平均であり、一点鎖線は式 (2.11) で $v_{*0} = 0$ としたものである。

そこで摩擦係数を式 (5.12) の形で評価すると、砂れきの滑動の運動方程式は次のように修正される。

$$v_* \frac{dv_*}{dx_*} = Q_* (A_* - v_*)^2 - \frac{c_1/B_2}{B_1 v_*^2 + c_2} \quad \dots\dots (5.13)$$

ここに、

$$B_1 = (\sigma/\rho - 1)\tau_* \quad \dots\dots (5.14)$$

$$B_2 = (\sigma/\rho + C_M)\tau_* \quad \dots\dots (5.15)$$

であり、 c_1, c_2 は式 (5.12) の実験定数を認めると、

$$c_1 = 0.6, \quad c_2 = 0.5 \quad \dots\dots (5.16)$$

である。式 (5.13) を初期条件 $x_* = 0$ で $v_* = v_{*0}$ のもとで解くと次のようになる。

$$x_* = \int_{v_{*0}}^{v_*} \{ (B_1 v_*^3 + c_2 v_*) / (a_1 v_*^4 + a_2 v_*^3 + a_3 v_*^2 + a_4 v_* + a_5) \} dv_* = S(v_*) - S(v_{*0}) \quad \dots\dots (5.17)$$

ただし、 α は複素数、

$$S(v_*) = R_e \left[\sum_{i=1}^4 \{ M(\alpha_i) / K'(\alpha_i) \ln(v_* - \alpha_i) \} \right] \quad \dots\dots (5.18)$$

$$a_1 v_*^4 + a_2 v_*^3 + a_3 v_*^2 + a_4 v_* + a_5 \equiv a_1 \prod_{i=1}^4 (v_* - \alpha_i) \quad \dots\dots (5.19)$$

$$K(\alpha) = a_1 \prod_{i=1}^4 (\alpha - \alpha_i) \quad \dots\dots (5.20)$$

$$M(\alpha) = B_1 \alpha^3 + c_2 \alpha \quad \dots\dots (5.21)$$

であり、また、

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= Q_* B_1, & a_2 &= -2A_* Q_* B_1, \\ a_3 &= Q_* (A_*^2 B_1 + c_2), & a_4 &= -2A_* Q_* c_2, \\ a_5 &= A_*^2 Q_* c_2 - c_1/B_2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (5.22)$$

である。 $R_e [\cdot]$ は $[\cdot]$ 内の実部を表わす。これによって、砂れきの移動速度を移動距離の関数として次の形式で表示できる。

$$v_* = s(v_*, v_{*0}) \quad \dots\dots\dots (5.23)$$

これは式 (5.17) を v_* について解いたものであり、いま $v_{*0} = 0$ の場合に対して計算した結果を Fig. 23 に実線で示した。これは実験結果と良好に一致している。

さらに $v_{*0} \neq 0$ の場合、すなわち突起と衝突してから後、次の突起までの運動についても同様に検証を行った。すなわち、突起との衝突位置を $x_* = 0$ とし、 x_* の各位置での移動速度の実測値を検査し平均値 $E[v_*(x_*)]$ を求めた。この結果は Fig. 24 に示され、同図中に式 (2.17) による計算曲線を併示した。計算曲線を得るに当たっては初速度 v_{*0} を確定値として与えた（ここでは衝突直後の平均速度が $\bar{v}_3 = 1.2u_*$ であることから 1.0, 1.5 の 2 種類を設定した）が、厳密には v_{*0} の分布を次のように考慮すべきである。すなわち初速度（衝突直後の速度）の分布の確率密度関数を $g_0(v_{*0})$ とすると、砂れきが次の突起粒子に衝突するまでの限度内の距離 x_* の位置での砂粒の速度分布の条件付確率密度関数 $\bar{g}(v_*|x_*)$ は次のように表わされる。

$$\bar{g}(v_*|x_*) = g_0(s(v_*, x_*)) \cdot \left| \frac{\partial s(v_*, x_*)}{\partial v_*} \right| \quad \dots\dots\dots (5.24)$$

ただし、 $s(v_*, x_*)$ は式 (5.23) を初速度 v_{*0} について解いたものである。これを用いて $E[v_*(x_*)]$ は厳密には次式の積分で与えられる。

$$E[v_*(x_*)] = \int_0^\infty v_* \bar{g}(v_*|x_*) dv_* \quad \dots\dots\dots (5.25)$$

上式の積分は複雑で困難であるのでここでは上述のような近似計算を行ったが、概ね砂れきの運動の平均的挙動は記述されていると言える。

さて、先にも述べたように運動の基礎式は確率微分方程式で変動性状を含めて解かれねばならないが、上述のように平均的挙動はかなり確定的な扱いで求められた。一方変動成分は理論的に求めるのが困難で、ここでは実験的検討にとどめる。

Fig. 25 は砂れきが移動を開始して最初の突起に衝突するまでの過程についてその速度の変動係数を各断面で調べたものである。これによると移動速度の変動係数の値は約 0.25 の一定値となっている。一方、突起間で運動過程にある砂れきの移動速度の変動係数は Fig. 26 に示される。これによると衝突直後では 0.7 であり、流送されるとともに減少し、0.2 程度にまで小さくなる。この初期値 0.7 は先に述べた

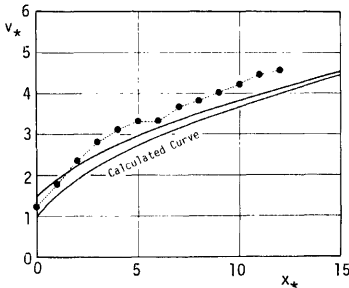


Fig. 24 Ensemble mean of the variation of particle velocity after collision to the next collision on an alluvial bed.

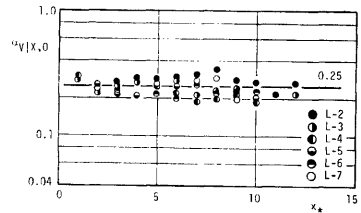


Fig. 25 Variation coefficient of particle velocity from incipient motion to the first collision.

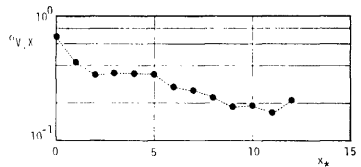


Fig. 26 Variation coefficient of particle velocity from a collision to the next collision on an alluvial bed.

衝突直後の速度の変動係数 α_{v_3} であり、 $x \rightarrow \infty$ の漸近値は Fig. 25 に示された衝突の影響を受けない状態の変動係数と同一と見なされ、これは床面との摩擦、流体力の変動特性等で決定される固有の値で、衝突によって変動程度の大きくなった砂れきの運動も、流送中にこの値に漸近する。ただし、平均的にみて粒径の6倍程度で再び突起と衝突するので0.2程度まで変動係数が減じるのはむしろ稀である。

ところで、粒径の6倍程度の位置での砂れきの移動速度の変動係数は Fig. 26 をみてわかるように約0.3となっており、これは先に述べた衝突直前の砂れきの速度のそれとほぼ一致している。

すなわち水流による流体力の変動特性と床面の摩擦特性とから決定される速度の変動係数は約0.25であるが、床面に散在する突起との衝突によって強制的に変動が増大させられ、0.7程度の値にまでなる。しかし、突起を乗り越して再び流送されている間に衝突履歴は薄れ、再び0.25なる固有の値に漸近するように減少し、次の突起との衝突直前には約半分程度(0.35)になるといった機構が明らかにされた。こうした繰り返により、任意断面での運動砂れきの移動速度の変動係数は約0.5程度となっている³⁾。

このように不規則な砂れきの掃流過程における運動性状が力学的アプローチと確率論的アプローチの結合によってこれまで以上に適確かつ合理的に表現でき、今後の掃流過程を基礎とした諸現象の取り扱いの展望が得られた。本論文の次章ではこうした両アプローチの結合としての流砂法則の定式化の第一歩として上述の不規則運動機構の説明を試みる。

6. 掃流砂れきの移動速度に関する確率論的考察

本論文の前章までで明らかにされたように、掃流砂れきの運動は床面に散在する突起砂れきとの衝突によって特徴づけられ、その衝突特性が突起高さ及び突起間隔とそれらの分布に支配されている。本章では掃流砂れきの運動を統計力学的手法で正当に記述するための基礎として、砂れきの移動速度を対象とした確率論的な検討を行う。

これまでも述べたように、掃流機構に占める衝突過程の役割は重要で、この衝突過程の検討には突起の分布など床面の物理的(幾何的)性状とともに、衝突直前の砂れきの速度分布についての情報が必要で、これらが任意の位置での砂れきの速度分布ひいては step length の分布、流砂量の分布を考察する際の重要な要素となる。

さて、初速度 v_{*0} (v_* は砂れき速度を摩擦速度で無次元化したもの、また添字0は初期値すなわち $t=0$ の値を示す) で移動を開始した砂れきが床面に散在する有効突起と衝突することなく x_* (距離 x を粒径 d で無次元化したもの) だけ移動した後の砂れきの速度分布の確率密度関数を $f_{v|x, v_0}(v_*|x_*, v_{*0})$ と表示すると、第1番目の突起との衝突直前の速度分布の確率密度 $g_1^*(v_{*1})$ は次式で与えられる。

$$g_1^*(v_{*1}) = \int_0^\infty f_{v|x, v_0}(v_{*1}|X_*, 0) f_X(x_*) dX_* \quad \dots\dots\dots (6.1)$$

ここに X_* は無次元突起間隔、 $f_X(\cdot)$ はその確率密度関数であり、また上付添字は衝突した突起の番号、下付添字の1は衝突直前の砂れきについての量であることを示す。さて、この衝突後の速度分布の密度関数 $g_3^*(v_{*3})$ (下付添字3は衝突後の、正確には突起乗り越し後の粒子についての量であることを示している) は、衝突による v_{*1} から v_{*3} への速度の推移確率 $h(v_{*3}|v_{*1})$ を用いて、

$$g_3^*(v_{*3}) = \int_0^\infty h(v_{*3}|v_{*1}) g_1^*(v_{*1}) dv_{*1} \quad \dots\dots\dots (6.2)$$

と書ける。

突起乗り越し後は、その直後の速度 v_{*3} を初速度として再び流体力によって加速されながら流送される。従って第2番目の突起への衝突直前の砂れきの速度の分布は次のように表わされる。

$$\begin{aligned}
 g_1^2(v_{*1}) &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} g_1^1(v_{*3}) f_{v|x,v_0}(v_{*1}|X_{*}, v_{*3}) f_X(X_{*}) dv_{*3} dX_{*} \\
 &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} g_1^1(v_{*1}') h(v_{*3}|v_{*1}') f_{v|x,v_0}(v_{*1}|X_{*}, v_{*3}) f_X(X_{*}) dv_{*1}' dv_{*3} dX_{*} \\
 &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f_{v|x,v_0}(v_{*1}'|X_{*}', 0) f_X(X_{*}') h(v_{*3}|v_{*1}') f_{v|x,v_0}(v_{*1}|X_{*}, v_{*3}) \\
 &\quad f_X(X_{*}) dX_{*}' dv_{*1}' dv_{*3} dX_{*} \dots\dots\dots (6.3)
 \end{aligned}$$

同様の考察を進めると、一般に第 $(i+1)$ 番目の突起との衝突直前の砂れきの速度分布は次のような漸化式形式で表わされる。

$$g_1^{i+1}(v_{*1}) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} g_1^i(v_{*1}') h(v_{*3}|v_{*1}') f_{v|x,v_0}(v_{*1}|X_{*}, v_{*3}) f_X(X_{*}) dv_{*1}' dv_{*3} dX_{*} \quad (i \geq 1) \dots\dots\dots (6.4)$$

なお、衝突直後の速度分布はさらに衝突による速度変化の推移確率によって次のように表現される。

$$g_1^{i+1}(v_{*3}) = \int_0^{\infty} g_1^{i+1}(v_{*1}) h(v_{*3}|v_{*1}) dv_{*1} \dots\dots\dots (6.5)$$

ただし、突起間隔 $\{X_{*}\}$ はどの区間でも同一の分布に従い、かつ互いに独立であるとする。

このとき式 (6.4) によって突起への衝突直前の砂れきの速度分布が逐次計算できる。すなわち、衝突直前の砂れきの速度分布の密度関数 $g_1(v_{*1})$ は突起間隔の確率密度関数 $f_X(X_{*})$ 、突起との衝突に起因する

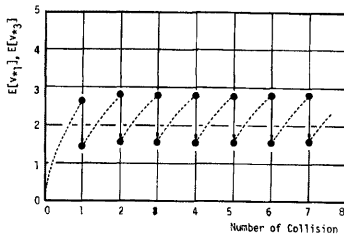


Fig. 27 Calculated expected values of the velocities of a particle before and after collision.

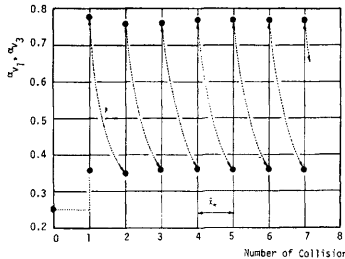


Fig. 28 Calculated values of variation coefficients of the velocities of a particle before and after collision.

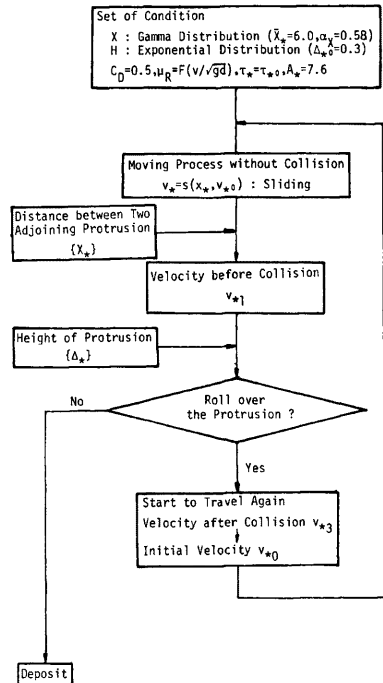


Fig. 29 Flow-chart for a numerical simulation.

速度変化についての推移確率 $h(v_{*3}|v_{*1})$ 及び初速度が与えられたとき衝突しないで x_* だけ移動した後の速度の確率密度関数 $f_{v|x,v_0}(v_{*3}|x_*, v_{*0})$ の3者で決定される。これらはすでに前章までの詳細な砂れき運動の観察及び衝突過程、運動過程の力学的検討によって明らかにされており、それぞれ式 (4.3), 式 (5.11) 及び次式で与えられる。

$$f_{v|x,v_0}(v_{*3}|x_*, v_{*0}) = \left[\frac{16}{s(x_*, v_{*0})} \right]^{15/\Gamma(16)} v_{*3}^{15} \exp \left\{ -\frac{16v_{*3}}{s(x_*, v_{*0})} \right\} \dots\dots\dots (6.6)$$

上式は第5章 (2) 節の結果をまとめたもので、 $s(x_*, v_{*0})$ は式 (5.23) で与えられるものである。

これらを用い、式 (6.4) 及び式 (6.5) を数値計算し、衝突直前及び衝突直後の砂れきの速度の期待値と変動係数を求めた。この計算の結果は Fig. 27 及び Fig. 28 に示される通りで、期待値、変動係数とも数回の衝突で平衡値に達しており次の結果が得られた。

$$\bar{v}_{*1} = 2.80, \quad \alpha_{v1} = 0.36 \dots\dots\dots (6.7)$$

$$\bar{v}_{*3} = 1.20, \quad \alpha_{v3} = 0.77 \dots\dots\dots (6.8)$$

これらの結果は第4章に示した実験結果と良く一致しており、前章及び本章で展開したモデルあるいは式 (6.4) 及び式 (6.5) の妥当性が検証された。

このような取り扱いを進めることによって、任意の位置での速度分布ひいては流砂量の場所の変動あるいはいわゆる stochastic model¹⁾ における step length についての考察が可能と考えられ、さらに継続した研究が望まれる。ここでは最後にこれまで論じたような掃流砂運動のモデルにもとづいた数値シミュレーションを示す。シミュレーションの手順は Fig. 29 のフローチャートに示す通りであり、本論文での検討のもとづいた河床面凹凸、衝突過程、運動過程のモデルが組み合わされている。

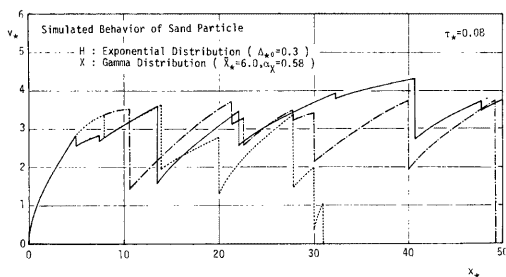


Fig. 30 An example of numerical simulation for bed load particle behaviors.

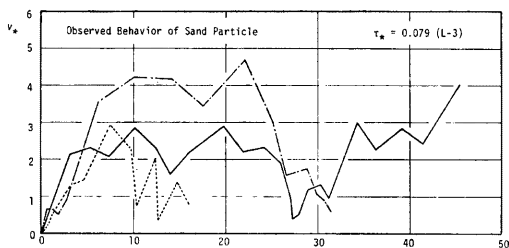


Fig. 31 Observed behavior of bed load particles on alluvial bed.

数値シミュレーションの結果の一例を Fig. 30 に示した。この例は $\tau_*=0.08$ のもので実測されたほぼ同一条件の結果が Fig. 31 に比較して示されている。これを見ると、本論文で考察したモデルで砂れきの不規則運動性状がかなり忠実に表現されていると言って良い。ただし、シミュレーション結果にせよ、実測結果にせよ、確率的集団の幾つかの標本が得られているだけで、これらの個々の運動がアンサンブル的に一致していると判断される。

7. 結 論

本論文では砂れきの不規則な運動性状そのものが流砂の本質的特徴であるとの考えからこれを詳しく調べ、そのモデル化を試みた。こうした取り扱いから、流砂運動の検討、解析では確率論あるいは確率過程論的な現象理解または定式化が単に優れているだけでなく、必須なものであることが明確にされ、これによって個々の砂れきの運動の特性を保有したまま全体としての流砂の挙動を表現できることが示唆された。

とくに本論文では掃流砂れきの運動を極端な変動を与える衝突過程と、流体力によって加速されながら流水の乱れと床面摩擦のゆるやかではば均質な変動の影響を受けて流送される過程とに分け、これらの過程の力学的な機構の検討とともにその変動に対する確率論的な解析を行った。これによって砂粒運動の表示が一段と明晰なものとなったが、今後さらに定式化の面での整理、流砂量分布、砂面高の変化・変動などへの応用、従来の流砂モデルの中では比較的すぐれているいわゆる stochastic model¹⁾との関連等について研究を進めていく予定である。

なお、本研究の遂行に当り多大のデータ整理を手伝っていただき実験、図面作成にも協力いただいた当時の京都大学工学部学生村上正吾君に謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) Einstein, H.A.: Der Geschiebetrieb als wahrscheinlichkeitsproblem, Mitteilung der Versuchsanstalt für Wasserbau an der Eidgenössische Technische Hochschule in Zurich, Verlag Rascher & Co., 1937, 110p.
- 2) Nakagawa, H. and T. Tsujimoto: A stochastic model for bed load transport and its applications to alluvial phenomena, Proc. US-Japan Binational Seminar on Erosion and Sedimentation, Chapter 11, Hawaii, USA, 1978, 54p.
- 3) 中川博次・辻本哲郎・宮本博司：16 mm 撮影による掃流砂運動の特性量解析と流砂の平衡状態について、京都大学防災研究所年報，第21号 B-2，1978，pp. 407～421.
- 4) 中川博次・辻本哲郎：水流による砂れきの移動機構に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第244号，1975，pp. 71～80.
- 5) 中川博次・辻本哲郎：掃流過程に対する確率モデルとその一般化，土木学会論文報告集，第291号，1979，pp. 111～121.