



解説

輻射再吸収とプラズマ分光診断

門 信一郎¹⁾, 後藤基志²⁾, 澤田圭司³⁾, 岩前 敦^{4)*}, 蓮尾昌裕⁴⁾

¹⁾東京大学大学院工学系研究科, ²⁾核融合科学研究所, ³⁾信州大学工学部, ⁴⁾京都大学大学院工学研究科

(*現所属: 日本原子力研究開発機構核融合研究開発部門)

(原稿受付: 2010年10月8日)

プラズマからの発光を分光観測することで、電子温度・密度、外場等のプラズマパラメータや発光粒子のダイナミクスを調べるいわゆるプラズマ分光診断が、非侵襲なプラズマ診断法の一つとして利用されている。しかし、通常の解析モデルにおいて無視されている輻射再吸収の効果を安易に扱うと、観測対象としているプラズマの理解を損ねる場合がある。本解説では、プラズマ分光診断への輻射再吸収の影響およびその取り扱いに関する取組みを、光学的な厚さが無視できない直線型ダイバータ模擬装置や高密度 LHD プラズマでのプラズマ分光計測を例に紹介する。さらに、プラズマの非等方性について知見を与えるプラズマ偏光分光の概要を紹介し、偏光観測における輻射再吸収の影響に言及する。

Keywords:

plasma spectroscopy, collisional-radiative model, radiation reabsorption, escape factor, radiation transport, polarization, anisotropy

1. はじめに

プラズマからの複数の発光線（輝線）を観測し、その強度比に対して衝突輻射（CR）モデルによる解析を行うことで電子温度・密度を求める手法が、非侵襲なプラズマ診断法[1, 2]の一つとして用いられるようになってきた。また、高分解なスペクトル形状の計測により、LHD等では発光位置での磁場や発光原子の速度分布が評価されている[3, 4]。さらには、発光線の偏光計測によりプラズマ中の電子速度分布の非等方性が推定されるようになってきた[5]。

これらのプラズマ分光診断の基本的な解析モデルにおいては、観測される発光は観測対象とする原子・イオンからの直接発光であることが仮定されている。しかし、必ずしもその仮定は妥当ではない。プラズマ自体もしくはその周りの原子ガスの光学的な厚さが無視できない場合には、観測（したいと考える）領域からの発光の一部が途中で吸収される。また、観測領域からの発光の起源が、プラズマの他の領域からの発光を吸収したあとの再発光かもしれない。このような輻射再吸収の効果[6]は、プラズマの高密度化が進むにつれ、またプラズマ分光診断が高精度になるにつれ、無視できないものになっている[7-9]。

図1に本解説でたびたび登場するヘリウム原子について、そのグロトリアン図を示す。ヘリウム原子は核融合プラズマに必ず登場するだけでなく、その発光はCRモデルの典型的な適用対象として関心を持たれている。主にプラズマ分光診断に利用される可視域の発光線は、上準位から主量子数 $n=2$ の準位への遷移によるものであるが、こ

のうち1P状態にある上準位からの発光は、プラズマ周辺に多数存在する基底状態原子と共鳴遷移で結ばれているため、輻射再吸収の影響を受けやすいことがわかっている。

本解説では、このようないくつかの系におけるプラズマ

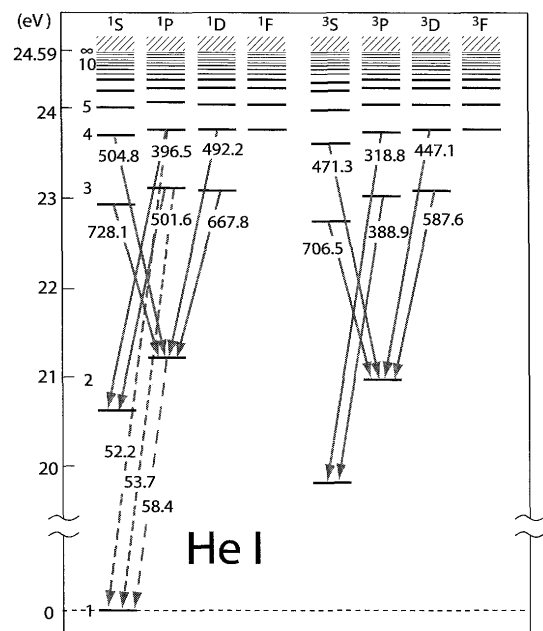


図1 ヘリウム原子のエネルギー準位図。 $n=3, 4$ から $n=2$ への遷移を実線で示すとともに対応する発光線の空気中での波長 (nm) を付している。同様に、強い輻射再吸収が予想される共鳴線 ($n=1$ への遷移) を破線で示す。共鳴線は真空紫外領域にあり、真空中の波長を付している。

Radiation Reabsorption in Plasma Spectroscopy

KADO Shinichiro, GOTO Motoshi, SAWADA Keiji, IWAMAE Atsushi and HASUO Masahiro

authors' e-mail: kado@n.t.u-tokyo.ac.jp, goto@nifs.ac.jp, ksawada@shinshu-u.ac.jp, iwamae.atsushi@jaea.go.jp, hasuo@kues.kyoto-u.ac.jp

分光診断の例を示しつつ、その中で現れる輻射再吸収の効果を紹介し、その重要性を啓発するとともに、骨のある問題として若い人の挑戦を喚起したいと考える。

2. 直線型ダイバータ模擬装置における衝突輻射モデルと輻射再吸収

2.1 はじめに

核融合炉内では、重水素と三重水素の核融合反応によりヘリウムが生成される。したがって核融合プラズマは元来水素-ヘリウム混合プラズマとなっている。そこで、ヘリウムからの輝線の強度比（ないし占有密度比）を、励起準位の占有密度を記述するCRモデル[10]と比較することによって電子温度 T_e 、電子密度 n_e を決定する手法が提案されている[11]。しかしながら電子温度が低く、ガスパフやリサイクリングにより中性粒子密度が高い境界層・ダイバータプラズマでは、従来のCRモデルでは無視されてきた光子の吸収過程（輻射再吸収あるいは輻射捕獲といわれる）が励起準位分布に影響を与える。光子の吸収過程は放出過程を減少させる効果を与えるため、自然放出係数（アインシュタインのA係数）に実効的減少度を与えるオプティカルエスケープファクタ（以下、エスケープファクタ） Λ を乗ずることによりCRモデルの中に組み込むことができる。ただしその導出過程には多くの仮定が含まれるため、安易に利用すると思わぬ誤差を引き起こすおそれがある。

本解説では、直線型ダイバータ模擬装置MAP-II（東京大学）における成果を中心に、NAGDIS-II（名古屋大学）、PISCES-A（アメリカUCSD）の結果も参照し、中性粒子密度の高いプラズマにCRモデルを適用する際の必要な知見について述べる。

2.2 輻射再吸収を考慮したCRモデルの使用法

CRモデルとは、励起準位の占有密度（ポピュレーション）に関する励起・脱励起等素過程のレート方程式の定常解から、それぞれの励起準位密度を得る手法である。

He I CRモデル[10]をプラズマ診断に利用するには、まず、輝線対の選択が重要である。「線強度比法」とも呼ばれ、強度比（占有密度比）の T_e （または n_e ）への感度を利用するため、 T_e 、 n_e に対する強度比（占有密度比）の等高線表示を用いるのがもっとも簡明な判定方法である。

輝線対の選択基準としては、いくつかのケースがある。具体的には、1章の図1（He Iエネルギー準位）および本章2.4節の図2（占有密度比等高線）を参照されながら読んでいただければ実感しやすいであろう。

(i) T_e （または n_e ）軸に平行な等高線が存在する場合：

T_e 軸に平行な直線は T_e の変化に依存しないため、もう一方の軸すなわち n_e の値と占有密度比がそのまま対応する。このような輝線対は n_e 計測に用いることができる。同様に n_e 軸に平行な占有密度比等高線を有する輝線対があれば、それは T_e 計測に用いることができる。このときの平行度が推定する値の誤差を与えることになる。ただし、求めたいパラメータ領域において等高線高の変化が強度の計測精度の幅に比べ十分急である必要がある。

(ii) 平行な等高線はないが、逆傾向の等高線が存在する（交

点がある）場合：

2元連立方程式のように2対の占有密度比等高線の交点から、 T_e と n_e が同時に決まる。したがって、1つの占有密度比の変化をどちらか一方のパラメータの変化に結びつけないよう注意すべきである。

(iii) 明確な依存性がない場合：

複数の計測占有密度比の評価関数に対する最小二乗フィッティングの収束特性を調べる。評価関数としては測定占有密度比とCRモデルによる計算値との差の2乗和を最小にすればよい。場合によっては重みの付け方によって、縮退度で除した占有密度の比を用いる、対数を取ったものを用いる等の方法が採用されている。

励起断面積のエネルギー依存性は閾値より高いところで、1重項ではなだらかに減衰し、3重項ではやや急に減衰する。したがって、1重項と3重項の比をとると、電子のエネルギー分布関数の影響を受けやすく、結果、電子温度に依存性のある輝線対となる。逆に1重項同士、3重項同士の輝線対をとると、励起の頻度は衝突回数に依存するため、電子密度の影響が大きい。

輻射再吸収が重要な素過程となる「光学的に厚い」条件では、素過程のうち、基底準位と光学的に結合している（選択則をみたす）共鳴遷移について、自然放出係数 A を輻射再吸収による減少割合、すなわちエスケープファクタ(Λ)を乗じた ΛA に置き換える（著者らは $n=2$ から7まで採用しているが、実際は計測する n 程度まであれば大差ない）。エスケープファクタは「光学的厚さ」といわれる、輻射再吸収の寄与の指標となる物理量 τ の関数として表せる。 $\tau \ll 1$ なら $\Lambda = 1$ すなわち光学的に薄く、 $\tau > 1$ なら $\Lambda \ll 1$ より ΛA が小さく、すなわち光学的に厚くなる。ただし、エスケープファクタの関数形は、次節に示すよう、適用するモデルや仮定する条件によって異なる。

2.3 エスケープファクタの関数形

本節では、円筒型プラズマによく用いられるプラズマ中心部のエスケープファクタの関数形について紹介する。

付録Aにエスケープファクタを導出する2種類のアプローチ、すなわち直接積分法と固有モード展開法を示した。そこから推察できるよう、そもそも、上準位の空間分布を既知とすると、任意の位置におけるエスケープファクタを計算するにはかなりの労力が必要である。そこで歴史的には、モデルを単純化して比較的容易に計算を実行できるように種々の仮定がおかれている。

スペクトル形状がガウス型（つまりドップラー広がりできまる）で空間一様（つまり温度が空間で均一）、かつ誘導放出が無視できる（つまり上準位密度が小さい）場合、光学的厚さ τ は付録の式(A-19)より、 A_M を質量数（Heでは4）とし、SI単位系で

$$\tau (= \tau_{pq0}) = 1.16546 \times 10^{-8} f_{pq} \lambda_{qp} \sqrt{\frac{A_M}{T_p}} n_p L_q \quad (1)$$

と書けるため、エスケープファクタを記述するパラメータは下準位 p の温度 T_p [K]、密度 n_p [m^{-3}]および上準位 q に関するモデル境界までの長さ L_q [m]（これを輻射捕獲半

径と呼ぶ)である。 f_{pq} は $p \rightarrow q$ 遷移の振動子強度でHe I (1^1S-2^1P)の場合, 0.27625である(概ね強い輝線は0.1-1のオーダーである)。そこで, $f_{pq} \sim 1$, $T_p = 400$ K, $\lambda \sim 100$ nm とすると, $\tau \sim 10^{-16} n_p L_q$ 程度である。したがって1 mTorr 程度のガス圧力でも十分に光学的に厚い($\tau > 1$)領域に入りうる。

以下, 具体的なエスケープファクタの関数形を見てみよう。

例えば, 固有モード展開法を用いて具体的に解くには, 境界条件としてプラズマ形状を仮定する。円筒型プラズマの場合, 最低次の固有関数は釣り鐘型であり, ベッセル関数を用いて書ける。固有値, すなわちエスケープファクタの数値解がPhelps[12]らにより提示され, Fujimoto[13]により利用しやすい近似式

$$A_{P-F}(\tau) = \frac{1.92 - 1.3(1 + \tau^{1.2})^{-1}}{(\tau + 0.62)(\pi \ln(1.357 + \tau))^{0.5}} \quad (2)$$

が提案された(以降Phelps-Fujimoto, P-F)。導出の経緯から, この式は上準位の半径方向分布が釣り鐘型の場合に用いることができるエスケープファクタである。上準位の空間分布が用いた固有関数に一致していれば固有値であるエスケープファクタは空間一様である。しかし実際には境界付近の誤差等の影響で完全にはならない[14]。

一方, Otsuka[15]は直接積分法を用いた。上準位と下準位の比が一定, (すなわち下準位が一様なら, モデル境界まで上準位も一様な矩形分布)かつガウス型スペクトル形状の場合に得られる円筒型プラズマの中心におけるエスケープファクタの数値解に対し, Iida[16]はPhelps-Fujimotoの関数形を利用し同様の近似式を提案した(以降Otsuka-Iida, O-I)。

$$A_{O-I}(\tau) = \min \left(1, \frac{3.811 - 3.284(1 + (a\tau)^b)^{-1}}{(a\tau + 0.429)(\pi \ln(b + a\tau))^{0.675}} \right), \quad (3)$$

ただし, $a = 2.658$, $b = 1.499$ (文献[16]の該当する式は誤植あり)。直接積分法の場合, 上準位空間分布(固有関数)に対応する固有値としてエスケープファクタを得ているわけではないので, 一般に得られるエスケープファクタは空間分布をもつ。

問題は, どちらの式を使うべきか, あるいは, 自分たちの系はこの式の適用条件を満たしているのか, ということである。この本質的な命題についての著者らが出した解答は2.5節に述べる。

2.4 エスケープファクタによる衝突輻射モデルの修正

HeIの可視分光では下準位は $n = 2$ ($1^1S, 1^1P, 3^1S, 3^1P$)である。上準位は $n \geq 3$ であるが, 発光は $n = 2$ と許容遷移であるS, P, D項に限るため, 上準位が決まると, 下準位の $n = 2$ の項および対応する波長は一意に決まる。そこで輝線の識別ラベルとしてしばしば上準位の項が採用される。

可視光に対するエスケープファクタはほぼ1であり, 光学的に薄いといってよいが, 輻射再吸収の影響は基底準位 1^1S と n^1P 準位との光学的許容遷移(真空紫外領域)に起こり, n^1P 準位の占有密度が衝突により各準位に分配されていく。したがって, 1重項と3重項の占有密度比を用いる

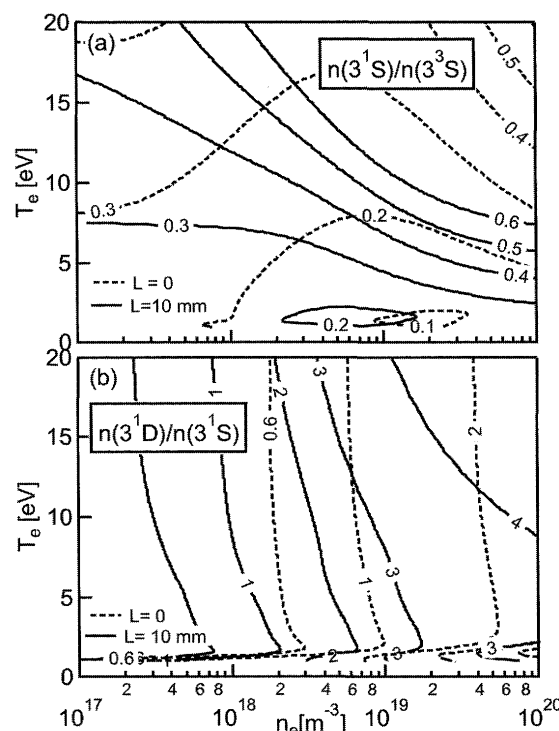


図2 He含有プラズマのパラメータに広く用いられている占有密度への輻射再吸収の影響。(a) $n(728.1 \text{ nm}; 3^1S)/n(706.5 \text{ nm}; 3^3S)$, (b) $n(667.8 \text{ nm}; 3^1D)/n(728.1 \text{ nm}; 3^1S)$ 。

T_e 計測への影響が顕著である。

ダイバートプラズマを想定し, $T_e = 1-20$ eV, $n_e = 10^{17-20} \text{ m}^{-3}$ において輻射再吸収による占有密度比等高線の変化を具体的に見てみよう。エスケープファクタは圧力10 mTorr, 原子温度400 K(水素分子回転温度[17]に基づく), $L_q = 10$ mmとしたOtsuka-Iidaの式(3)を採用している。

図2(a)に示すよう, Schweer[11]が T_e 計測用に提案した占有密度比 $n(728.1 \text{ nm}; 3^1S)/n(706.5 \text{ nm}; 3^3S)$ は低温領域では光学的に薄くても(点線) n_e 軸に平行とは言えず, この領域での誤差は8 eV程度にまでなる。 n_e 軸への平行が維持されているのは $3-8 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$ に限定される。さらに, 輻射再吸収(実線)によって等高線が大幅に変形されるので, もはや T_e 計測用の輝線対とはいえなくなっている。

図2(b)に示した n_e 計測用輝線対として提案されている占有密度比 $n(667.8 \text{ nm}; 3^1D)/n(728.1 \text{ nm}; 3^1S)$ においても, 等高線が低電子密度側に移動し, かつ T_e 軸に対し傾いてくる。しかも, 高電子密度領域では $n(3^1S)/n(3^3S)$ の等高線と傾きが近くなってくるため, 連立方程式(ii)の方法でも感受性が悪くなってくるおそれがある。

Sasakiらはダイバート模擬装置等の低温のプラズマにおいて $n = 4$ の輝線群を用いることを提案し, 占有密度比 $n(501.6 \text{ nm}; 3^1P)/n(492.2 \text{ nm}; 4^1D)$ に輻射再吸収の効果が現れることを示した[18]。この輝線対でも, 各自の装置に適用する際には, 条件に応じて占有密度比の等高線表示を行い, 適用可能性を検証しておくことが必須である。一般に3重項同士の比の場合輻射再吸収の影響を受けにくい,

感受性（パラメータ変化に対する占有密度比の変化が十分かどうか）に関する評価も不可欠である．例えば文献[19]の輝線対は実用には不向きである．

2.5 エスケープファクタの τ 相似性

線積分計測であれば占有密度比は中心の発光の強い領域の値を反映するので，中心のエスケープファクタを用いてもさほど悪い近似ではなかった．しかしながら，導出過程に基づくと，厳密には上準位の半径方向分布が釣り鐘型ではない場合には Phelps-Fujimoto の式は使えず，一様分布でない場合には Otsuka-Iida の式は使えない，ということになる．

図3(a)に両エスケープファクタを τ の関数として表す．あわせて，ガウス型の上準位分布におけるプラズマ中心のエスケープファクタ計算結果も記載する．これらの関係はガウス型の上準位分布に用いた τ を τ_G と書くと，

$$\Lambda_G(\tau_G) \approx \Lambda_{P-F}(1.25\tau_G) \approx \Lambda_{O-I}(0.52\tau_G) \quad (4)$$

で結びつけられる． τ 軸の定数倍でこれらの表現が一致することから， τ に関して相似であると表現してよいであろう． τ の主たる曖昧さは輻射捕獲半径 L_q によるものなので，仮に中心において同じエスケープファクタを与える上準位分布と輻射捕獲半径を求めると図3(b)のようになる．この図の意味するところは， $1/e$ 長さを単位長($L_q = 1$)とするガウス分布は， $L_q = 0.52$ とした Otsuka-Iida の式，および $L_q = 1.25$ とした Phelps-Fujimoto の式が中心において同じ輻射場強度を与える結果，エスケープファクタも等しくなるということである（付録式(A-7)の $r=0$ に相当）．

逆に，たとえ上準位空間分布の形状がガウス型であって Phelps-Fujimoto の式も Otsuka-Iida の式にも当てはまらない場合であっても， L_q を図3(b)のグラフの関係に従い適当な値に選ぶと，採用すべき τ を推定することができる．

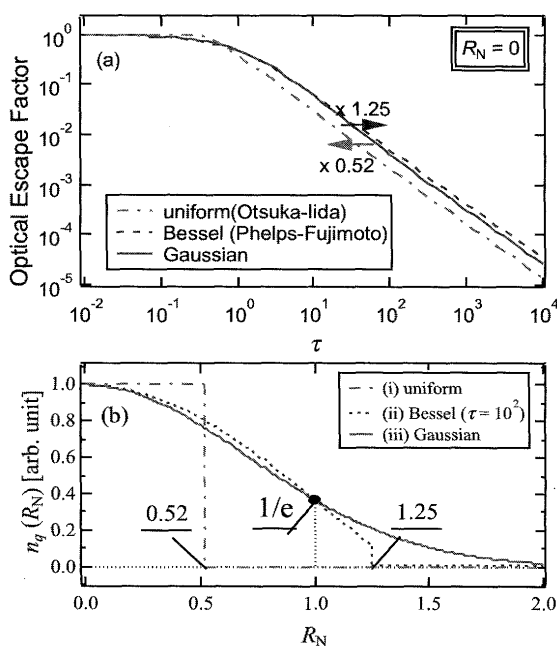


図3 (a) プラズマ中心におけるエスケープファクタの光学的厚さ τ への依存性．(b) 同じエスケープファクタを与える分布例．

その場合， L_q は各輝線によって異なる値をとり得るし，実際のプラズマの大きさや容器の大きさとも異なった長さになる．

2.6 輻射再吸収効果の実験的検証

輻射再吸収を取り入れたCRモデルをMAP-IIのヘリウム放電に利用したものに，Iidaら[7]がある．MAP-II装置の概要については本学会誌にレビュー論文がある[20]．この文献では， L_q の値がモデル依存であることを認識し， n_p ， L_q をフリーパラメータとして扱い評価値の違いを論じている．その結果を図4に示す．

具体的には，Otsuka-Iidaの式を用いて L_q としてMAP-II装置におけるプラズマサイズ25 mmおよび容器サイズ250 mmの場合を比較した． $L_q = 0$ は輻射再吸収を考慮しない従来のCRモデルによる結果である．このように， n^1P ， n^1D における計算値と実験値のずれが輻射再吸収を導入することにより大きく解消されることが示された．当時はこの図の 1D 系列を根拠に，MAP-IIプラズマの中心を通る計測コードにおいては， L_q としてプラズマ半径程度(25 mm)をとるのが適当であろうとの指針を得たが， L_q の取り方については任意性が残され，それによって電子密度の評価値が影響を受けることが指摘された．

一方，Nishijima[21]らは，PISCES-A装置において実測した原子温度(4D のドップラー広がり)，および L_q としてプラズマ径(20 mm)ではなく容器径(100 mm)を使うことで，Otsukaの式[15]が使えると結論づけた．確かに，文献[21]のFig. 7(b)をみると，実測した原子温度を用いて， τ の曖昧さを減らす役割を果たしており，プローブの値によく合っている．ただし，モデルの普遍的な適用性の観点からは， $n = 3$ 以上の励起準位分布の広がりが20 mm程度(釣り鐘型よりガウス型に近い)であるのに対し， $n = 2$ の分布が容器全体に広がっているとは考えにくい

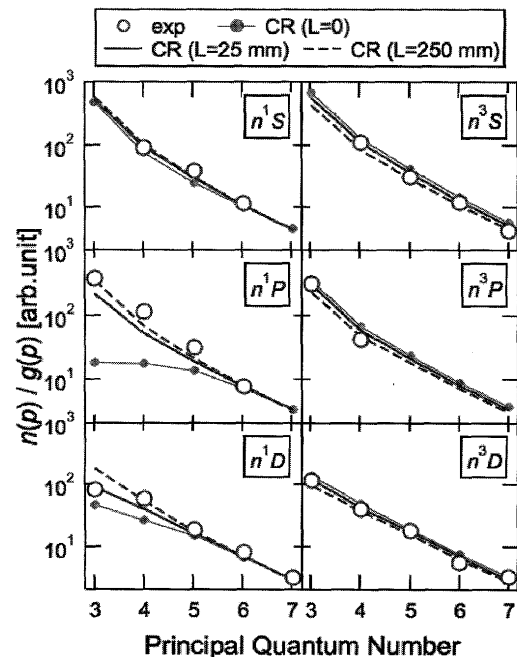


図4 He I 占有密度への輻射再吸収の影響．(文献[7]Fig. 2より修正)．

め、現時点の知見から判断すると、自己完結した解析モデルとは言いがたい。しかしながら、 τ の相対的变化によるエスケープファクタの変化が始めて実験的に示されたものといえる。次節に述べる effective-L の方法の視点からは、圧力が既知の場合、式(1)より τ は $T_p^{-3/2}$ に比例するため、2倍の原子温度を採用することは、原子温度を固定し L_q を1/2.8にするのと等価であると解釈できる。

従来、利用しやすい形のエスケープファクタ空間分布を得るモデルが存在しなかったため、仮に Phelps-Fujimoto や Otsuka-Iida の式を中心部からの光子の流入が多いプラズマ周辺部に適用すると、輻射再吸収の効果が過小評価となる結果、 T_e の計測結果がプローブによる計測値と較べて異常に高くなってしまいうことが複数の装置で報告されている。NAGDIS-IIにおける観測例(文献[22]Fig. 7(b))もその1つである。さらに He 原子密度空間分布の評価値、He-H₂混合プラズマにおけるガス組成比空間分布の評価にも影響することが MAP-II プラズマで確認されている[17]。

この原因として、周辺部はプラズマ中心からの強い輻射を受けるため、光学的により厚い状況におかれていると推測できる。輻射再吸収過程における「光学的に厚い」とは、局所的な衝突輻射過程において、大域的な輻射再吸収の寄与が多い、という意味であり、吸収媒体における光の吸収(下準位の広がり)のことではないことに留意されたい。すなわち、周辺における τ として適切な値は、中心における τ よりも大きく、 Λ が小さい、ということである。

2.7 実効的輻射捕獲半径を求める方法

輻射再吸収を考慮に入れると CR モデルによる励起準位

密度は n_e , T_e , $\Lambda(\tau(n_p, T_p, L_q))$ の関数となる(τ の変数は式(1)参照)。そこで図5に横軸を n_e , 縦軸を T_e あるいは L_q として $n(501.6\text{ nm}; 3^1\text{P})/n(396.5\text{ nm}; 4^1\text{P})$ の等高線を示す。圧力 9.6 mTorr, 原子温度は 400 K とし, Otsuka-Iida の式でエスケープファクタを求め, CR モデルに組み込んだ。この図からわかるように, 比較的ガス圧が高く, 輻射再吸収過程が効きやすい条件でも, $n(3^1\text{P})/n(4^1\text{P})$ は 2-8 eV (低電子温度の電離進行プラズマ程度)において T_e への感受性がなく, n_e と L_q に依存する[23]。すなわち, 別の測定手段で n_e が決まれば, 実効的な L_q (effective-L)を実験的に決定することができる(より低ガス圧の場合 10 eV 程度まで適用可能)。

静電プローブで計測した電子密度を用い, $n(3^1\text{P})/n(4^1\text{P})$ から effective-L を求めたところ, L_q は中心部で MAP-II プラズマのプラズマサイズと同程度の 70 mm, 平均半径外側へ向かうと容器サイズより大きい 500 mm 程度に増加していく傾向が観測された。その L_q を用いて, 改めて CR モデルより n_e , T_e を求めると, 周辺部における T_e の異常な上昇は抑えられた。当然, この L_q の数値自身は物理量との直接的関係はなく, Otsuka-Iida のモデルにおいて, 捕獲半径を L_q とした場合と同程度の輻射再吸収の影響を受けている, ということである。遷移の上準位の分布形状が異なれば輝線毎にとるべき L_q が異なるが, それらの影響による曖昧さも含めた期待値と見なし, 同じ値を採用している。

電子密度をプローブで測定し利用していることが, ある種の拘束条件として n_e の決定に寄与していそうである違和感を覚える読者もおられるであろう。しかし, $n(3^1\text{P})/n(4^1\text{P})$, n_e や L_q いずれかの誤差がもう片方に直接影響するため, あくまで採用すべき L_q の指標を与えるものと位置づけ, 他の輝線を考慮して n_e , T_e を決定すべきである。もちろん, 理想的には n_e , T_e , L_q を同時に決定するのが望ましく, 現在そのような手法を試行中である。

2.8 エスケープファクタ空間分布適用の試み

近年, 空間分布計測, イメージング計測の需要が高まるとともに, 実際の系に適用しやすいエスケープファクタ空間分布を与える式の必要性もますます高まってきている。

著者らは, 最近, 円筒プラズマに直接積分法を適用し, (i)空間一様な下準位密度分布, (ii)誘導放出が無視できる, (iii)自然放出と共鳴吸収のスペクトル形状が空間一様なガウス型, という条件において, 任意の共鳴遷移上準位分布に対し, 任意の空間位置におけるエスケープファクタの導出を完了した[14]。この文献には積分形の一般式, およびガウス型の上準位分布に対する積分が不要な経験式, および上準位が複数の単純な上準位分布の重ね合わせで表現できる場合の線型結合式が記載されている。

その式をガウス型の上準位空間分布に適用し, エスケープファクタの空間位置を求めたところ, $1/e$ 幅の1.1倍付近においてエスケープファクタの τ 相似性が破れること, さらには負になる場合もあることが示された。

負のエスケープファクタはプラズマ周辺部において局所的に光子の吸収過程が自然放出過程を上回ることを示している。この現象は特定モデルを想定した Phelps-Fujimoto

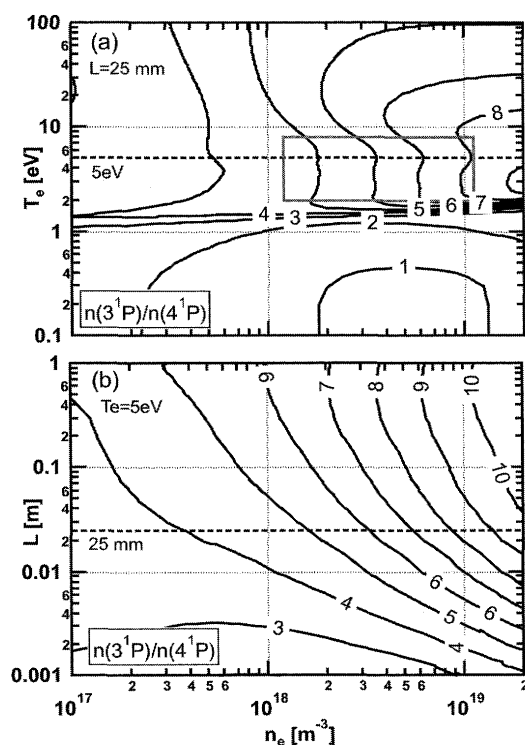


図5 「実効的輻射捕獲半径(effective-L)の方法」の原理図。 $n(3^1\text{P})/n(4^1\text{P})$ 等高線パラメータ n_e , T_e , L_q のうち, (a)では $L_q=25\text{ mm}$ に固定, (b)では $T_e=5\text{ eV}$ に固定。(a)の四角の領域内は T_e に感受性がない。

の式や Otsuka-Iida の式では表現できない。このような領域では、effective-L の方法も使えなくなるため、エスケープファクタの空間構造を扱うことが必要である。初期的な結果によると、エスケープファクタの τ 相似性が保たれていない周辺領域でも、旧来モデルを用いた場合の T_e の異常な上昇が抑えられていることが確認されている[24]。

エスケープファクタの空間構造を計算するには、共鳴準位のうち輻射再吸収の寄与が大きいもの（低 n ）の空間分布を測定する必要がある。ただし、 2^1P 準位は 3^1P 以降に比べ強い輻射再吸収が起こっているにもかかわらず、真空紫外領域（58.4 nm）の発光であるため計測が困難であり、何らかの方法で推定できることが望ましい。Kajita らは、与えられた n_e , T_e の分布に対し、モンテカルロ法による光線追跡法を適用し、輻射再吸収により 1^1P 系列の密度空間分布が非共鳴遷移に比べ有意に広がっていることを示唆した[25]。著者らは MAP-II の電離進行プラズマにおいて、エスケープファクタの空間構造考慮した CR モデル[14]を利用し、 2^1P 準位の広がりが CR モデル適用条件に与える影響について調べたところ、ある程度の概形を採用しておけば、 $n=3, 4$ の占有密度比に与える影響（感受性）は小さいとの初期結果を得た[24]（3.5節も参照されたい）。今後、様々な条件に適用する、あるいは様々な装置において利用されることにより実用性の検証が行われ、本分野の知見が急速に発展していくと期待される。

謝 辞

本解説記事の内容は文献[16, 23]の他、現在執筆中である飯田洋平君の東京大学工学系研究科博士学位論文、および村木厚哉君の同修士論文等、東京大学 MAP-II グループの学生諸氏の研究を通じて得られたものです。ここに感謝します。著者らのグループで輻射再吸収過程の実装を進めている He I CR モデルの元となったコードは後藤氏に提供いただいたものです。ここに深く感謝いたします。

(門 信一郎)

3. LHD 計測において観測される輻射再吸収の影響

3.1 はじめに

核融合プラズマ実験で得られた分光計測データの解析は、これまでほとんどの場合、輻射再吸収の影響は無視できる、すなわち、プラズマは光学的に薄いという仮定の元行われてきた。しかしながら、近年のプラズマの高密度化、もしくは計測技術の向上などにより、特定の条件下においては明らかな輻射再吸収の影響を示す観測結果が得られている。

輻射再吸収とは、ある位置で放出された光が、光吸収過程により異なる位置の原子もしくはイオンを励起させることをいう。図 6 に、輻射再吸収が無視できないプラズマ中の主な原子過程を模式的に表す。ここには衝突励起および自然放出脱励起過程の他に、光吸収過程が含まれている。輻射再吸収過程は他の原子過程と異なり非局所的な現象という特徴を持つ。この点については後ほど改めて考察する。

定量的な発光線強度の解析を行う際、輻射再吸収が与え

る影響として次のような問題が考えられる。

1. 励起状態原子の密度が、基底状態からの光吸収励起により変化するため、光吸収を無視したモデルで求めたそれらの密度はもはや正しくない。
2. そのため、図 6 の“発光線 1”のような、吸収の影響が無視できる発光線を観測する場合は、その強度から上準位の原子密度は求められるが、得られた結果から基底状態密度を求めることはできない。
3. 図 6 の“発光線 2”のように吸収の影響がある発光線を直接観測する場合は、上準位の原子密度も求められない。

これらの問題を解決するためには何らかの方法により、輻射再吸収の影響をモデル計算に取り込む必要がある。

この章では最初に LHD で得られた分光計測データの中

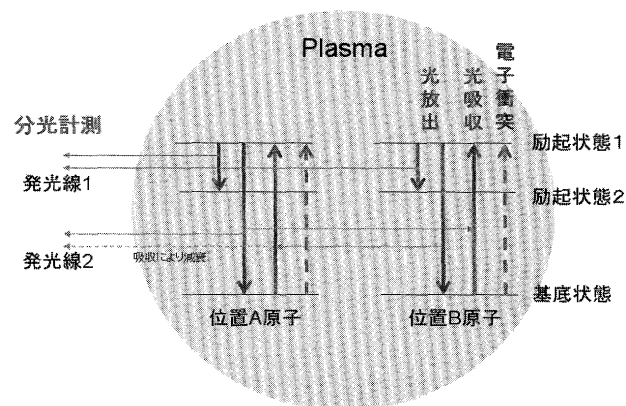


図 6 輻射再吸収が無視できないプラズマ中の主な原子過程。

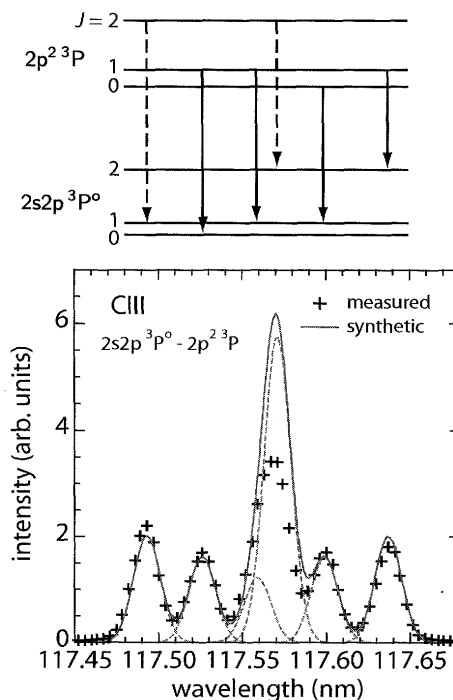


図 7 炭素ペレット溶発雲の発光の観測において計測された発光線 C III $2s2p^3P^o - 2p^2^3P$ のスペクトルの例。上部に、対応する微細構造エネルギー準位を示す。輻射再吸収が無視できないプラズマ中の主な原子過程。

で輻射再吸収の影響を示唆する3つの例を紹介し、最後に、輻射再吸収を定量的に扱うための具体的な解析手法を紹介したい。

3.2 高密度プラズマ中の炭素イオン微細構造スペクトル線強度比

LHDでは粒子輸送研究などを目的とした固体不純物ペレットの入射実験が行われている。図7は、炭素ペレット溶発雲の観測で得られた発光線 $C_{III} 2s2p^3P^o-2p^2^3P$ のスペクトルの例である[26]。図の上部に各発光線成分に対応する微細構造エネルギー準位を示す。計測されたスペクトルとともに描かれている灰色の実線は、上準位のポピュレーション分布が統計重率に従う場合に予想されるスペクトルで、破線は各発光線の成分を表す。線幅は計測結果と一致するようにガウス関数で与えられ、高さは中心の成分を除く他の4つのピークで規格化されている。

注目すべきは単位図において破線で示した2つの遷移に対応する発光線成分である。この2つの遷移は同じ上準位 $J=2$ を持つため、対応する発光線の強度比はアインシュタインのA係数の比によってのみ決定されるはずである。しかしながら、図から明らかなように観測されたスペクトルでは $J=2-2$ 成分が理論値よりも相対的に小さい。その原因として輻射再吸収の影響が考えられる。

注目している2本の発光線に関しては、吸収係数の計算から $J=2-2$ 線の方がより吸収の影響を受けやすいことが確かめられている。実際には6本のすべての発光線成分が吸収の影響を受けているが、 $J=2-2$ 線への影響がとくに大きい図のようなスペクトルが観測される。

3.3 ライマン α 線プロファイル

最近のLHD実験では電子密度が 10^{21} m^{-3} を超えるような高密度放電が実現されており、バルクプラズマからのライマン α 線を観測すると、図8に示すように、中心に凹みを持ったスペクトルが得られる[8, 27]。

主にプラズマの表面付近で放出されるライマン α 光

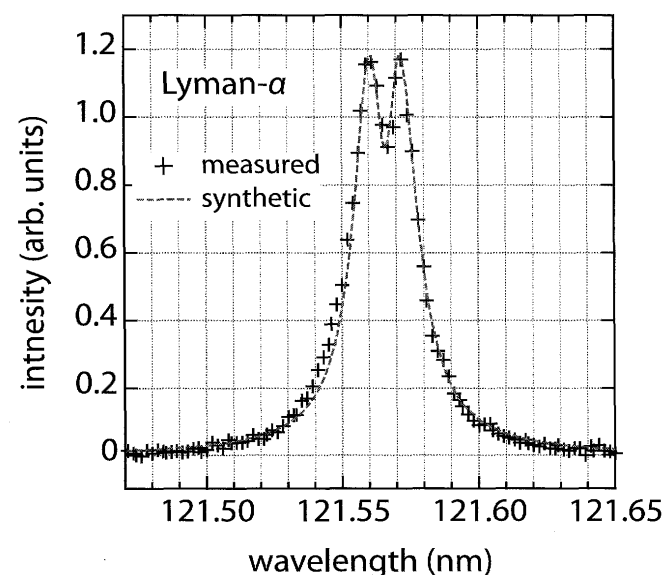


図8 LHDの高密度放電において観測されたライマン α 線プロファイルの例。

は、その外側に存在する水素原子に一部が吸収された後、プラズマ外部に放出される。微細構造およびゼーマン効果の小さな影響を無視すると、ある原子から放出された光は、視線方向に発光原子と同じ速度成分を持つ原子によってのみ吸収されるが、スペクトル中心部では吸収できる原子数が多いため強度の減衰が大きく、極端に原子密度が高い場合には中心に凹みを持ったスペクトルとなる。したがって、観測で得られた凹みの大きさおよび形状からプラズマ周辺部の原子密度を評価する計測手法が応用として考えられる[8]。

核融合プラズマの分光計測では、水素原子のバルマー α 線強度から原子のプラズマへの侵入フラックスを求める計測が一般に用いられているが、3.1節で述べたように、バルマー α 線自体の吸収が小さくても、この例のようにライマン系列線の輻射再吸収が顕著である場合には、励起準位の原子密度分布全体が影響を受け、結果として実効的な電離速度も影響を受けるため、注意が必要である。

3.4 ヘリウム原子の発光線強度比

最近、ヘリウム原子の発光線強度比を用いた電子温度および密度計測法がさまざまなプラズマに対して利用されている[11]。この計測手法は、ヘリウム原子の基底状態からの電子衝突励起に関して、一重項準位への励起と三重項準位への励起とはその速度係数の電子温度依存性が異なること、また、同じ主量子数をもつ準位間の密度分布が電子密度に強く依存することを利用したものである。

プラズマ中の各励起準位の原子密度は、電子温度および電子密度を与えると衝突輻射モデルにより計算できる[2, 10]。衝突輻射モデルでは、準位間の衝突遷移および輻射遷移を考え、各励起準位の原子の生成と消滅が釣り合うような励起原子密度を計算する。これを用いて、分光計測から得られた各励起準位の原子密度を再現するパラメータ

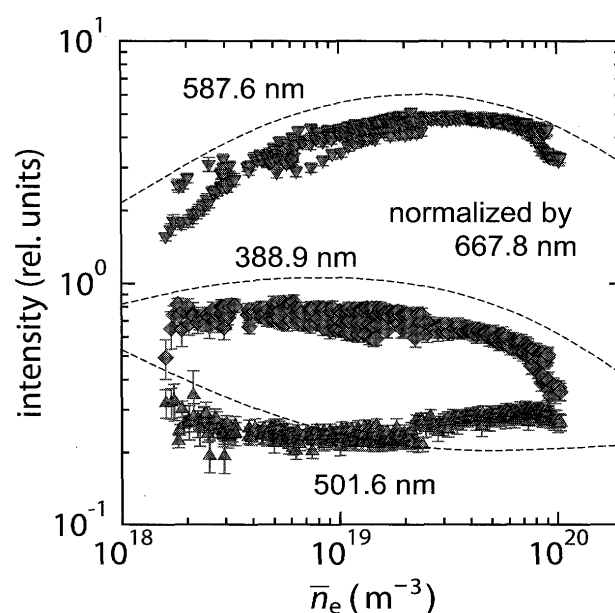


図9 ヘリウム原子の発光線 2^1S-3^1P (501.6 nm), 2^3S-3^3P (388.9 nm) および 2^3P-3^3D (587.6 nm) の強度の線平均電子密度 ($\bar{n}_e$) 依存性。各線強度は別の発光線 2^1P-3^1D (667.8 nm) の強度で規格化されている。

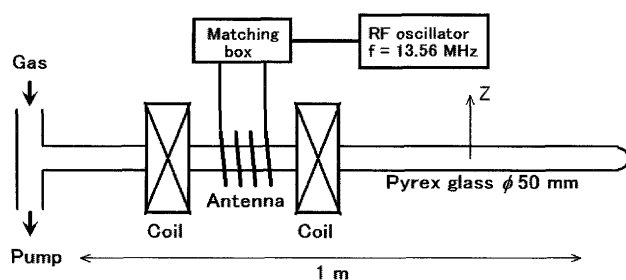


図10 RF 放電装置。

として、電子温度および電子密度を決定することができる。

LHDを含めた多くのプラズマでは、基底状態からの光吸収励起 $1^1\text{S}-3^1\text{P}$ (53.7 nm) は大きいものと予想されるため、通常、 3^1P を上準位とする $2^1\text{S}-3^1\text{P}$ 線を除いた発光線強度から電子温度および電子密度が決定される。解析には輻射再吸収を無視したモデルが使われている。

図9の破線は、計測された $2^1\text{P}-3^1\text{S}$ (728.1 nm), $2^1\text{P}-3^1\text{D}$ (667.8 nm) および $2^3\text{P}-3^3\text{S}$ (706.5 nm) の3本の線強度比から求めた電子温度および電子密度を用いて、(光吸収を無視した) 同モデルで計算した3本の発光線 $2^1\text{S}-3^1\text{P}$ (501.6 nm), $2^3\text{S}-3^3\text{P}$ (388.9 nm), および $2^3\text{P}-3^3\text{D}$ (587.6 nm) の強度を線平均電子密度に対してプロットしたものである。ただし、各線強度は $2^1\text{P}-3^1\text{D}$ (667.8 nm) の強度で規格化されている。

発光線388.9 nm および587.6 nmについては、実験値と計算値との間に系統的なずれはあるものの、線平均電子密度に対する変化の傾向はよく一致しているのに対して、501.6 nmは高密度領域において実験値が計算値よりも大きくなる傾向がある。これらの放電では高電子密度を得るために連続的なヘリウムガス供給が行われており、電子密度の上昇とともにプラズマ周辺部のヘリウム原子密度も上昇していると考えられる。501.6 nmに関する実験値と計算値とのずれは、再吸収がなければプラズマ外部にそのまま放出されていた53.7 nm 発光が再吸収され、その一部が501.6 nm 線として発光すると考えれば定性的に理解することができる。

3.5 輻射再吸収の定量的な理解へのモデル整備

輻射再吸収は定量分光計測を行うにあたってやっかいな問題である。素過程としての光吸収のメカニズムはよくわかっているの、吸収過程も衝突輻射モデルで考慮すれば簡単に補正できそうなものだが、実際にはそう簡単にはいかない。ここではじめに3.1節で述べた、輻射再吸収の非局所性が問題となる。

電子衝突遷移の確率はその位置の電子密度と電子温度によって決定され、また、輻射遷移の確率はアインシュタインのA係数で表される定数であり、どちらも局所的に評価できる。吸収の確率もその位置での輻射場の強度が既知であれば評価できるが、ある位置における輻射場強度は他のすべての空間位置から放出された光の重ね合わせによって決まる量であり、その計算には途中の吸収による減衰も考慮しなくてはならない。さらに、各位置の光放出強度はすべての位置の輻射場強度に影響を与えるため、たとえ興味

の対象がある特定の局所位置に限られていても、その位置での励起原子密度を正しく知るためにはプラズマ全体についての整合性を考えなくてはならない。

以下、この困難を克服するために著者らにより開発された2つの解析手法を紹介する。LHDへの適用に先立ち、図10のような簡単なRFプラズマの解析を行った。装置は50 mm 径のガラス管からなり、ヘリウムガスと水素ガスがそれぞれ450 sccm, 20 sccm 流されている。13.56 MHz, 800 W のRF パワーがアンテナに供給されプラズマが生成されている。分光計測は図10中のZ軸上で集光レンズをスキャンして行った。可視領域で、プラズマ中の吸収が無視できる水素原子・ヘリウム原子の発光線が観測されている(図6の“発光線1”参照)。図11に、観測されたヘリウム原子発光線強度からアーベル逆変換により求めたヘリウム原子の励起状態密度分布を示す(半径7.5 mm の位置)。

通常のヘリウム原子発光線の解析では、電子温度と電子密度を決定すべきフィッティングパラメータとするが、文献[28]では、これに加えて、プラズマ中の着目する位置において $1^1\text{S}-3^1\text{P}$, $1^1\text{S}-4^1\text{P}$, ……線の吸収により 3^1P , 4^1P , ……準位の励起原子を生成する速度係数 $I_{3^1\text{P}}$, $I_{4^1\text{P}}$, ……をフィッティングパラメータとしている。このような方法で局所的な解析が可能となる。

詳細については文献[28]に譲るが、この手法を適用した結果、図11に示すように計測結果を良く再現するパラメータの組み合わせを求めることができた。 3^1P と 4^1P については、ほとんどすべて $1^1\text{S}-3^1\text{P}$, $1^1\text{S}-4^1\text{P}$ 線の吸収で生成されていることがわかる。また、生成された 3^1P と 4^1P から、電子衝突や輻射遷移により生成される他の準位の励起原子が無視できることも示される。なお、この例では低電子密度のため、 $1^1\text{S}-3^1\text{P}$, $1^1\text{S}-4^1\text{P}$, ……線の吸収に由来する他の準位の励起原子生成は無視できるが、LHDではこれが重要な

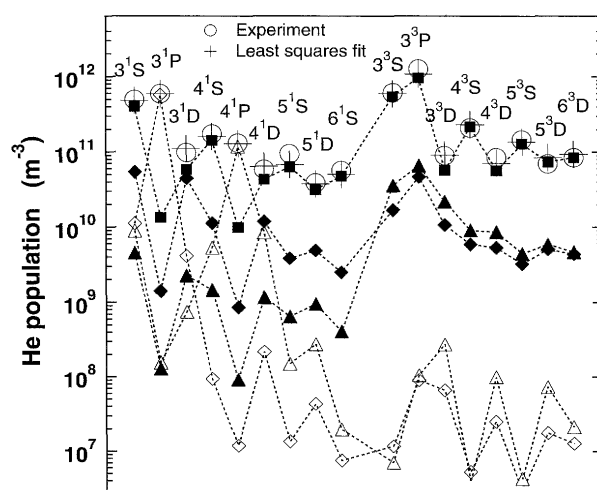


図11 位置 $R = 17.5$ mm におけるヘリウム励起原子密度分布；○：分光計測値，+：モデルを用いたフィッティングの結果。以下はそれぞれ示された原子過程に由来する原子密度の構成内訳；■：基底状態 1^1S からの電子衝突，◆：準安定状態 2^1S からの電子衝突，▲：準安定状態 2^3S からの電子衝突，◇： 1^1S から 3^1P への光吸収励起，△： 1^1S から 4^1P への光吸収励起。

る可能性がある。その寄与もこの手法で定量的にわかるはずである。

ヘリウム原子発光線強度の解析から得られた電子温度と電子密度を、光吸収を無視した水素原子衝突輻射モデルに与え、観測されるはずの水素原子のバルマー系列線強度を計算した結果を図12に示す。水素原子密度は空間的に一様とし、輻射再吸収の影響が小さいバルマー γ 線強度を再現するように水素原子密度を決めている。バルマー γ 線強度の空間分布については計測値と計算値がよく一致しており、上で求めた電子温度および電子密度の値が信頼性の高いものであることが確かめられた。しかしながら、それらのパラメータから求めたバルマー α , β 線強度と計測結果との間には大きな不一致が認められる。水素分子の解離性励起が無視できることは確かめられており、ライマン系列線の輻射再吸収が原因と考えられる。

ここでは、文献[9]の収束計算法を用いて、上で述べた3次元的な輻射輸送の問題を解き、計測結果の再現を試みた。計算方法の概略は次のようなものである。最初に、光吸収を無視してプラズマ中各位置での光放出強度を衝突輻射モデルで計算し、各位置での輻射場強度を求める。次に、得られた輻射場強度による光吸収過程を考慮に入れた計算を行い、再度各位置での光放出強度を計算する。このような計算を諸量が収束するまで繰り返す。

この解析で鍵となるパラメータは原子温度である。対象とするプラズマにおいては、発光線プロファイルは主にドップラー広がりによって決まっている。原子温度が小さいと線広がり小さくなる。このとき、線プロファイルの中心部での発光強度が大きく、また線プロファイルの中心部の吸収係数が大きいため、光の吸収量が大きくなる。プラズマ中の水素原子の温度は、上限は水素分子解離で生成される原子の並進エネルギーの3 eV程度、下限は室温程度と考えられる。図12には、バルマー α , β 線強度が原子温度により

どのように変わるかが示されている。すべての発光線について、0.7 eV のとき計算値は計測値とよく一致している。このような輻射再吸収の解析により、プラズマ中の原子温度を評価することができる。

はじめに述べたように、LHDで得られた分光計測データに関しては、これまで、輻射再吸収の影響を無視するか、もしくは、せいぜい1次元の輻射輸送モデルに基づく簡便な解析が行われてきた程度である。しかしながら、文献[9, 28]に見られるような厳密な解析手法が整備されつつあり、輻射再吸収を積極的に利用した新たなプラズマ診断の手法が提案されることが期待される。

謝 辞

最後に、ここで紹介した研究内容の多くはLHD実験において得られた計測データに基づいています。実験遂行のためのLHD実験グループのご尽力に感謝いたします。またRFプラズマの実験は、著者(信州大)の研究室の学生の皆様により行われたものです。ご協力に感謝いたします。

(後藤基志, 澤田圭司)

4. 偏光観測によるプラズマ診断と輻射再吸収

4.1 はじめに

プラズマの計測・診断では、通常電子の等方的なマックスウェル速度分布が仮定されるが、その妥当性は十分に検証されていない。プラズマが非等方的に加熱を受け、衝突時間が十分短くない場合は、電子速度分布に非等方性が現れるであろう。プラズマ中の電子速度分布が非等方であるとき、電子衝突励起により生成された励起準位には偏極(磁気副準位間のポピュレーションの偏りで、軸対象な場合の偏極をアライメントという)が生成され、その準位からの発光線は偏光する。

観測される発光線の強度と偏光に対し、ポピュレーション・アライメント衝突輻射(PACR)モデルを用いた解析を行うことで、非等方性も含めた電子速度分布を推定する、いわゆるプラズマ偏光分光が藤本らにより開拓されてきた[5, 29, 30]。一方、輻射再吸収により、プラズマの幾何学的形状がプラズマから出てくる光の強度分布や偏光に影響を与えることが知られている[6]。ここでは、カusp磁場電子サイクロトロン(ECR)加熱ヘリウムプラズマでのプラズマ偏光分光を例に、その現状を解説する。

4.2 カuspプラズマからのヘリウム発光線の偏光

実験装置の概略図を図13(a)に示す[30]。ヘリウムガスを0.023 Paで真空容器内に導入し、外部コイルによりカusp磁場を生成する。上部ポートよりマイクロ波(2.45 GHz, 800 W, 4 s)が入射され、そのエネルギーは87.5 mTの楕円体磁気面で吸収され、プラズマを生成する。ヘリウム原子発光線を狭帯域の分光フィルタと直線偏光板をレンズ前に装着したデジタルカメラにて撮影する。2¹S-3¹P発光線(501.6 nm)と2¹P-3¹D発光線(667.8 nm)の観測例をそれぞれ図13(b-1), (c-1)に示す。さらに、デジタルカメラのCCDの108×108ピクセルを単位セルとして作成した24×18セルの偏光度マップを図13(b-2), (c-2)に示す。線分は偏光の向きを示し、線分の長さは偏光度 $P = (I_{\perp} - I_{\parallel}) / (I_{\perp} + I_{\parallel})$

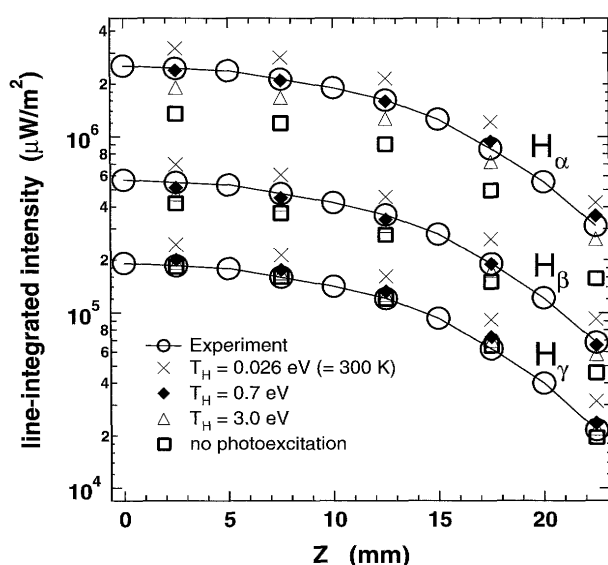


図12 水素原子バルマー系列線の線積分発光強度および3次元的な輻射輸送の問題を解くことにより得られた異なる原子温度に対する計算結果。

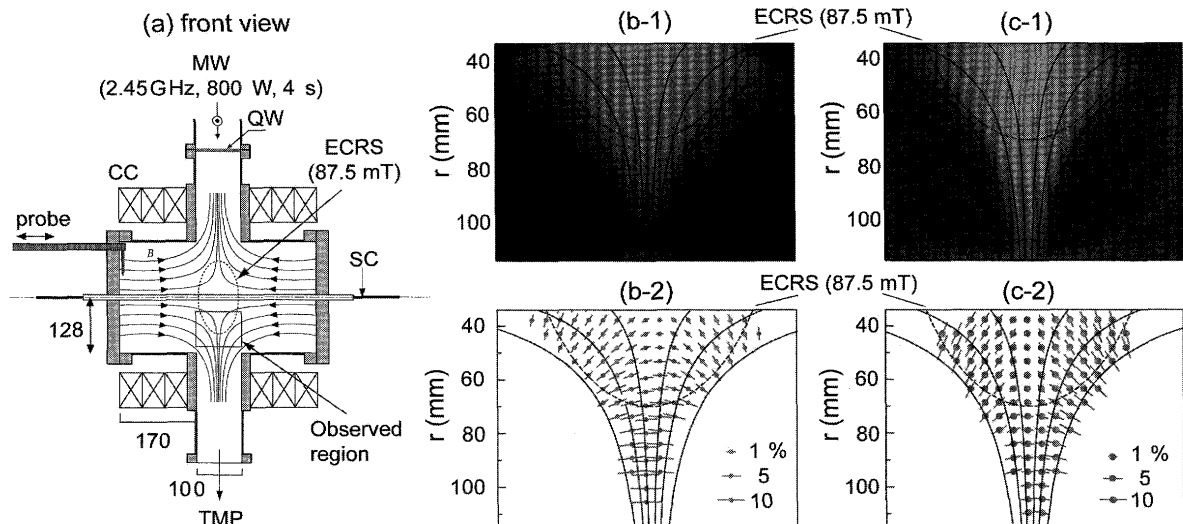


図13 (a)カスププラズマ装置。狭帯域フィルタで分光計測したカスププラズマからの発光二次元分布と偏光マップ。(b-1, 2) 2^1S-3^1P 発光線、(c-1, 2) 2^1P-3^1D 発光線。

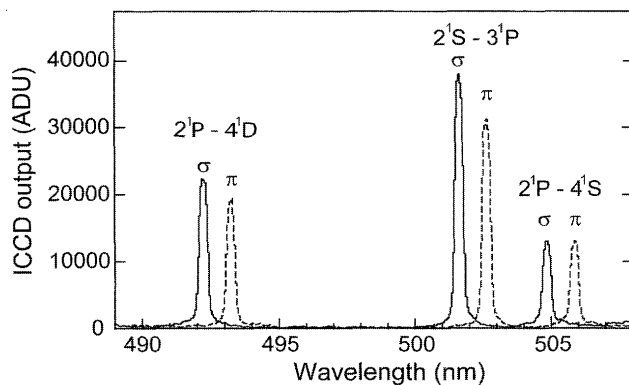


図14 偏光分離スペクトルの例。 π 成分は1 nm長波長側にずらしている。

の平方根に比例する。図より、偏光方向はほぼ磁力線に垂直であることがわかる。

4.3 プラズマ偏光分光と PACR モデル

カスププラズマにおいて、ある1視線からの複数のヘリウム発光線を、量子化軸を決める磁力線に対して垂直方向から偏光を分離して分光計測する。結果の一例を図14に示す。観測の視線や方法の詳細については、[30]を参照されたい。短波長側から 2^1P-4^1D 発光線 (492.2 nm), 2^1S-3^1P 発光線 (501.6 nm), 2^1P-4^1S 発光線 (504.8 nm) である。量子化軸に平行な偏光成分 (π 成分) と垂直な偏光成分 (σ 成分) のそれぞれの強度を I_π , I_σ とする。 2^1P-4^1S 発光線の上準位は $1S$ 状態であり、原理的に偏光しないため、 2^1P-4^1S 発光線は I_π と I_σ がほぼ同程度である。一方、 2^1P-4^1D 発光線および 2^1S-3^1P 発光線は I_σ が I_π に比べて大きいことがわかる。このような計測を主量子数 $n = 3, 4, 5$ の準位からの13の発光線について行った。

偏光をも含めて解析を行うために、ここではまず、発光の強度を

$$I = \frac{2}{3}(I_\pi + 2I_\sigma) \propto n(p) \quad (5)$$

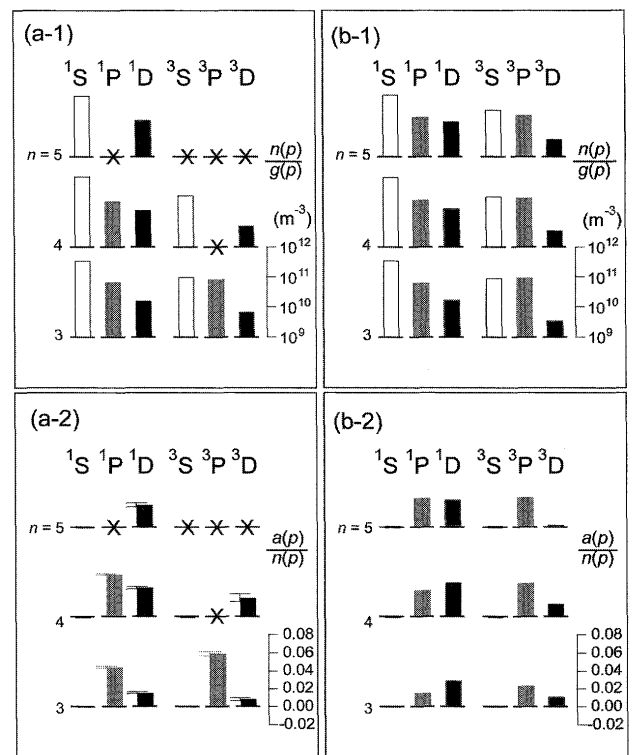


図15 実験から評価した(a-1) $n(p)/g(p)$ と(a-2) $a(p)/n(p)$ 。Xが書かれている準位は発光線の観測がされなかった。PACRモデルを用いて評価した(b-1) $n(p)/g(p)$ と(b-2) $a(p)/n(p)$ 。

と定義する。これは、全立体角に放出される発光の強度に相当し、上準位 p 全体のポピュレーション $n(p)$ (すなわち、密度行列の既約テンソル成分 ρ_0^0 [31, 32]) に比例する。一方、発光の縦アライメントを

$$A_L = \frac{I_\pi - I_\sigma}{I_\pi + 2I_\sigma} \propto \frac{a(p)}{n(p)} \quad (6)$$

と定義する。これは偏光の指標を表し(量子化軸に垂直方向から見た偏光度 P を用いると $A_L = 2P/(3-P)$ となる)。

上準位の磁気副準位間のポピュレーションの偏りであるアライメント $a(p)$ を $n(p)$ で割ったもの (すなわち ρ_0^2) に比例する。図15(a-1, 2)に実験より求めた発光線上準位の $n(p)/g(p)$ と $a(p)/n(p)$ を示す。 $g(p)$ は準位の縮退度である。

プラズマの生成・加熱に使用されている ECR 波 [33, 34] は、マイクロ波の電場成分もしくは磁場成分に起因するローレンツ力により電子を外部磁場に垂直な方向に加速する [35, 36]。そのため、電子の速度分布関数は、磁場に垂直な方向に大きな速度分布を有すると推察される。このような非等方速度分布を持つ電子による衝突励起が、偏光の起源として考えられる。

ここでは PACR モデルのエッセンスを説明し、偏光分離発光計測から電子速度分布およびその非等方性がどのように推定できるかを紹介する。解析結果を先取りすることになるが、電子速度分布として図16のような分布を考えよう。等方的であれば同心円状であるが、図16では磁場垂直方向に広がっており、その成分の速度が大きいたことがわかる。

この速度分布関数 $f(v, \theta)$ を Legendre 多項式 $P_K(\cos \theta)$ で以下のように展開する。

$$f(v, \theta) = \sum_K f_K(v) P_K(\cos \theta) \quad (7)$$

$$f_K(v) = \frac{2K+1}{2} \int f(v, \theta) P_K(\cos \theta) \sin \theta d\theta.$$

θ は量子化軸 (磁場方向) からの角度である。もし等方的であれば $K=0$ の場合のみ値を持つ。ここでは量子化軸まわりの対称を仮定しているため、 K が偶数の場合のみ考慮すればよい [5, 30]。

PACR モデルで考慮する電子衝突過程を図17に示す。 $C^{0,0}$ はポピュレーション間、 $C^{2,0}$ と $C^{0,2}$ はポピュレーション・アライメント間、 $C^{2,2}$ はアライメント間の電子衝突速度係数である。詳細については [5, 30] を参照してほしいが、 $C^{0,0}$ は $f_0(v)$ 、 $C^{2,0}$ と $C^{0,2}$ は $f_2(v)$ 、 $C^{2,2}$ は $f_4(v)$ 、 $f_2(v)$ 、 $f_4(v)$ に依存する。通常の衝突輻射モデルではポ

ピュレーションのみを考慮するため、 $f_0(v)$ の情報しか得られない。一方、PACR モデルではアライメントすなわち偏光を考慮することにより、 $f_0(v)$ 、 $f_2(v)$ 、 $f_4(v)$ の情報すなわち非等方性まで含めた電子速度分布の情報が得られることになる。図15(b-1, 2)に、図16の速度分布を用いて PACR モデルにより計算したポピュレーションとアライメントを示す。実際には、速度分布に物理的に妥当な関数形を仮定し、実験で得られたポピュレーションとアライメントに対してベストフィットすることで速度分布を推定することになる。なお、アライメントはポピュレーションに比べて小さいために $C^{2,2}$ の寄与は $C^{0,2}$ に比べ小さく、さらに $f_4(v)$ は $f_0(v)$ 、 $f_2(v)$ に比べ $C^{2,2}$ にわずかな寄与しか与えないため、 $f_4(v)$ の評価はとても難しいことがわかっている。

4.4 PACR モデルにおける輻射再吸収

図13(b-1)に示す 2^1S-3^1P 発光線の強度分布には、ECR 面を通る磁力線の外側にも淡い発光が見られる。この部分の発光は、プラズマ部で発光した 1^1S-3^1P 共鳴線 (53.7 nm) が周辺にある基底状態のヘリウム原子に吸収され、再発光したものと考えられる。このような輻射再吸収は、プラズマ全体として上準位の脱励起速度を減少させ、アライメント緩和速度を増大させることが知られている [2, 37]。2章で説明された輻射再吸収の程度を表すエスケープファクタ Λ (光学的に厚い極限で 0、薄い極限で 1 をとる) を用いることができる場合には、電子衝突の効果を見捨てた脱励起速度 γ^0 と輻射再吸収によるアライメント緩和速度 γ^2 は、アインシュタインの A 係数を用いて

$$\gamma^0 = \Lambda A$$

$$\gamma^2 = (1 - \Lambda) \beta A \quad (8)$$

と表すことができる。ここで β は光学遷移の上準位、下準位の全角運動量 J に依存する係数で、 1^1S-3^1P 共鳴線に対応する $J=0 \leftarrow J=1$ 遷移の場合 $3/10$ である [37]。

ヘリウム原子に比べエネルギー準位および光学遷移は少し複雑になるが、ここでは著者らが行ったグロー放電プラ

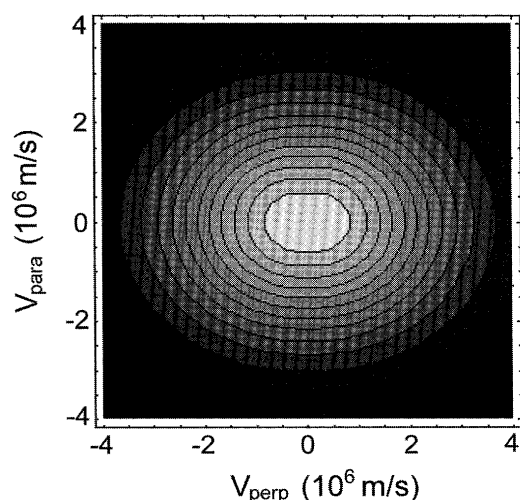


図16 実験結果との比較より PACR モデルを用いて推定した電子の速度分布の等高線プロット。横軸、縦軸はそれぞれ磁場と垂直成分、平行成分。

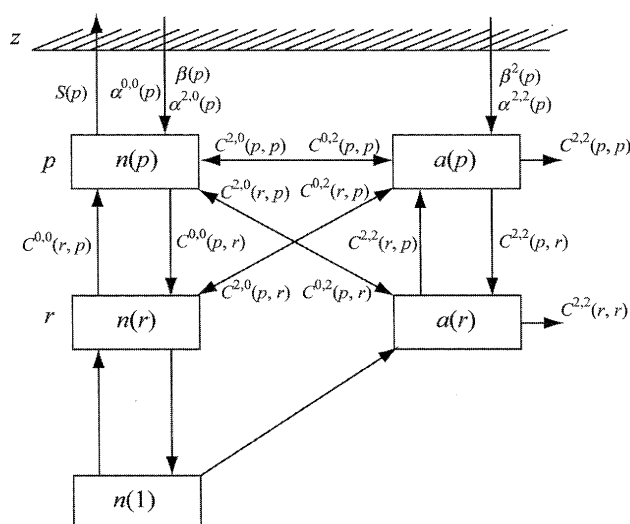


図17 準位のポピュレーション、アライメントと PACR モデルで考慮する電子衝突過程。

ズマ中励起ネオン原子のポピュレーションとアライメントの緩和計測に関する実験について紹介する[38, 39]. 用いた放電管は直径5 mm, 長さ190 mmの円筒状で, ネオンガスの圧力, 温度をそれぞれ133 Pa, 77 Kとした. 直線偏光したパルスレーザー光を放電管の中心軸に沿って入射し, プラズマ中にネオン $2p_2$ (Paschen の表記) 準位 ($J=1$, $M_J=0$) を選択励起する. ここで M_J は磁気量子数である. $2p_2$ 準位からの緩和蛍光を放電管の軸と垂直方向から偏光を分離して計測し, (5)(6)式を用いてその緩和時定数から, $2p_2$ 準位の脱励起速度とアライメントの緩和速度を評価した. その放電電流依存性を図18に●で示す.

放電電流の増加に伴い, 脱励起速度が減少し, アライメント緩和速度が増大している. 実験条件では, 電子衝突による寄与は十分小さいことがわかっており, 脱励起速度は自然放出とその輻射再吸収, アライメント緩和速度は原子間衝突と輻射再吸収により決定されと考えられる. 自己再吸収法によりプラズマの光学厚さを評価し, モンテカルロ法で計算した輻射再吸収による緩和速度を図18中○で示す[38, 39]. 実験で見られた放電電流依存性が再現されている. この依存性は放電電流の増加に伴い, 光学遷移の下準位のポピュレーションが増え, 輻射再吸収が増大することに起因する. なお, 図18(b)で見られる実験値と計算値の差は, 原子間衝突によるアライメント緩和によるものである. ネオン $2p_2$ 準位は光学遷移可能な下準位が4つある

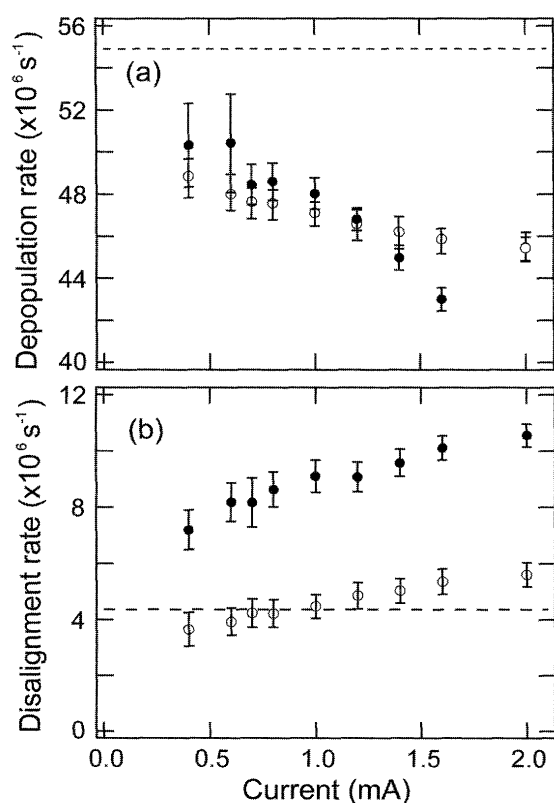


図18 グロー放電プラズマ中ネオン励起原子 $2p_2$ 準位の(a)脱励起速度と(b)アライメント緩和速度の放電電流依存性. (a), (b)中の破線は, それぞれ準位のA係数と原子衝突によるアライメント緩和速度. ●は実験値, ○はプラズマの光学厚さからモンテカルロ法で計算した輻射再吸収による緩和速度[39].

ため複雑になるが, 図18に見られる振る舞いは基本的に(8)式を用いた取扱いで説明できることが分かっている[38, 39]. さらに, 核融合プラズマで重要となる磁場効果についても, 同様の計測・シミュレーションが行われている[40].

しかしながら, 今回のようなカスププラズマの輻射再吸収に関しては, (8)式の取り扱いだけでは不十分である. プラズマが空間的に非均一で発光の空間分布に偏りがあると, 輻射を再吸収した原子が偏極することも知られている. 実際, 先に述べたPACRモデルでは輻射再吸収によるアライメント生成の寄与を考慮していないため, n^1P 系列の $a(p)/n(p)$ をフィッティング対象から除いている. n^1P 系列で実験的に観測されている $a(p)/n(p)$ は, PACRモデル計算の結果より大きい傾向を示しており, 輻射再吸収によるアライメントの生成を示唆している.

4.5 まとめと今後の課題

カスプ磁場 ECR 加熱ヘリウムプラズマに対するプラズマ偏光分光により, 各発光線上準位のポピュレーションとアライメントを評価し, PACRモデルによる計算結果との比較から, 非等方な電子速度分布を推定できることを示した. ポピュレーションとアライメントへの輻射再吸収の寄与の定量については, カスププラズマの形状を考慮した輻射輸送方程式による解析や輻射再吸収のモンテカルロ的な取扱いが必要であろう. しかしながら, これは非常に難しい問題でもある.

謝 辞

本原稿を執筆するにあたり, 貴重な助言をいただいた藤本孝京都大学名誉教授に感謝いたします. カスプ磁場 ECR 加熱プラズマ装置の利用および実験の遂行について, 京都大学大学院エネルギー科学研究科の前川孝教授およびその研究グループに感謝いたします.

(岩前 敦, 蓮尾昌裕)

参考文献

- [1] H.R. Griem, *Plasma Spectroscopy* (McGraw-Hill, New York, 1964).
- [2] T. Fujimoto, *Plasma Spectroscopy* (Oxford University Press, Oxford, 2004).
- [3] M. Goto and S. Morita, *Phys. Rev. E*, **65**, 026401 (2002).
- [4] A. Iwamae, A. Sakaue, N. Neshi, J. Yanagibayashi, M. Hasuo, M. Goto and S. Morita, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **43**, 144019 (2010).
- [5] T. Fujimoto and A. Iwamae Eds, *Plasma Polarization Spectroscopy* (Springer, Berlin, 2008).
- [6] A.F. Molisch, B.P. Oehry, *Radiation Trapping in Atomic Vapours* (Oxford University Press, Oxford, 1998).
- [7] Y. Iida, S. Kado, A. Okamoto, S. Kajita, T. Shikama, D. Yamasaki and S. Tanaka, *J. Plasma Fusion Res. SERIES* **7**, 123 (2006).
- [8] M. Goto and S. Morita, *Plasma Fusion Res.* **5**, S2089 (2010).
- [9] K. Sawada, *J. Plasma Phys.* **72**, 1024 (2006).
- [10] M. Goto, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **76**, 331 (2003).
- [11] B. Schweer, G. Mank, A. Pospieszczyk, B. Brosda and B. Pohlmeier, *J. Nucl. Mater.* **196-198**, 174 (1992).

- [12] A.V. Phelps, Phys. Rev. **110**, 1362 (1958).
- [13] T. Fujimoto, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer **21**, 439 (1979).
- [14] Y. Iida, S. Kado and S. Tanaka, Phys. Plasmas **17**, (2010) *in press.*
- [15] M. Otsuka, R. Ikee and K. Ishii, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer **21**, 41 (1979).
- [16] 飯田洋平：東京大学工学系研究科修士論文(2005.9)
- [17] Y. Kuwahara, S. Kado, A. Okamoto, T. Shikama, Y. Iida, K. Kurihara, F. Scotti and S. Tanaka, Plasma Fusion Res. **2**, S1081 (2007).
- [18] S. Sasaki, S. Takamura, S. Watanabe, S. Masuzaki, T. Kato, and K. Kadota, Rev. Sci. Instrum. **67**, 3521 (1996).
- [19] F.B. Rosmej, N. Ohno, S. Takamura and S. Kajita, Contrib. Plasma Phys. **48**, 1-3, 243 (2008).
- [20] S. Kado, Y. Iida, S. Kajita, D. Yamasaki, A. Okamoto, B. Xiao, T. Shikama, T. Oishi and S. Tanaka, J. Plasma Fusion Res. **81**, 810 (2005).
- [21] D. Nishijima and E.M. Hollmann, Plasma Phys. Control. Fusion **49**, 791 (2007).
- [22] S. Kajita, N. Ohno, S. Takamura and T. Nakano Phys. Plasmas **13**, 013301 (2006). **16**, erratum 029901 (2009).
- [23] 栴原洋介：東京大学工学系研究科修士論文(2008.3)
- [24] Y. Iida, S. Kado, A. Muraki and S. Tanaka, Rev. Sci. Instrum. **81**, 10E511 (2010).
- [25] S. Kajita, N. Ohno, S. Takamura and T. Nakano, Phys. Plasmas **16**, 063303 (2009).
- [26] M. Goto, S. Morita and M. Koubiti, J. Phys. B **43**, 144023 (2010).
- [27] R. Katai, S. Morita and M. Goto, Plasma Fusion Res. **2**, 014 (2007).
- [28] K. Sawada, Y. Yamada, T. Miyachika, N. Ezumi, A. Iwamae and M. Goto, Plasma Fusion Res. **5**, 001 (2010).
- [29] T. Fujimoto and S.A. Kazantsev, Plasma Phys. Control. Fusion **39**, 1267 (1997).
- [30] A. Iwamae, T. Sato, Y. Horimoto, K. Inoue, T. Fujimoto, M. Uchida and T. Maekawa, Plasma Phys. Control. Fusion **47**, L41 (2005).
- [31] A. Omont, Prog. Quantum. Electron. **5**, 69 (1977).
- [32] K. Blum *Density Matrix Theory and Applications 2nd Ed.* (Plenum, 1996).
- [33] V. Erckmann and U. Gasparino, Plasma Phys. Control. Fusion **36**, 1869 (1994).
- [34] B. Lloyd, Plasma Phys. Control. Fusion **40**, A119 (1998).
- [35] A.G. Litvak, G.V. Permitin, E.V. Suvorov and A.A. Frajman, Nucl. Fusion **17**, 659 (1977).
- [36] M. Bornatici, R. Cano, O. De Barbieri and F. Engelmann, Nucl. Fusion **23**, 1153 (1983).
- [37] M.I. D'yakonov and V.I. Perel', Soviet Phys. JETP **20**, 997 (1965).
- [38] M. Seo, M. Nishimura, M. Hasuo and T. Fujimoto, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **36**, 1869 (2003).
- [39] M. Nimura, T. Imagawa, M. Hasuo and T. Fujimoto, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer **96**, 547 (2005).
- [40] K. Deguchi, T. Imagawa, T. Shikama and M. Hasuo, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **42**, 055403 (2009).
- [41] S. Kado, K. Suzuki, Y. Iida and A. Muraki, *submitted to J. Nucl. Mater.*
- [42] H.W. Drawin and F. Emard, "Optical escape factors for

bound-bound and free-bound radiation from plasma. i. constant source function," Beitrage aus der Plasmaphysik, **13**, 143 (1973).

- [43] T. Holstein, Phys. Rev. **72**, 1212 (1947).
- [44] T. Holstein, Phys. Rev. **83**, 1159 (1951).
- [45] A.F. Molisch, B.P. Oehry, and G. Magerl, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, **48**, 377 (1992).
- [46] A.F. Molisch, B.P. Oehry, W. Schupita and G. Magerl, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer **49**, 361 (1993).
- [47] K. Behringer and U. Fantz, New J. Phys. **2**, 1 (2000).

付録 A. エスケープファクタについて

A.1 エスケープファクタとは

本来、輻射輸送の方程式から出発するほうが適切なものかもしれないが、読者の方々はプラズマ分光、特にCRモデルの枠組みから逆に辿るほうがなじみやすいのではなからうか。輻射再吸収を考慮したヘリウム原子のCRモデルは、準位 p の占有密度に関するレート方程式として、

$$\begin{aligned} \frac{dn_p}{dt} = & - \left\{ \sum_{q \neq p} C_{pq} n_e + S_p n_e + \sum_{q < p} A_{pq} \right. \\ & + \frac{4\pi}{c} \sum_{q > p} \overline{B_{pq} I_{pq}} + \frac{4\pi}{c} \sum_{q < p} \overline{B_{pq} I_{pq}} \left. \right\} n_p \\ & + \left\{ \sum_{q \neq p} C_{qp} n_e n_q + \sum_{q > p} A_{qp} n_q \right. \\ & + \frac{4\pi}{c} \sum_{q < p} \overline{B_{qp} I_{pq}} n_q + \frac{4\pi}{c} \sum_{q > p} \overline{B_{qp} I_{qp}} n_q \left. \right\} \\ & + \{ \alpha_p n_e + \beta_p + \beta_{dp} \} n_i n_e \end{aligned} \quad (\text{A-1})$$

と書くことができる[10]。ここで $I_{qp(pq)}(r)$, $A_{pq(qp)}$, $B_{qp(pq)}$, $B_{pq(qp)}$ はそれぞれ p - q 準位間遷移に対する分光放射輝度 [$\text{Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}\text{Hz}^{-1}$], 自然放出係数 [s^{-1}], 共鳴吸収係数 [$\text{J}^{-1}\text{m}^3\text{s}^{-1}\text{Hz}$], 誘導放出係数 [$\text{J}^{-1}\text{m}^3\text{s}^{-1}\text{Hz}$], n_q , n_p はそれぞれの準位の占有密度 [m^{-3}] である。各項について、 p , q どちらが上準位かに注意する。 c は光速 [ms^{-1}] である (I の単位として分光放射エネルギー密度 [$\text{Jm}^{-3}\text{Hz}^{-1}$] を採用する場合もあり、その場合係数 $4\pi/c$ が消える)。第1, 2段の流出項は、前から電子衝突励起・脱励起, 電子衝突電離, 下準位への自然放出, 上準位への共鳴吸収, 下準位への誘導放出を表す。第3 - 5段の流入項は、前から電子衝突励起・脱励起, 上準位からの自然放出, 下準位からの共鳴吸収, 上準位からの誘導放出, 続いて三体再結合, 放射再結合, 二電子性再結合を表す。 $C_{pq(qp)}$, S_p , α_p , β_p , β_{dp} はそれぞれ対応する項の反応速度係数である。 n_i はイオン密度であり、電子密度 n_e に等しいと置く。光の共鳴吸収・誘導放出にかかわるB係数の項を無視したものが従来の光学的に薄い場合のモデルである。

光の放出と吸収にかかわる項は、上準位から下準位への遷移と、下準位から上準位への遷移に整理してまとめると、

$$\frac{dn_p}{dt} = - \left[\sum_{q \neq p} C_{pq} n_e + S_p n_e \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{q < p} \left\{ A_{pq} - \frac{4\pi}{c} \left(\frac{n_q}{n_p} \overline{B_{pq} I_{pq}} - \overline{B_{pq} I_{pq}} \right) \right\} n_p \\
& + \left[\sum_{q \neq p} C_{qp} n_e n_q + \sum_{q > p} \left\{ A_{qp} - \frac{4\pi}{c} \left(\frac{n_p}{n_q} \overline{B_{pq} I_{qp}} - \overline{B_{pq} I_{qp}} \right) \right\} n_q \right] \\
& + \{ \alpha_p n_e + \beta_p + \beta_{dp} \} n_i n_e \quad (\text{A-2})
\end{aligned}$$

のように、自然放出係数 A に対する補正因子として表すことができ、この項を ΛA で表す。この Λ をエスケープファクタと呼ぶ。 $\overline{B_{pq} I_{pq}}$ 等は後に定義するが、輝線のスペクトル形状で重みをつけ、輻射場全体からの寄与を積分したものである。代表的な Λ の求め方には2種類ある。上準位分布を与えて、輻射場強度を直接積分する「直接積分法」と上準位分布を固有関数展開してその固有値として Λ を求める「固有モード展開法」である。当然であるが、両者で求める Λ は一致する。

A.2 直接積分法 (direct integration scheme)

本付録では以降、 q を上準位、 p を下準位とし、共鳴吸収および誘導放出過程でスペクトルプロファイルが異なる場合も扱えるよう、それぞれ $P_{pq}(\Delta\nu)$ および $P_{qp}(\Delta\nu)$ として定式化しておく。すなわちB係数 B_{pq} 、あるいは B_{qp} の振動数依存性は

$$\begin{aligned}
B_{pq(qp)} &= \int_{\text{line}} B_{pq(qp)}^{(\Delta\nu)} d(\Delta\nu) \\
&= \int_{\text{line}} [B_{pq(qp)} P_{pq(qp)}(\Delta\nu, r)] d(\Delta\nu) \quad (\text{A-3})
\end{aligned}$$

のように表される。 $\Delta\nu_{pq}$ は、スペクトルの中心周波数 ν_{pq} からの差分 $\nu - \nu_{pq}$ である。するとエスケープファクタは

$$\begin{aligned}
n_q(r) [\Lambda_{qp}(r) A_{qp}] &= n_q(r) A_{qp} \\
&\quad - \frac{4\pi}{c} (n_p(r) \overline{B_{pq} I_{qp}} - n_q(r) \overline{B_{qp} I_{qp}}) \\
&= n_q(r) A_{qp} - \frac{4\pi}{c} n_p(r) B_{pq} \\
&\quad \times \left(\int_{\text{line}} d(\Delta\nu) [P_{pq}(\Delta\nu, r) I_{qp}(\Delta\nu, r)] \right. \\
&\quad \left. - \frac{n_q(r)/g_q}{n_p(r)/g_p} \int_{\text{line}} d(\Delta\nu) [P_{qp}(\Delta\nu, r) I_{qp}(\Delta\nu, r)] \right) \quad (\text{A-4})
\end{aligned}$$

で定義される。ただし、B係数の関係式 $g_q B_{qp} = g_p B_{pq}$ を用いた。 g_q, g_p は縮退度である。 $I_{qp}(\Delta\nu, r)$ はある方向ベクトル j の方向の微小立体角から r 位置に伝搬する分光放射輝度 $I_{qp}(\Delta\nu, j, r)$ を立体角で平均したものであり、系全体からの寄与を表す。すなわち、

$$I_{qp}(\Delta\nu, r) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} I_{qp}(\Delta\nu, j, r) d\Omega \quad (\text{A-5})$$

と書ける。したがってこの問題は $I_{qp}(\Delta\nu, j, r)$ を求めるこ

とから始まる。 $I_{qp}(\Delta\nu, r)$ を式 (A-4) にあらわれる、誘導放出の寄与を含めた実効的な共鳴吸収のスペクトル形状で積分すると、

$$\begin{aligned}
\overline{I_{qp}}(r) &= \int_{\text{line}} d(\Delta\nu) \\
&\quad \times \left[P_{pq}(\Delta\nu, r) - \frac{n_q(r)/g_q}{n_p(r)/g_p} P_{qp}(\Delta\nu, r) \right] I_{qp}(\Delta\nu, r) \quad (\text{A-6})
\end{aligned}$$

を得る (次元は分光放射輝度のまま)。これに共鳴吸収係数 B_{pq} と下準位密度を乗じると実効的な吸収の速度係数を表すため、結局、エスケープファクタを乗じた実効的な自然放出係数は

$$\Lambda_{qp}(r) A_{qp} = A_{qp} - \frac{4\pi}{c} n_p(r) B_{pq} \overline{I_{qp}}(r) \quad (\text{A-7})$$

と書くことができる。したがって、エスケープファクタの計算は、最終的には式 (A-6) に従い $\overline{I_{qp}}(r)$ をいかに計算するかという問題に帰着される。

スペクトル形状の情報が重要である理由は以下である。輝線スペクトルは熱運動によるドップラー広がり (ガウス型) や、衝突によるシュタルク広がり (ローレンツ型) によって分布をもっている。ガウス型とローレンツ型がたたみ込まれるとフォークト型といわれる分布になる。光の強度によって共鳴吸収・誘導放出の速度係数が変わるので、スペクトル形状で重みをつけた積分を行う。仮に上準位と下準位の温度が異なれば、両者の違いが積分に反映される。通常、基底準位と光学的に結合している共鳴線については、上準位と下準位の温度が同じであるとしてよい [41]。さらに、上準位の密度が小さく、誘導放出が無視できる場合も計算が若干であるが簡略化される。一方、仮に温度等によるスペクトルの広がり空間一様ではなく、例えば中心で広く、周辺で狭い場合、中心が凹んだスペクトルが観測される (本解説3.3節参照)。

ここで $I_{qp}(\Delta\nu, j, r)$ の求め方を示そう。ある地点の光が求めたい地点に到達し占有密度に寄与する過程を扱うには、輻射輸送方程式を考える。表記を単純化するため、特定周波数に限定し、添え字を省略すると、ベクトル r の先端を基点とする単位ベクトル j 方向の位置 ρ における分光放射輝度 (spectral radiance) $I(\rho) [\text{Wm}^{-2} \text{sr}^{-1} \text{Hz}^{-1}]$ (すなわち、 $I_{qp}(\Delta\nu, j, r) = I(0)$)、分光放射エネルギー (spectral emissivity) $\epsilon(\rho) [\text{Wm}^{-3} \text{sr}^{-1} \text{Hz}^{-1}]$ 、誘導放出の影響も含んだ実効的な分光吸収係数 (net spectral absorption coefficient) $k'(\rho) [\text{m}^{-1}]$ とすると、ある点 ($\rho = 0$) に外側から内向きに向かってくる光子の輸送方程式は1階線形微分方程式の形

$$\frac{dI(\rho)}{d(-\rho)} = \epsilon(\rho) - I(\rho) k'(\rho) \quad (\text{A-8})$$

に書ける。右辺第1項は位置 ρ における局所的な発光を表し、第2項は吸収媒体中の伝搬による減衰を表す。境界条件として $\rho = \rho_j$ において $I(\rho_j) = 0$ とすると、解は

$$I(\rho) = \exp\left(\int_0^\rho k'(\rho') d\rho'\right) \times \int_\rho^{\rho_1} \left\{ \epsilon(\rho') \exp\left(-\int_0^{\rho'} k'(\rho'') d\rho''\right) \right\} d\rho' \quad (\text{A-9})$$

で与えられる。ただし

$$\int_{\rho_1}^\rho d(-\rho') = \int_\rho^{\rho_1} d\rho' \quad (\text{A-10})$$

を用いた。これより、求めるべき値 $I(0) = I_{qp}(\Delta\nu, j, \mathbf{r})$ が求まる。具体的には、 $q \rightarrow p$ の遷移を表す添え字 qp 、スペクトル分布を表す $\Delta\nu$ を明示し、分光放射係数 ϵ 、さらに誘導放出を考慮した実質的な分光吸収係数 k' を純粋な分光共鳴吸収係数 k で表すと

$$\epsilon_{qp}(\mathbf{r}, \Delta\nu) = \frac{h\nu_{qp}}{4\pi} n_q(\mathbf{r}) A_{qp} P_{qp}(\mathbf{r}, \Delta\nu), \quad (\text{A-11})$$

$$k'_{pq}(\mathbf{r}, \Delta\nu) = \left(1 - \frac{n_q(\mathbf{r})/g_q}{n_p(\mathbf{r})/g_p} \frac{P_{qp}(\Delta\nu)}{P_{pq}(\Delta\nu)}\right) k_{pq}(\mathbf{r}, \Delta\nu), \quad (\text{A-12})$$

ただし

$$k_{pq}(\mathbf{r}, \Delta\nu) = \frac{h\nu_{qp}}{c} n_p(\mathbf{r}) B_{pq} P_{pq}(\mathbf{r}, \Delta\nu) \quad (\text{A-13})$$

であり、これらを式 (A-9) に代入して、直接積分計算を行う。B 係数のかわりに、無次元量である振動子強度 f を用いる場合もある。両者の関係は B 係数を単位振動数あたりの量とすると

$$\frac{e^2}{4m_e c \epsilon_0} f_{pq} = \frac{h\nu_{qp}}{c} B_{pq} \quad (\text{A-14})$$

で与えられる。ここで e は電荷素量 [C]、 m_e は電子質量 [kg]、 ϵ_0 は真空誘電率 [$\text{C}^2 \text{J}^{-1} \text{m}^{-1}$]、 h はプランク定数 [Js] である。

以上のような手順によりエスケープファクタを求めることができる。これは Drawin [42] や Otsuka [15] が採用した手法で著者らも踏襲している [17]。これを直接積分法 (direct integration scheme) と名付ける。

光学的に厚いかどうかを表す指標は、スペクトル中心における光学的厚さ τ_{pq0} であり、 k'_{pq0} が光路においてほぼ定数とみなせる場合には、

$$\tau_{pq0}(\mathbf{r}) = \int_0^{L_q} k'_{pq0}(r) dr \simeq k'_{pq0}(\mathbf{r}) L_q \quad (\text{A-15})$$

で与えられる。等号となるのは、例えば下準位密度とスペクトル形状が空間一様であり、かつ、(i) 上準位密度が小さいため誘導放出が無視できる、あるいは (ii) 上準位密度も一様であり k'_{pq0} が定数とみなせる、の少なくとも一方を満たす場合である (通常は (i) の条件を満たしている)。

$\exp(-\tau_{pq0})$ は、スペクトル中心の光子が距離 L_q を吸収されずに進む確率を表す。ここで L_q はモデルで採用した輻射場の大きさの特徴付ける中心からモデル境界までの長さ

であり、上準位分布によって決まる。これはしばしば輻射捕獲半径 (輻射再吸収を考慮する半径) といわれる。下準位の空間分布 (基底準位の場合、容器の大きさ) を反映するものではないことを強調したい。

スペクトル形状が空間一様な温度 $T_p = T_q$ のボルツマン分布の場合、以下のように導出できる。全振動数空間の積分が 1 に規格化されたスペクトルの中心振幅 $P_{pq}(\mathbf{r}, 0)$ は、ドップラー幅 $\Delta\nu_D$ を与える関係式

$$\frac{\Delta\nu_D}{\nu_{qp}} = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{2k_B T_p}{M}} \quad (\text{A-16})$$

より

$$P_{pq}(\mathbf{r}, 0) = 1/\Delta\nu_D \sqrt{\pi} = \frac{c}{\nu} \sqrt{\frac{M}{2\pi k_B T_p}} \quad (\text{A-17})$$

である。ただし、 k_B はボルツマン定数 [J/K]、 M [kg] は吸収媒体となる原子またはイオンの質量である。誘導放出を考慮した実効的な吸収係数は (A-13) を (A-12) に代入し、(A-17) を用いて

$$k'_{pq0}(\mathbf{r}) = \frac{h\nu_{qp}}{c} n_p(\mathbf{r}) B_{pq} \left(1 - \frac{n_q(\mathbf{r})/g_q}{n_p(\mathbf{r})/g_p}\right) \frac{c}{\nu_{qp}} \sqrt{\frac{M}{2\pi k_B T_p}} \quad (\text{A-18})$$

と書けるため、それを L_q まで積分することにより、

$$\tau_{pq0}(\mathbf{r}) \simeq k'_{pq0}(\mathbf{r}) L_q = \frac{e^2}{4m_e c \epsilon_0} f_{pq} \left(1 - \frac{n_q(\mathbf{r})/g_q}{n_p(\mathbf{r})/g_p}\right) \times \lambda_{qp} \sqrt{\frac{M}{2\pi k_B T_p}} n_p L_q \quad (\text{A-19})$$

で表される (最終型では使いやすいように、振動数ではなく波長を用いた)。

仮定した上準位空間分布の形状において光学的厚さを求める場合、波長や振動子強度等のデータベースが使えるので、式 (A-19) の具体的計算に必要なパラメータは下準位温度、下準位密度および L_q である。

下準位の温度は上準位に等しいと仮定できればドップラー広がりから求める。あるいは水素等の分子ガスを導入すれば、分子の回転温度 [14] からガス温度すなわち分子と熱平衡状態にある原子の温度の目安が得られる。原子温度がわかれば、電離度が低いなら、状態方程式から原子密度を求めることができるし、より厳密には、分光的手法によりガス組成比を求めて原子密度を推定することも可能である [17]。したがって、最も任意性があるのは、 L_q である。 L_q は適用する上準位の空間分布形状、すなわちモデル (で計算に用いた仮定) に依存する。

A.3 固有モード展開法 (Eigenmode expansion analysis) [2]

プラズマ、すなわち、電子衝突等による励起源がなく、ある上準位 q (式 (A-2) では上下を決めない 2 準位で p, q を用いているので注意されたい) にインパルス的に占有密度が存在した後の減衰を考えてみる。すると、レート方程

式(A-1)はこの2準位系において

$$\frac{dn_q}{dt} = -n_q \Lambda_{qp} A_{qp} \quad (\text{A-20})$$

と表せる。光学的に薄い場合 $\Lambda \sim 1$ であり、 n_q の減衰の時定数が Λ 係数の逆数として与えられるのに対し、光学的に厚い場合は輻射場全体の変化が刻々と時定数に影響を与えることになる。

これは、もともと輻射輸送方程式として Holstein[43] が取り扱った式

$$\frac{\partial n_q(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -A_{qp} n_q(\mathbf{r}, t) + A_{qp} \int_V n_q(\mathbf{r}', t) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (\text{A-21})$$

と同形であることがわかるであろう。グリーン関数 G は伝達関数とも言われ、系の体積の任意点 $\mathbf{r}'$ から出た光が求みたい点 $\mathbf{r}$ で吸収される確率密度を記述するもので、それを $\mathbf{r}'$ について体積積分すると、ある特定の点における大域的な輻射場の寄与となる。

G の具体的表現は、誘導放出の項を無視し、下準位密度が空間一様、発光・吸収のスペクトル形状がそれぞれ空間一様の場合、

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{4\pi\rho^2} \int_{\text{line}} d(\Delta\nu) [P_{qp}(\Delta\nu, \mathbf{r}) k_{pq}(\Delta\nu) \times \exp(-k_{pq}(\Delta\nu)\rho)] \quad (\text{A-22})$$

と書け、直接積分法と等価であることがわかる。直接積分法においては、誘導放出を扱うことも式の上では可能であるが、通常、励起準位密度は小さいため計算時には無視される。

式(A-20)における未知関数である上準位分布を

$$n_q(\mathbf{r}, t) = \sum_j \alpha_j \Psi_j(\mathbf{r}) \exp[-\Lambda_j A_{qp} t] \quad (\text{A-23})$$

のように変数分離すると、フレドホルム型第2種積分方程式

$$(1 - \Lambda_j) \Psi_j(\mathbf{r}) = \int_V \Psi_j(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (\text{A-24})$$

に帰着され、逐次近似法によって固有値、固有関数を得ることができる。ここで Ψ_i は規格化された上準位密度の空間分布であり、係数 α_i を選び線形結合することにより、任意の関数を記述する。係数 α_i は時間に依存しないので、式(A-23)の $t=0$ の場合を用い、

表1 代表的なエスケープファクタ(Λ)導出例。1-4は固有モード展開法、5-8は直接積分法。 $n_p(r)$ 、 $n_q(r)$ はそれぞれ下準位、上準位の占有密度分布。適用系はP: Plain-Parallel (平行平板)、C: Cylindrical (円筒状)、S: Spherical (球対称)。スペクトルの形: G: Gauss型、V: Voigt型、H: Holtzmark型、DG: Double Gauss型。

	主著者	$n_p(r)$	$n_q(r)$	系	形	$\Lambda_{pq}(r)$
1	Holstein [43, 44]	一様	一様/Parabolic	P C	V	一様
2	Phelps[12]	一様	最低次の固有関数	P C	G	一様
3	Fujimoto[13]	一様	最低次の固有関数	C	G	一様
4	Molisch [45, 46]	一様	10次迄の固有関数	P C S	V	全空間
5	Drawin[42]	両者の比が空間一様		S	V	中心
6	Otsuka[15]	両者の比が空間一様		S C P	G	中心
7	Behringer [47]	一様	任意 (Uniform, Linear, Parabolic)	S C P	V, H G, DG	中心
8	Iida (2010) [14]	一様	任意 (Uniform, Parabolic, Gauss) / Multi-Gauss	C	G	全空間

$$\alpha_j = \int_V n_q(\mathbf{r}, 0) \Psi_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (\text{A-25})$$

と書ける。これにより $\alpha_j \Psi_j$ で重みをつけた Λ の期待値が求まり、式(A-20)と比べると、

$$\frac{-\frac{\partial n_q(\mathbf{r}, t)}{\partial t}}{A_{qp} n_q(\mathbf{r}, 0)} \Big|_{t=0} = \frac{\sum_j \Lambda_j \alpha_j \Psi_j(\mathbf{r})}{\sum_j \alpha_j \Psi_j(\mathbf{r})} = \Lambda(\mathbf{r}) \quad (\text{A-26})$$

のように両者が一致することが示せる。 Λ_j は定数であるが、固有関数による重みにより、 $\Lambda(\mathbf{r})$ は空間分布を持ち得る。

A.4 エスケープファクタ計算時の仮定条件

これまでの研究において、エスケープファクタを具体的に求める場合に仮定された条件の一覧を表1に示す。取り上げた文献のうち、Molisch[45, 46]、Iida[14]を除き、上準位空間分布が限定されているか、任意分布であっても得られるエスケープファクタの位置がプラズマ中心に限られている。

(門 信一郎)