

Numerical renormalization approach to two-dimensional quantum antiferromagnets with valence-bond-solid type ground state ¹

学習院大学計算機センター および 大阪大学大学院 理学研究科 物理学専攻

日永田 泰啓 ²

数値くりこみ法（密度行列くりこみ群の方法 [1]、積波動関数くりこみ群の方法 [2, 3] 等）は、今や 1 次元量子系及び 2 次元古典統計系を調べる際の標準的な手法の一つになった。

このような状況の中、我々は（「無限格子」上の³）高次元模型に適用するべく数値くりこみ法を拡張する研究（「数値くりこみ法の高次元化」）を進めている。

我々が高次元化を考える上でヒントにしたのは、 $d(\geq 2)$ 次元 valence bond solid (VBS) モデル [4] である。このモデルの基底状態 $|\text{VBS}\rangle$ はテンソル積で厳密に表せるという性質を持っている。この事を反映してこのモデルの物理量：

$$\langle \mathcal{A} \rangle \equiv \frac{\langle \text{VBS} | \mathcal{A} | \text{VBS} \rangle}{\langle \text{VBS} | \text{VBS} \rangle}$$

は次のように求めることが可能となる。まず、この式の分母のノルム $\langle \text{VBS} | \text{VBS} \rangle$ を「 d 次元古典統計系模型の分配関数」だと思って「転送行列」 T を導入する。すなわち L をシステム・サイズとして、

$$\langle \text{VBS} | \text{VBS} \rangle \equiv \text{Tr}(T^L)$$

とする。このとき

$$\langle \mathcal{A} \rangle = \frac{\langle l | T \mathcal{A} | r \rangle}{\lambda_1} \quad (1)$$

と表せる。ここで λ_1 、 $|r\rangle$ 、 $\langle l|$ は、それぞれ T の最大固有値およびその右固有ベクトルと左固有ベクトルであり、 $T \mathcal{A}$ は物理量 $\mathcal{A}$ を与えられれば定まるある行列である [5]。

この (1) 式は、ひとたび波動関数が（近似的にでも）テンソル積で与えられれば評価可能であることに注意されたい。

これまでの数値くりこみ法は、波動関数を行列積の形で近似的に対角化する方法であると考えることができる（たとえば文献 [6, 7] を参照）。これに対

¹この原稿は、奥西巧一氏（大阪大学大学院工学研究科）、阿久津泰弘氏（大阪大学大学院理学研究科）との共同研究に基づくものである。

²E-mail: hieida@acty.phys.sci.osaka-u.ac.jp

³密度行列くりこみ群の方法でいうところの「無限系の方法 (Infinite system method)」の事である。

し、数値くりこみ法の高次元化として波動関数を（行列積を一般化した）テンソル積で近似するアプローチを我々は採用するわけである。

このアプローチの第一歩として 2 次元無限格子 (六角格子・正方格子) 上の VBS model に対し適用し非自明な結果を得た。その詳細は文献 [5] を御覧くださるようお願いする。

謝辞

話す場を与えて下さいました皆様に感謝いたします。また日ごろから議論の相手をして頂いている西野友年氏（神戸大学）にも感謝いたします。

References

- [1] S. R. White: Phys. Rev. Lett. **69** (1992) 2863; Phys. Rev. B **48** (1993) 10345.
- [2] T. Nishino and K. Okunishi: J. Phys. Soc. Jpn. **64** (1995) 4084.
- [3] Y. Hieida, K. Okunishi and Y. Akutsu: Phys. Lett. A **233** (1997) 464.
- [4] I. Affleck, T. Kennedy, E. H. Lieb and H. Tasaki: Phys. Rev. Lett. **59** (1987) 799; Commun. Math. Phys. **115** (1988) 477.
- [5] Y. Hieida, K. Okunishi, Y. Akutsu: New J. Phys. **1** (April 1999) 7.
(← online journal であり、<http://www.njp.org/> から入手可能。その preprint version は cond-mat/9901155.)
- [6] 西野友年、柴田尚和：固体物理 Vol. 32, No.1 (1997).
- [7] 西野友年、奥西巧一、引原俊哉：物性研究 68-2 (1997-5).