

強く揺らぐ環境中で強い非平衡状態を維持する機構

東京大学 総合文化研究科 粟津暁紀*

物質的に閉じた化学反応系を、ある操作によって非平衡な状態に置き、平衡へ緩和させる。その場合系によっては、いわゆる散逸構造と呼ばれる構造を、過渡的に形成する事がある。ではこの時そのような構造形成は、系の平衡への緩和過程に対し如何なる影響を及ぼすのだろうか？

今回この小文の題に示した機構の理解に向けた First Step として、まず上記のような問いをたて、特に Turing パターンを過渡的に形成する物質的に閉じた化学反応系について、議論を行った。本小文ではその結果として得られた、Turing パターン形成が系の平衡への緩和を遅れさせ、強い非平衡状態を長時間維持させる、という現象について紹介する。

1 問題にすること

本小文は「記憶」をテーマにした研究会の講究録の一つである、ということで、まず本研究と「記憶」研究との絡みを多少考えてみる。異論は多々あるだろうし、ただ無知をひけらかすだけだという恐れもあるのだが、大きな風呂敷を広げてみる。これらはそのあと紹介する、化学反応系を用いた研究に対する、一つの動機を与えることになる¹。

過去の履歴を長時間「記憶」し、その履歴に依存した応答、挙動、状態が実現する。堅苦しい書き方をしたが、少し考えるととても日常的な出来事に思える。しかしもう少し考えると、それは我々にとって日常的であるに過ぎず、実際にはごく限られた物や状況(系とでも言っておく)においてでしか、起きていない事に気づく。特にこれまで物理学という土壌の上で研究されて来た様々な系や現象においては、「記憶」が本質的な影響を及ぼさない、もしくは特に気に掛ける必要が無いと考えられる場合が多く、議論もあまりされていない。ただ最近、本研究会でも講演のあったガラスや粉体²、高分子溶液等のソフトマター系の幾つかやCDW等において、それらの挙動に様々な「履歴依存性」が確認されている。しかしそれらの現象に対しても、それぞれ個別の現象に対する研究は幾つかあるものの、全体的、普遍的な理解にはまだ到っていない。それどころか、そのような理解が可能であるかどうかさえも、明快ではない。そういう意味で、馴染み深いと思うのはなんだかおかしい気もしてくる。ではなぜ多少なりとも日常的と思えるのか。急に力を抜いてぼんやり考えると、それはやはり「記憶」というものが、我々にとって最も身近な存在である生物にとって、無くてはならない特徴であるからでは、等という考えが浮かんでくる。

生物、あるいは生体内の様々な物質(タンパク、細胞等。総称して生体系)は、しばしばある種の機械として見做され、議論の対象となる。しかし機械といっても、我々の馴染みのあるマクロな機械とは材料の物性やスケール、動作する環境等が全く異なる。まず生体系は基本的に柔らかい物質で構成されており、さらに周りから常に強い揺らぎを受けている。そのためマクロな機械

*現在東京大学理学系研究科に所属。E-mail: awa@complex.c.u-tokyo.ac.jp

¹ [2] 等を参考にあれこれ考えた事を、ただらと述べさせて頂きました。

² 本研究会、松尾氏、中原氏による

の常識を受け入れるならば、生体系はとても機能を実現出来る代物ではないように見える。そのような背景から、生体系はなぜ強い揺らぎの中でうまく機能できるのか、という事がよく問題にされ、議論に上る。

ところでこの「強い揺らぎ」とは何であり、なぜその「強い揺らぎ」を考慮に入れる必要があるのだろうか。「強い揺らぎ」のその主語となるのは、やはりエネルギーや要素数(分子数、細胞数)である。しかし生体系を対象にしたときに使われる「揺らぎ」の意味合は、我々マクロな世界にいるものの感覚とは大きく異なる。一般にマクロな系におけるある量の揺らぎの大きさは、その量の平均値を基準に、それより十分小さいと考えられる。それに対し生体系では、ある量の平均に対し、大差ない大きさの揺らぎが存在し、系に影響を与えているようである。

では、なぜそこまで強い「揺らぎ」が存在するのか？まず完全な分割が可能かどうかを問わずに、大まかに注目系(例えば、ある細胞やタンパク集団)と周りの系(外部環境、他の細胞やタンパク(同種、他種))とを区別したとする。すると生体系では、それらの系間でエネルギーや運動の特徴的時間のスケールがバラバラで、非常に近いものから全く異なるものまで様々に存在する。そしてそれらが周りに居たり居なかったりするため、相互作用の頻度はバラバラになる。このとき周りと注目系との変化のスケール等の違いが、全て十分大きいという理想的な状況が実現されているなら、周りの系の性質を平均化し、それらをパラメーターやノイズと見做すことで、系の状態の特定と有効的記述が可能になる。しかし実際の生体系では、なかなかそのような単純化が可能ではない。そしてエネルギーや物質の流入出が溢れる程過剰な状況から、長時間全くないという状況までが、非定常に続くのである。このような場合単純な流体や化学反応系等では、原型、状態を規定することすら出来ない。しかしこれほどの大きな「揺らぎ」が、生体系には常に存在しているのである。

では、生体系はなぜそのような揺らぎの中でうまく機能できるのか？本小文ではそれと関連するだろうと思われる問いとして、生体系はその強い揺らぎの中で、如何にして自己の非平衡な状態、構造を(自発的に)維持しているのか、という問いを考えてみる。この問いは先のものより原始的(適当な言葉か分からないが、)なものである。しかし自己状態の長時間維持は、エネルギーの輸送のための励起状態維持、変形や分子結合を維持-伝搬することによる情報の伝達や、本研究会のテーマである「記憶」等の機能を実現するのに、最低限必要な性質である。機能実現と状態維持の間には深い関連があるのである。

この辺りで穴だらけの大風呂敷をたたんで、もう少しコンパクトで簡単な事実、予想に問題を限って考えてみる。生体系は、乱暴な言い方ではあるが、様々な化学反応(+物質移動)の連鎖で実現された非平衡な構造、状態形成の塊である。ここで大事なのは、当然なのだが、ただ多数の物質が集合しただけのものではない事である。例えば、今存在する生体系の構成要素(物質)をくまなくかき集めてきても、それだけでは同じものは出来ない。何らかの秩序、構造を形成してこそ、生体としての様々な挙動が実現されるのである。では化学反応系で実現された非平衡状態、構造が、「強く揺らぐ」環境中で維持される為には、どのような機構が必要か？すぐ思いつく必要な性質として、生体系ではよく起こる、長時間外界から孤立してしまうような状況、飢餓状態、におかれても、系はその強い非平衡状態を長時間維持できる、というものが挙げられる。これは必要条件というより、最低条件であろう。ではこの性質は、どのような系でどのような状況、条件において、実現され得るのか？まずこの問題を問う事から始める。

そこで外部から十分強い非平衡性(大きなエネルギーや物質の流入出、等)を与えた時に、比較的簡単なモデル化学反応系で実現される(マクロなスケールの)散逸構造形成[3, 4, 5]に注目する。

この現象はこれまでに、理論的、実験的に非常に多くの研究がなされ、多様な性質が知られている。ただしそこでは、多くの場合十分マクロな系が想定され、揺らぎの影響は無視される。そのため生体系のモデルという立場としては、やや弱いところが幾つもある。しかしそこに現われる多彩なパターン形成は、シンプルなルール群、物理プロセスからの生体活動の理解、という道の存在を、多くの研究者に気づかせた。

そこで今回、この散逸構造形成に注目する。特に、系に与えられた非平衡状態によって引き起こされる散逸構造形成は、その非平衡状態に対し、何らかの大きな影響を及ぼす事はないのか？具体的には、非平衡状態の維持に散逸構造が一役買っていないか？やや飛躍はあるが、そのような疑問を投げかけてみた。ということで以下の議論に続く。

2 数値思考実験、解析、解釈 [1]

エネルギーや物質濃度の分布が平衡状態のものから大きくずらされた場合、ある種の系ではその緩和過程において、散逸構造と呼ばれる多様な時空間構造を形成することが知られている。またこの構造は、系の外部とのエネルギー流や物質流を制御し、強い非平衡状態を維持することによって、定常的に生成、観測することができる。そこで従来の散逸構造研究の多くでは、外部から強い非平衡性を定常的に与え、もしくは定常的な非平衡性を想定し、その挙動の多様性と数理とが議論されてきた [3, 4, 5, 13]。

しかし本小論では前章で述べた動機から、初期に与えられた非平衡性によって形成された散逸構造自身が、平衡への緩和に与える影響を議論したい。そのためには、物質的に完全に閉じた化学反応系を考える必要がある。そこで以下のように、反応を行う 2 種の化学種 u, v 、反応をある方向に進めさせる化学種 (Resource) A 、およびその反応を逆方向に進めさせる化学種 (ゴミ) B が、閉じた空間内に分布した反応拡散系を考える。具体的に、各物質は次の 3 つの反応 I) $A + v + 2u \xrightleftharpoons[k_{BA}]{k_{AB}} B + 3u$ ($k_{AB} = 1 \gg k_{BA}$)、II) $u \rightleftharpoons v$ 、III) $A + u \rightleftharpoons A + v$ を行うとする。

$$\dot{u}_i = A_i v_i u_i^2 - (1 + A_i)(u_i - v_i), \quad (1)$$

$$\dot{v}_i = -A_i v_i u_i^2 - (1 + A_i)(v_i - u_i) + D_v(v_{i+1} + v_{i-1} - 2v_i), \quad (2)$$

$$\dot{A}_i = -A_i v_i u_i^2 + D_A(A_{i+1} + A_{i-1} - 2A_i). \quad (3)$$

ここで簡単のため $k_{BA} = 0$ とした。 i は空間の Index である。この系では、 A を固定することで強い非平衡状態を人工的に維持すると、Turing 不安定性と同等の不安定性が現れる。³ またこの系は物質的に閉じているため、 $\frac{1}{2N} \sum_i (u_i + v_i) = S$ は保存し ($N \dots$ No. of sites.) [16]、最終的に $A = 0$ 、 $u_i = v_i = S$ のような平衡状態に緩和する。

まずこの方程式系が実現する、平衡への緩和を概観する。具体的には、まず反応を促進させる Resource A を初期に十分多く与え ($A_i = A_{ini} = 100$)、 u, v の初期条件を $S = 4$ のもと $u_i = u_i^0$ 、 $v_i = S = 4$ と与えた場合における、 u, v の挙動と A の減少の傾向との関係を見て行く。ここで u_i^0 はそれぞれ $[-1, 1]$ の一様乱数 rnd_i を使って $u_i^0 = S + \delta \times rnd_i$ とし、 $\delta (0 \leq \delta \leq S)$ の制御によって u_i^0 の非一様性を与える。

³ This model is a variant of the Gray-Scott [12, 13] or Brusselator [3, 14] models such that we additionally include changes in the resources A_i .

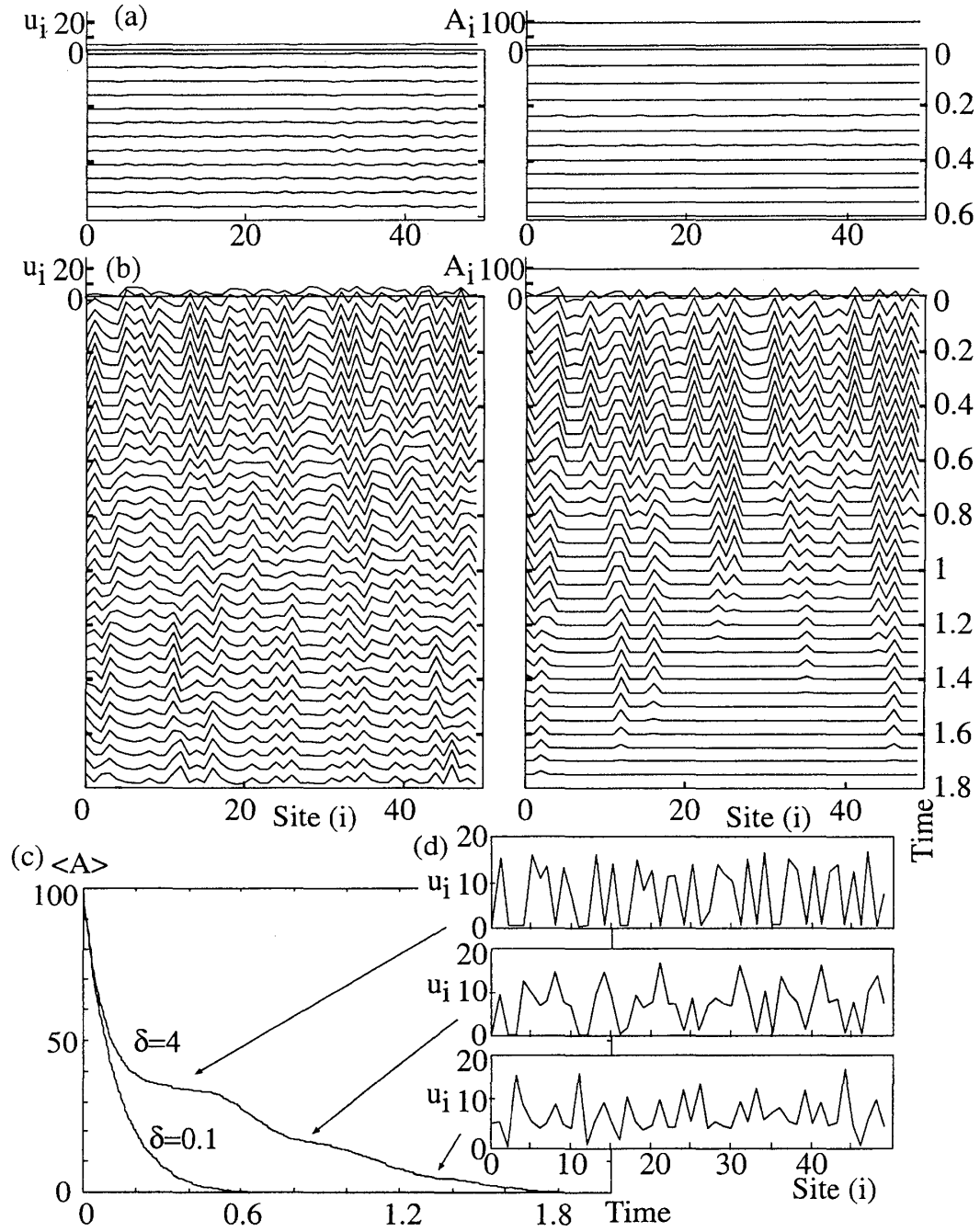


図 1: Typical temporal evolutions of u_i (left), A_i (right) for $D_v = 250$, $D_A = 0$, and $S = 4$. (a) $\delta = 0.1$ and (b) $\delta = 4.0$ plotted until $\langle A \rangle$ becomes smaller than $0.001 A_{ini}$. (c) The time evolutions of $\langle A \rangle$ corresponding to (a) and (b). (d) Three typical snapshots of spatial patterns in (b) which are plotted at the time step shown by the arrows.

図1は平衡へ緩和する際に現われる u_i 、 A_i の2種類の典型的な時空間発展を示したものである ($D_v = 250$ 、 $D_A = 0$)。ここではそれぞれ (a) $\delta = 0.1$ 、(b) $\delta = 4.0$ の場合を示した。またそれぞれの場合における $\langle A \rangle (= \frac{1}{N} \sum_i^N A_i)$ の時間発展を、図1 (c) に示す。

まず δ が小さい場合、 u_i の揺らぎが十分大きくなる前に A_i が消費されてしまい、ほとんど構造を作らぬ間に緩和する。(図1 (a)) この場合、 $\langle A \rangle$ はスムーズかつ速やかに減少する (図1 (c))。それに対し、大きい δ が与えられた場合、 u_i の揺らぎが A_i を消費することで成長し、空間的に非一様なパターンを形成する。このパターンはしばらく保たれた後に減衰するが、その後また異なる空間非一様パターンが再形成され、このような再形成が何回か繰り返される (図1 (b)(d))。またこのような場合、 $\langle A \rangle$ の時間変化にプラトーが幾つか現われ、減衰は段階的になり、また緩和時間も非常に長くなる (図1 (c))。一般的に各プラトー領域では、それぞれ異なる準定常的なパターンが存在している。⁴

この結果は、初期に与えられた非平衡性によって構造が形成された場合、構造を形成しない場合に比べ、その非平衡性が長時間維持され、平衡への緩和が遅くなり得る、ということを示している。そこで次に、このような非平衡性の維持が実現出来る簡単なメカニズム、及び条件について議論する⁵。

図2は、 u_i の揺らぎが小さい場合と大きい場合について、その緩和過程の違いを簡単なイラストにしたものである。以下に示すように、この系の緩和過程には2種類の過程が存在する。一つ目の過程は u_i が触媒する A_i を消費しながら v_i を u_i に変化させる、非常に速い反応過程である (反応I)。この過程は Turing 不安定性により u_i の揺らぎを増大させるものである。しかし u_i の揺らぎが非常に小さい場合、この過程により揺らぎが十分成長する前に、 A_i は空間的にほぼ一様に消費される。よって素早く系全体の A_i が消費され、系は緩和する (図2左側)。

それに対し初期に十分大きな u_i の揺らぎが与えられている場合、この速い反応過程 (反応I) において、 u_i のピークは A_i を消費しながら大きく成長し、あるパターンを形成する。ところでこの系は、物質的に閉じた系である。つまり u_i のピークの成長は、それ以外の場所での u_i 、 v_i の欠乏を意味する。よってピークの存在する場所では A_i がほぼすべて消費されているが、その消費は局所的なもので、それ以外の場所にはまだ十分 A_i が残っていることになる。ここで成長したピークは、その場所にもう A_i が存在しないため、それを維持できず、やがて反応II) に従って減衰していく。これが2つ目の過程である。この過程には2つ特徴がある。1つは、この反応が1つ目の過程に比べ非常に遅いということ。もう一つは、この過程では A_i の消費が殆ど起こらないことである。これは、ピークのある場所では A_i が殆ど残っておらず、 A_i が十分残っている場所では u_i 、 v_i が十分多く存在していないため、系全体で A_i を消費する反応が殆ど起こらないためである。そして $\langle A \rangle$ の減衰に現れるプラトーは、この2つ目の過程に起因している。また、この過程によってピークが減衰し、周りに u_i 、 v_i が十分にいきわたると、それまで消費されてなかった A_i を使って、 u_i 、 v_i の分布の偏りが再び成長し、先ほどと異なるパターンを作る (過程1)。そしてまたそのパターンがゆっくり減衰する (過程2)。このように局所的に起こる2つの過程を繰り返しながら少しずつ緩和していくため (図2右側)、系全体の緩和は非常に遅くなる。

上記の説明は、 u_i の初期揺らぎが非常に小さい場合と十分大きい場合に対する、Resource A_i の拡散が十分小さいと仮定した上での議論である。次にこのようなメカニズムによる緩和が起こる

⁴ This behavior is rather general in our model, as long as S and D_v are large enough to allow for the formation of spatial patterns.

⁵ やや詳しい説明については、文献[1]をご参照ください

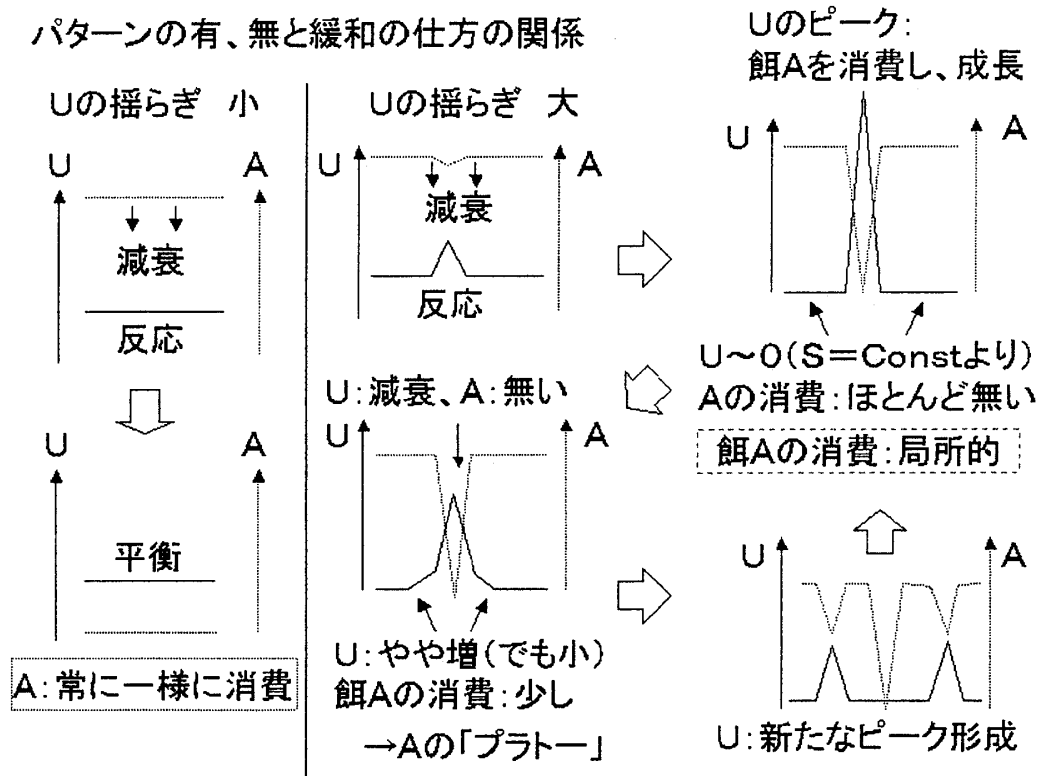
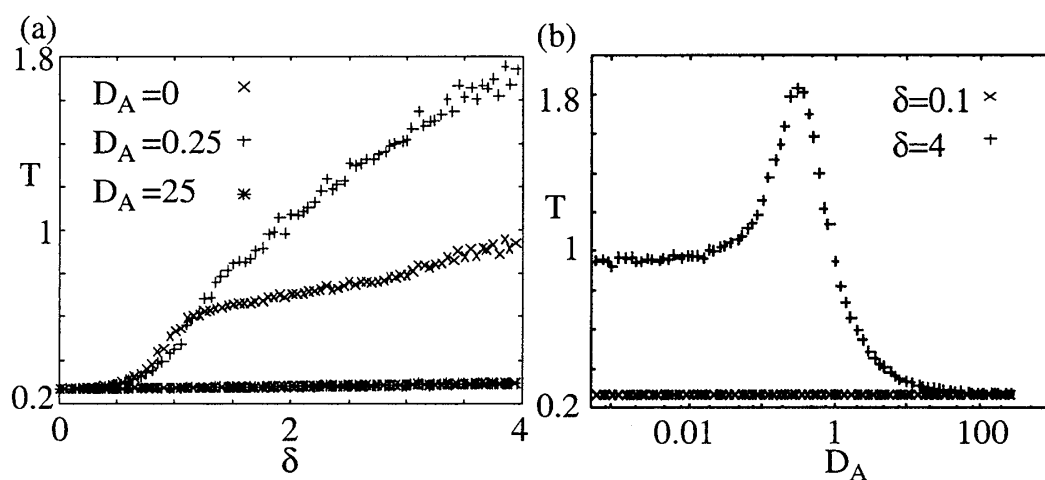


図 2: Brief description of dynamical mechanisms of the fast and slow relaxations.

図 3: (a) The average relaxation time T , plotted as a function of δ , for $D_A = 0$, $= 0.25$, and $= 25$, and (b) T as a function of D_A for $\delta = 0.1$ and $= 4$. $D_v = 250$.

条件について見ていく。

図 3 (a) は、初期に与えられた u_i の揺らぎの大きさに対する、系の緩和時間を示したものである。ここでは緩和時間を $\langle A \rangle = 0.1A_{ini}$ となる時間と定義した。この図から、緩和時間は u_i の揺らぎに対し増加傾向にあり、またある閾値を境に大きく変化していることが分かる。つまりこの閾値以上の u_i の初期揺らぎが与えられた場合に、パターン形成が可能になり、その結果緩和が遅くなる。

また図 3 (b) は、緩和時間の A_i の拡散係数依存性である。これにより A_i の拡散が非常に大きい場合には、 u_i の初期揺らぎの大きさに依らず、素早く緩和することが分かる。(そこそこの大きさでは緩和時間は伸びる。) これは、 u_i の揺らぎが大きく至るところで u_i 、 v_i が欠乏していても、 A_i の拡散が非常に速ければ、 u_i のピークの位置で系全体の A_i が消費できるので、結果的に一様に消費される状況と変らなくなるからである。よって今回見られたような遅い緩和の実現には、Resource A_i の変化が、 A_i も図 1 (b) のようにパターンを形成するような、ローカルな（ゆっくりにした）ものである、ということも条件となる。

このように散逸構造形成、特に Turing(-like) パターン形成が、(幾つかの条件を満たしていれば) 系の非平衡状態を維持するのに大きな役割を演じうることが分かる。ここで起きている挙動の種は、Turing 不安定性と、系が物質的に閉じている、といったところである。そのような事から、このような緩和の伸長は、実験でも簡単に見ることができ、またかなり広い範囲の現象で見ることができるのではと考えられる。

3 付け足しとして

化学反応系等の動力学を議論する場合、まず議論される最も基本的な性質は、弱い非平衡状態において実現する一様定常状態の、非平衡性の増大に対する不安定化だろう。その不安定性はこれまでに、(細かく見れば) 様々な種類のものが知られているが、その中でも最も典型的なものは、振動不安定性 (ホップ分岐等、時間軸方向の一様性に対する不安定性) と拡散不安定性 (Turing 不安定性等、空間軸方向の一様性に対する不安定性) であろう。

ところで前節では、閉じた化学反応系の平衡への緩和が、拡散不安定性 (Turing 不安定性) による空間パターン形成によって強く妨げられる、という現象について紹介した。では、もう一つの典型的な不安定性である振動不安定性は、閉じた化学反応系における平衡への緩和に対し、どのような影響を及ぼすのだろうか？

以下その問いに対し、一つの例を通じて行った議論を紹介する。その結果から、振動不安定性が平衡への緩和を、有意に妨げるということはどうも有りそうに無い、ということが分かる。⁶

次のような方程式系を考える。

$$\dot{u}_i = A_i v_i u_i^2 - k B_i u_i^3 - (u_i - v_i) X_i - u_i + w_i, \quad (4)$$

$$\dot{v}_i = -A_i v_i u_i^2 + k B_i u_i^3 - (v_i - u_i) X_i + D_v (v_j - v_i), \quad (5)$$

$$\dot{w}_i = u_i - w_i, \quad (6)$$

$$\dot{A}_i = -A_i v_i u_i^2 + k B_i u_i^3 + D_A (A_j - A_i). \quad (7)$$

⁶ ただしこの段階では、当然まだはっきりとしたことを言える訳ではない。

$$\dot{B}_i = A_i v_i u_i^2 - k B_i u_i^3 + D_B (B_j - B_i). \quad (8)$$

ここで、 u, v, w , は Activator とその派生物、および Inhibitor、的物質であり、 A, B はそれぞれ Resource とゴミである。今回、これらの物質の入った反応槽が 2 つ結合した系を考える (結合定数、 D_v, D_A, D_B)。上記の方程式では、注目する反応槽の番号を i 、他方を j とした。また $S = \sum_{i=1,2} (u_i + v_i + w_i) / 6$ が保存する。この系は、 $X_i = \text{const}$ で閉じた結合ブラッセレーター系 [3]、 $X_i = A_i$ で、前節で扱った変形系と等価な系になる。前節では後者の場合で議論したが、前者のオリジナルのブラッセレーター系の場合でも同様の傾向は得られる⁷。ここでは、 $X_i = w_i$ (系 1)、および $X_i = w_j$ (系 2) とおいた 2 つの場合を扱い、比べてみる。

系 1、系 2 の 2 つの系における平衡への緩和挙動を見る前に、 $A = \text{Const}(= 10)$ 、 $B = 0$ と非平衡性を固定した場合における挙動を見る。すぐ分かるが、この 2 つの系の一樣定常状態は同じである。しかし S がある程度大きい場合、その一樣状態は不安定であり、それぞれ次のような異なる状態が実現する：系 1... $u_1 > u_2$ と $u_1 < u_2$ を周期的に繰り返すリミットサイクル (図 4 (a))：系 2... $u_1 > u_2$ もしくは $u_1 < u_2$ で静止した状態 (図 4 (b))。これらの状態は、それぞれ系 1：振動不安定性、系 2：拡散不安定性、に起因するものである。

このように、異なる不安定性を示す (一樣定常状態が同じという意味で) 良く似た系が準備出来たので、それぞれ物質的に閉じさせた場合における平衡への緩和挙動について、具体的に見ていく。ここではそれぞれ、初期条件として $v = w = S = 4$ 、 $u_1 = S + \delta$ 、 $u_2 = S - \delta$ 、 $A = 50$ 、 $B = 0$ と置き、 δ の違い、つまり系の初期不均一性の違いに対する緩和過程の変化を追う。(今回は $k = 0.01$ 、 $D_v = D_B = 1000$ 、 $D_A = 10$ とした。)

まず振動不安定性を内包する系 1 について、平均 Resource $\langle A \rangle$ 消費の時間発展を、図 5 (a) に示す。この場合、 δ が大きくなる程 A の消費が速いことが分かる。また緩和曲線の特徴として、始めは比較的ゆっくり緩和し、徐々に緩和が速くなる、といったことが共通して見られ ($\delta > 0$)、また δ が大きい程、早い段階で速い緩和へ変化している。ここでこの系の場合、 δ が大きい程相空間上の初期点とリミットサイクル軌道との距離が近くなっており、リミットサイクルに巻きつくのが早い。よってここで見られる、比較的遅い緩和から速い緩和への変化は、リミットサイクルへの巻きつきによって起きており、それによって緩和が促進されていると考えられる。

それに対し拡散不安定性を内包する系 2 の場合、 δ が大きく対称性の破れを促進させてやると、図 5 (b) のように A の消費が有意に遅くなる。つまり一樣な緩和過程に比べ、対称性の破れた構造を伴う緩和の方が有意に遅くなる。この場合の基本的なメカニズムは、前節で述べたものとほぼ同じである。ただ $(u_i - v_i)w_j$ という項の存在のため、 $u_1 \gg u_2$ もしくは $u_1 \ll u_2$ 状態を壊す反応が更に遅くなり、前節の場合よりも緩和は遅くなる。

⁷ オリジナルのブラッセレーター系 ($X_i = \text{const}$) の場合、Resource の消費に従って系の非線形性の強さ (大まかに A_i と X_i の比に依存) が大きく変化してしまうため、揺らぎが成長できるタイミングに強い制限がかかる。そのため系はパターン形成にてこずりがちになり、その分だけ前節で用いたモデルに比べ緩和の妨げが弱くなる。

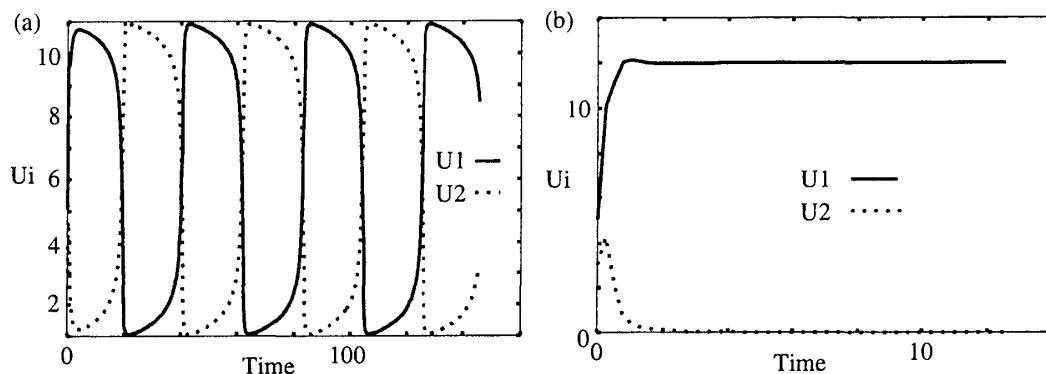


図4: $A = \text{const}$, $B = 0$ としたときの系1、系2における u_1 , u_2 の挙動。(a) 系1で見られるリミットサイクル。(b) 系2で見られる対称性の破れた静止状態。

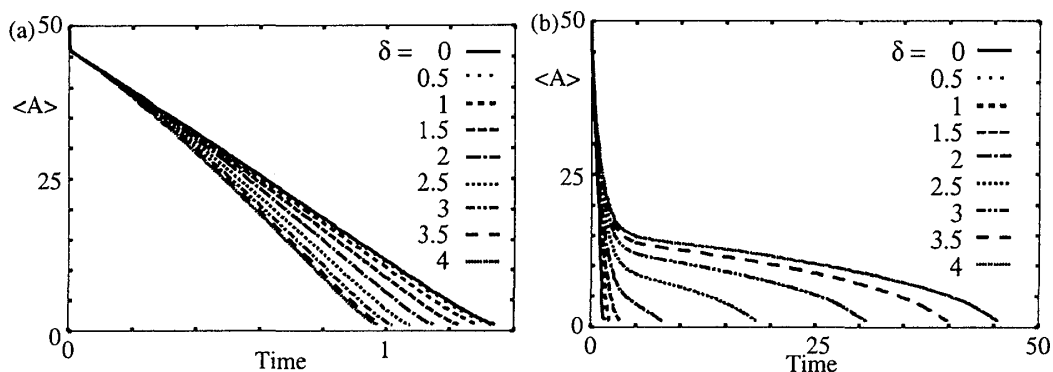


図5: 系1、系2における A の消費の時間発展。(a) 系1 (振動不安定な系)。(b) 系2 (拡散不安定な系)。

なぜ振動不安定性は、拡散不安定性のように系の緩和を妨げないのか？大まかな説明は以下のようであろう。非平衡状態にある化学反応系等のモデルでは、例えば流入する Resource 量が、多くの場合非平衡パラメーターのとして置かれる。そして振動不安定性は多くの場合、その非平衡性パラメーターの増大によって出現する。つまり、Resource の流入が十分にある場合に、系は自律的な振動できるのである。これは逆に言うと、自律振動の実現には十分な Resource の流入が必要であるということであり、その結果閉じた系では、振動の発生と共に Resource 消費が急速になると考えられる。このことより振動不安定性は、平衡への緩和を妨げるものにはなりそうもない。

それに対し Turing 不安定性の場合、その発生に重要なパラメーターは、非平衡性パラメーターではなく、むしろ異なる化学成分間の拡散係数の差 (比) の増大である。つまり、この不安定化によって Resource 消費は確かに必要ではあるが、振動不安定な場合程、その状態形成に Resource 消費が最重要事項であるというわけではない。更に先の節で議論したように、閉じた系の緩和過程では、その過程で起こる構造変化において、必ず Resource をほとんど消費しない構造崩壊過程 (ピークの減衰過程) を経る。その過程の分、緩和は常に妨げられるのである (条件はあるが)。

4 足りない事

本小文では、簡単なモデル系を例に、構造形成による非平衡性の維持の可能性について見て来た。しかしこの節のタイトルの通り、生体系的意味においても非線形動力学系的意味においても、様々な部分に足りない事、これから問題にすべき事が多々ある。挙げ切れないどころか気づいてもない事も有るかと思われるので、当然全ては無理であるが、幾つかすぐ気になることを挙げる。

まず非線形動力学系として、今回の結果の Universality を問う、および系の分類を行う、という事が必要である。本研究から、Turing 不安定性を持つ系では、その不安定性ゆえに、広い条件下で平衡への緩和が遅くなる、という傍証は得られた。しかし、まだ「有る種のモデル系では」という枕言葉が完全に拭えているとは言いきれず、もう少し厳密な条件を確かめる必要がある。また、緩和を遅くする他のメカニズムは無いのか？興奮系、カオス系ではどのようなものであるか？ということも興味深い。

生体系モデルとして考えるべき事も多数ある。まずモデルを反応の素過程のみで構成することや、そして実際に揺らぎを与えてみる事、などがすぐに挙げられる。また、生体系では反応拡散的な側面よりも、多数の様々な化学成分間の反応がネットワークを形成している、という事がより重要である。そのため、そのようなネットワーク系における不安定性と非平衡性の維持、という事にも注目する必要がある。

また始めに、大きな「揺らぎ」の原因として分子数の有限性、少数性といった事が考えられる、と小文の始めに述べた。ではそのような事が問題となる系で、微分方程式記述、およびそこで得られた結果は何処まで適用出来るのか、という問題もある。これはモデル化の根本にも触れる物であり、なかなか難しい問題である。しかし今回得られた結果やそのメカニズムに関しては、たとえ微分方程式記述が破綻するような場合においても、そのロジックは生き続けるのでは、樂觀している。それについては、様々な階層の系、モデルを通して調べていく必要がある。(現在調べています。)

共同研究者の金子邦彦氏、本講究録の取りまとめ役であり、このような小文を快く受け入れて下さいました藤本仰一氏、佐藤譲氏に感謝致します。

参考文献

- [1] A. Awazu and K. Kaneko, Phys. Rev. Lett. 92 (204) 258302.
- [2] 金子邦彦：生命とは何か (東京大学出版会 2003)、金子邦彦編：複雑系のバイオフィジックス、伏見譲：生命の起源と進化の物理学 (共立出版、シリーズニューバイオフィジックス II)、等
- [3] G. Nicolis and I. Prigogine: SELF-ORGANIZATION IN NONEQUILIBRIUM SYSTEMS - From Dissipative Structures to Order through Fluctuations (John Wiley & Sons, 1977).
- [4] H. Haken: Advanced Synergetics: Instability Hierarchies of Self-Organizing Systems and Devices (Springer-Verlag GmbH & Co. KG, 1983).

- [5] Y. Kuramoto: Chemical Oscillations, Waves and Turbulence (Springer, Berlin, 1984).
- [6] A. T. Winfree: The Geometry of Biological Time (Springer, New York, 1980).
- [7] L. A. Blumenfeld and A. N. Tikhonov: Biophysical Thermodynamics of Intracellular Processes (Springer-Verlag New York Inc. 1994).
- [8] P. E. Strizhak and J. A. Pojman: Chaos **6** (1996) 461.
- [9] M. Rustici, C. Caravati, E. Petretto, M. Branca, and N. Marchettini: J. Phys. Chem A **103** (1999) 6564.
- [10] M. Masia, N. Marchettini, V. Zambrano, and M. Rustici: Chem. Phys. Lett. **341** (2001) 285.
- [11] R. M. Noyes: J. Chem. Phys. **64** (1976) 1266.
- [12] P. Gray and S. K. Scott, Ber. Bunsenges phys. Chem., **90** (1986) 985.
- [13] J. E. Pearson, Science **261** (1993) 189.
- [14] R. Lefever, G. Nicolis, and P. Borckmans: J. Chem. Soc., Faraday Trans 1 **84** (1988) 1013.
- [15] I. R. Epstein, and I. Lengyel: Physica D **84** (1995) 1.
- [16] While relaxation to a unique equilibrium state satisfying $A = 0$ and $u_i = v_i = S$ is assured for $t \rightarrow \infty$ in this model, if we fix $A_i = A_0 \gg 1$ in order to maintain the non-equilibrium condition, this system shows the following bifurcation of the attractor, depending on S .
 I) If $S \leq 0.75$, a unique uniform state with u_i and v_i constant over i and time exists that is stable against small perturbations. II) If $S > 0.75$, the uniform state is unstable, and the attractor is replaced by a non-uniform pattern of u_i and v_i , which is constant in time. This Turing instability of the uniform states is straightforwardly obtained by linear stability analysis.