

超音速ジェット的不安定性

京大工・航空	松田 卓也	(Takuya Matsuda)
京大工・航空	石井 隆次	(Ryuji Ishii)
京大工・航空	梅田 吉邦	(Yoshikuni Umeda)
京大工・航空	保田 充彦	(Atsuhiko Yasuda)
川崎重工業(株)	沢田 恵介	(Keisuke Sawada)

1. はじめに

ロケットや航空機のエンジンから噴出される超音速ジェットは航空宇宙工学の分野では昔からよく知られた現象であり、数多くの実験、解析的研究がなされてきた。また、銀河の中心核などさまざまな天体から噴出される宇宙ジェットも、そのスケールは非常に大きい。実験室でのジェットと本質的に同じ現象として取り扱うことができる。実験室での超音速ジェットに関する研究のほとんどはジェットを定常現象として取り扱ってきたが、短時間露光のシュリーレン写真によれば、決してジェットは定常ではなく、内部衝撃波によるセル構造の位置、形状は時間的に変動していることを示している。また、実験室ジェットから発せられるスクリーチトーンと呼ばれる、ある特長的な周波数を持った音波も、ジェットが振動していることのひとつの証拠である。本研究の目的は非粘性の範囲内で、数値計算によって、ジェットの非定常性と流体力学的不安定性との関係を明らかにすることである。

ジェットの非定常性は、主に流れ場内の接触不連続面上の流体力学的不安定性（レイリー・テイラーおよびケルビン・ヘルムホルツ不安定）によるものと考えられる。そして、これらの不安定性によって生じた擾乱は、外部気体中を上流へ伝播し流体力学的不安定を強める、というフィードバックループが形成される。このメカニズムはPowellによって提唱された⁽¹⁾。宇宙ジェットの場合は、ジェットを包むような領域、cocoonを通じてbeam headの不安定性が上流へと伝えられる場合もある。

本研究で対象としたのは、円形ジェット、平面ジェットおよび宇宙ジェットである。

円形ジェットは、最も典型的なジェットであり、円形の穴から噴出されるものである。ここでは軸対称性を仮定したコードをもちいて、ジェットバウンダリー上のケルビンヘルムホルツ(K-H) 不安定と内部構造の変動との関係を調べる。平面ジェットは仮想的な2次元平面上のジェットであり、2次元コードによってシミュレートすることにより、横方向、すなわちジェットの中心軸に垂直な方向の振動を調べる。また、先に述べたフィードバックループの存在についても調べる。宇宙ジェットは天体現象として存在するものである。電波望遠鏡によって観測される天体の中には非常にほそながい形状をしているものがあり、これらの中には一般に、ノットと呼ばれる電波ふく射の強い部分がほぼ周期的に存在することが知られている。これらは実験室ジェット中に見られる衝撃波によるセル構造と同等なものと考えられ、そのような天体がジェットである証拠の一つとなっている。数値計算はやはり軸対称コードを用いて行ない、パラメータはNormanらの数値計算⁽²⁾⁽³⁾の一部を使用した。最後に逆噴射ジェットについて調べた。これはジェットの噴出される方向に対して逆向きに外部一様流が流れている場合である。逆噴射ジェットは宇宙飛しょう体の大気圏再突入時における空力加熱の緩和、姿勢制御に関連して1960年代アメリカを中心に実験的研究がなされた。また、宇宙物理学の分野でも星間ガスと星風の干渉などは逆噴射ジェットと同等な現象と考えられる。逆噴射ジェットの場合はジェットバウンダリーよりむしろ2つの流体の接触不連続面上の不安定性の影響が重要となる。また、ノズル物体が存在する場合は、物体前方に死水領域が生じ、その圧力変動が流れ場全体を振動させる可能性もある。

記号

P: 圧力 T: 温度 ρ : 密度

M: マッハ数 γ : 比熱比

R: ノズル半径

t: 時刻 (外部流の音速でノズル半径あるいはノズルスリット幅の半分を横切る時間を単位時間とする)

添字

inf: 外部一様流 (静止気体) の状態量

：ノズル出口における状態

　　：よどみ点における状態

$P=p_{0j}/p_{inf}$ と定義し、円形ジェット、平面ジェットはすべて $T_{0j}/T_{inf}=1.0$ とする。

2. 定式化

本研究においては、粘性の影響は無視するため、用いた基礎方程式はオイラー方程式である。超音速ジェットのレイノルズ数は 100 万程度のオーダーになるのでジェット主流の部分は非粘性で十分近似できると考えられる。しかし、後に見るように、粘性の影響が無視できない部分は存在し、その影響は本研究では取り上げられない。また、平面ジェットは 2 次元、その他は軸対称を仮定する。さらにジェット、外部気体とも理想気体とし、それらの比熱比は等しい（宇宙ジェットの場合 5/3，その他は 1.4）とする。

用いた数値計算法は Osher 風上差分法を有限体積法によって定式化したものである⁽⁴⁾⁽⁵⁾。このスキームは、リーマン問題を近似的に（衝撃波を圧縮波で近似して）解くことによって各セル境界上の流束をもとめ、その収支から各セル重心で定義される物理量の時間発展を求める。人工粘性が比較的少ないため、接触不連続面上を鈍らす影響が少なく、その上での流体力学的不安定性を捕らえるには適切な数値計算法である。

空間精度を改善するために van Leer と van Albada⁽⁶⁾ による平均関数を用いて、各セル内の物理量に線形分布を仮定している。時間積分は 2 段階法を用い、半時間幅進めたところでの流束をもとめている。そのため、時間的にも 2 次精度である。

本研究のように非定常性あるいは振動現象を調べるさいには、初期条件の影響も無視できないであろう。しかし、初期条件は流れ場を大きく変化させるというよりは、励起される振動モードの違いが現われる程度であると考えられる。なぜなら、K-H 不安定や R-T 不安定は自励的であるからである。したがってここでは、もっとも簡単な impulsive-start を採用する。すなわち初期の計算領域は外部一様流によってうめられ、 $t=0$ において突然ジェットが噴出されとする。

一方、境界条件の選択はより重要である。不適切な境界条件はジェットから生じた

擾乱を反射し、それが流れ場を乱すからである。また数値計算法に含まれる人工粘性が少ないことによっても、その影響は強められる。本研究においては無限遠につながるべき数値境界には外気条件を課した⁽⁷⁾。またノズル出口にはマッハ数、圧力、密度を指定した一様流を指定した。ジェットの状態量を貯気槽で指定している場合（円形ジェットと2次元ジェット）は、ノズル出口までのジェット流は概一次元近似に従うとした。

3. 円形ジェット

図1(a)は長時間露光（1/30秒）で撮影された、 $P=3.90$, $M_j=1.0$ の円形空気ジェットのシュリーレン写真である。内部衝撃波は軸対称性を持ち、かつ比較的シャープな輪郭を持ったセル構造が4-5個確認される。また、ジェットバウンダリーはなめらかである。たしかにこの写真を見るとジェットは定常であるようにみえる。じつは、あとの写真と比較してわかるように、この写真はジェットの挙動に対して十分長い露光時間で撮られたものであり、時間平均を取った流れ場を表わしている。

一方、図1(b)は図1(a)と同じジェットを短時間露光（ $1.1\mu\text{sec}$ ）で撮影したものである。この写真は先程のものとはかなり異なった印象を与える。セル構造は一つめを除いてその形状がかなり乱れており、ジェットバウンダリーも滑らかではなく、その上に多くの渦が見られる。外部静止気体中にはジェットから発せられた音波の波面が見らる。この写真は、流れ場は決して定常ではないことを示している。

ジェットのこのような非定常性は次のように説明される。ジェットバウンダリー上のケルビンヘルムホルツ不安定により生じた渦が下流へと流される際に、ジェットバウンダリーの曲率が変わるため、もともとジェットバウンダリーから反射する圧力波が合体したものとして形成される内部衝撃波は、その形状を変化させられる。また、内部衝撃波とジェットバウンダリーとの交差点では、渦はジェット流に直接圧力変動を及ぼす。さらに、渦は圧力波（音波）を発し、これが外部静止気体中を上流へと伝わってノズルリップ付近のジェットバウンダリーに微小な擾乱を与え、これがケルビンヘルムホルツ不安定の成長を強める。このようなフィードバックループはPowellによって提唱された。

次に我々の数値計算の結果を示す。図2は、数値計算による密度分布の時間発展である。メッシュ数は軸方向に450，半径方向に75である。流体力学的不安定による渦

は二つめのセル構造から生じ始め、下流につれて成長している。渦の移動に伴って内部衝撃波の形状が変化しているのがわかる。この図は2つ目のセル構造のほぼ一周期に対応しており、3つめのセル構造は2つ目の約2倍の周期を持つことがわかった。この結果は図1(b)の瞬間の流れ場の写真に対応している。

図3は数値計算による流れ場の時間平均をとったものの密度等高線である。時間平均は、2つめのセル構造の周期の約6倍の時間にわたってとった。図3は図2と違い、2つ目のセル構造も1つめと同じ形状を持ち、3つめ、4つめもその形状が定まりつつある。当然であるがジェットバウンダリーは滑らかで渦は見られない。この結果は、図1に対応しており、数値計算によって円形ジェットの2つの様相、すなわち、瞬間的な非定常な流れ場と時間平均を取った周期的構造を持つ流れ場を捕らえることができたといえる。

4. 平面ジェット

前節では軸対称コードを用いて、ジェットの非定常性を数値シミュレートしたが、図1(b)を見ると内部衝撃波の形状や外部気体中の音波は非対称であり、ジェットは明らかに横方向の（ヘリカルな）振動モードをもつことがわかる。現実的なジェットを再現するにはもちろん3次元計算が望ましいが、接触不連続面上の流体力学的不安定性を捕らえるにはかなり細かいメッシュをとらなければならないので、計算機の手数と記憶容量の制限から現時点においてはあまり効率の良い計算ができるとはいえない。そこで3次元計算の前段階のモデルとして平面ジェット、すなわち2次元上のジェットについて調べることにした。平面ジェットは外部気体を完全に2つの領域に分離し、それらは直接干渉することがない。よって、横方向の振動モードを調べるためにはより理想化されたモデルであるといえる。

図4は、実験室における平面ジェットのシャドウグラフ（密度の2階微分をあらわす）である。実験において完全な平面ジェットを作ることは不可能だが、アスペクト比（縦横比）の大きなノズルから噴出されるジェットは近似的に平面ジェットと見なせる。この写真のノズルのアスペクト比は8である。ジェットが横方向に振動しているのは、2つ目のセルからあきらかである。

図5は、数値計算による結果である。パラメータは図4と同じであるが、これはただの密度等高線である。全く対称な初期、境界条件を用いて数値計算を行なうと、少

なくともかなりの時間の間、解は対称なままである。よりはやく非対称、すなわち横方向の振動を得るために、我々の計算では最初、上側を反射境界とし、擾乱が跳ね返るようにした。こうするとジェットはすぐさま横方向の振動を始める。そしてある時刻($t=138$)に上側の境界条件を下側と同じ外気条件にした。図5の最初の図は $t=357$ のものであり、境界条件の変更の影響は十分小さくなっていると考えて良い。図5より、数値計算においても横方向の振動は捕らえられ、減衰する傾向もみられないことが確かめられた。

より定量的に横方向の振動を見るために、ジェットを挟んで上下対称におかれた2点の圧力変動を数値計算によって追ったものが、図6である。圧力をはかった2点の位置は図6(a)に示してあり、それらの圧力変動を示す図6(b)の縦軸は外部静止大気の圧力で規格化されている。この図より、上下の2点は互いに逆位相で振動していることがわかるが、これはジェットが横方向の振動を行なっていることを示す。また、振動の周期はおよそ18単位時間であるが、これは実験で得られたスクリーチトーンの周波数と一致する。

5. 宇宙ジェット

宇宙ジェットの数値計算は数多くなされてきたが、Normanらによる一連の数値計算は、その質、量ともに他を圧倒している。本研究のパラメータも彼等の用いたものの一部を採用している。すなわち、計算領域はジェット半径の80倍 $\times$ 15倍で、 $M_j=6.0$ 、 $p_j/p_{inf}=1.0$ 、 $\gamma=5/3$ 、磁場・ふく射の影響は無視する。ここで、 $p_j/p_{inf}=1.0$ はノズル出口でジェットと外部気体の圧力が等しいことを表わす。このようなジェットをmatched jetと呼ぶ。以上の値を固定するとパラメータとしてとれるのは、ジェットと外部気体との密度比(あるいは温度比)だけとなる。本研究では、ノズル出口での密度比を与えた($\rho_j/\rho_{inf}=0.1, 1, 10$ の三種類)。

図7は数値計算による結果の密度等高線である。メッシュ数は軸方向に640、半径方向に120、ノズル半径に8である。Normanらの計算では半径方向には不等間隔メッシュを使用しているが、我々はすべて等間隔メッシュを用いている。図7(a)は $\rho_j/\rho_{inf}=10$ の場合である。ノズルから噴出されたジェットはほとんどその断面積を変えずに外部静止気体中を伝播する。このジェット主流部分をbeamと呼び、その中にはある間隔ごとに内部衝撃波すなわちknotが存在するのが見られる。宇宙ジェットの内部

衝撃波は、一般に不足膨張を呈する実験室ジェットのようにジェットバウンダリーが曲率を持つために形成されるのではなく、beamと外部気体との接触不連続面上のK-H不安定によって形成されと考えられる。先端まで達したbeamはterminal shockと呼ばれる比較的強い衝撃波によって大きく減速され半径方向に広がり、lobeと呼ばれる拡散した領域ができる。これも多くのジェットに観測されており、宇宙ジェットの特徴の一つである。

一方、図7(b)は $\rho_j/\rho_{inf}=0.1$ の密度等高線である。この場合は、先端まで達したbeamはterminal shockを通過した後、逆向きの速度を持ちbeam全体を取り囲む領域を形成する。これはcocoonと呼ばれ、このタイプのジェットの内部衝撃波はcocoonと外部静止気体とのK-H不安定によって生じると考えられる。

密度比の違いによるジェットの性質の違いを見るために、ジェットの中心軸上の圧力の時間変動を示したのが図8である。ここで、(a)、(b)はそれぞれ $\rho_j/\rho_{inf}=10$ 、 $\rho_j/\rho_{inf}=0.1$ に対応し、横方向がノズル出口からの距離、縦方向が圧力、奥行き方向に時間が進んでいくことを表わす。(a)では、K-H不安定によって生じた内部衝撃波はジェット前方のbow shockと同じ方向すなわち下流へと伝播していつているが、(b)の内部衝撃波はむしろ上流へと移動してしているように見える。このことは前者の内部衝撃波はbeamと外部静止気体とのK-H不安定によって形成され、後者は逆流するcocoonと外部気体との不安定によって形成されることを示している。また、図8(b)において、bow shock およびterminal shockは一定の速度、加速度で伝播しているのではなく、加速・減速を繰り返している。これはbeam先端 (working surface) のレイリーテイラー不安定による影響である。

beam head の不安定性を見るために $\rho_j/\rho_{inf}=0.1$ の時間発展を追ったものが図9である。比較的初期の段階で、すでにbeamはcocoonに覆われ、そのうえでK-H不安定が成長し始めているのがわかる。beamが伝播するにつれ、working surface や terminal shockの形状が変化しているのがわかる。

このworking surface の不安定性はcocoonに流れ込む気体に擾乱を与え、K-H不安定の成長を強めると考えられる。

4. 逆噴射ジェット

図10は、 $P_j/P_{inf}=2.898$, $T_{oj}/T_{o_{inf}}=1.0$, $M_j=2.01$, $M_{inf}=2.00$ の逆噴射ジェッ

トの数値計算結果（密度等高線）である。ノズルの壁面は仮想的に厚さゼロとしているが、これはまず純粋に2つの流れの干渉のみを考慮するためである。一般に超音速で干渉する逆噴射ジェットの流れ場中には4つの不連続面が生ずる。すなわち、ジェット中のマッハディスク、外部一様流中のバウショック、それら2つの流れの接触不連続面、およびジェットバウンダリーである。ここで前の2つは衝撃波、あとの2つは接触不連続面である。ここで対象とした逆噴射ジェットの場合は、ジェットの長さと同ノズル半径が同じオーダーであるため、流れ場の非定常性に対するジェットバウンダリーの影響は小さく、むしろ2つの流れの接触不連続面上の流体力学的不安定性が重要となる。図10では、ジェットと外部一様流の接触不連続面での物理量の比が小さいため、接触不連続面を識別することは困難であるが、K-H不安定によって渦が生じていることは図10(a)に見られる。図10(b)は渦が後方へ流れ去ったあとの流れ場であるが、両者を見比べると、衝撃波の形状や密度等高線分布の様子がかなり異なることがわかる。これはK-H不安定によって生じた渦が周りの流れ場に影響を与えているためと考えられる。

図11は図10の流れ場中の3つの不連続面の軸上の位置の時間変動を表わしたもので、横軸が時刻、縦軸がノズルからの距離（ノズル半径で無次元化されている）である。3つの不連続面ははっきりした周期を持たずに不規則に振動しているようであるが、接触不連続面の変動は、バウショックとマッハディスクの変動より先行している。これは流れ場全体の振動が接触不連続面の流体力学的不安定による振動によるものであることを示している。

次にノズル物体が存在する場合について調べた。図12はノズル半径の4倍の半径を持つ平頭円柱からジェットが噴出されるような流れ場の時間発展（密度等高線）である（ $p_j/p_{inf}=1.334$, $T_{oj}/T_{o,inf}=1.0$, $M_j=2.01$, $M_{inf}=2.00$ ）。この場合は接触不連続面の流体力学的不安定性より、物体と流れ場との干渉の影響が重要な役割を果たす。最初の図はマッハディスクが最も物体よりあり、バウショックが最も物体から離れている場合である。このときは衝撃波を通過した流れはほとんど物体にぶつかることなく滑らかに後方へと流れ去っており、物体前面に生じる環状死水領域の圧力は低い。次の図のようにバウショックが徐々に物体に近づいてくると、物体の角にあたる流れが増加し、ジェット主流へと向かう内向き流れを誘起し、死水領域の圧力を高める。3つ目の図は物体にあたる流れがもっとも強くなった場合で、物体の角に再圧縮衝撃

波が見られる。この状態では死水領域、すなわちジェットの周りの圧力は最も高くなり、ジェットの膨張が押さえられるためマッハディスクは前方へと押しやられる。マッハディスクが前方へ移動すると2つの衝撃波間の圧力は高まり、4つ目の図のように再びバウショックが物体から離れる方向へ押しやられる。そして物体にあたる流れは再び少なくなり、死水領域の圧力は減少し始める。5つめの図はマッハディスクが物体側へ引きもどされ始めた状態であり、最後の図は最初の図とほぼ同じ状態を表わしている。物体が存在し、流れ場があるスケールを持つとこのように物体との干渉による振動が生じる。

図13は、図12の流れ場中の3つの不連続面の時間変動である。図13が図11と異なる点は、この図では振動の位相がマッハディスク→接触不連続面→バウショック→マッハディスクというふうにながれていることであり、これはこの場合の振動が接触不連続面の流体力学的不安定性によるのもでなく、上に述べた干渉ループによるものであることを示している。

図14は接触不連続面をはさんで密度の跳びがあるようなパラメータを選んだ場合の密度等高線の時間発展である ($p_j/p_{inf}=50.0$, $T_{oj}/T_{inf}=1.0$, $M_j=1.0$, $M_{inf}=2.00$)。この場合は上に述べたK-H不安定だけでなく、軸上のよどみ点付近でレイリーテイラー不安定が生じる可能性がある。この場合は接触不連続面をはさんでジェットの密度の方が外部一様流の密度より低く、ジェットの減速に対して不安定となる。軸上のR-T不安定によって生じた渦は後流へ流されるに連れてK-H不安定によって成長し、周りの流れ場に影響を与える。

参考文献

- (1) Powell, A., "On the Mechanism of Choked Jet Noise", Proc. Phys. Soc. London B, 66, 1953, pp. 1039-1056.
- (2) Norman, M. L., Smarr, L., Winkler, K.-H. A. & Smith, M. D., "Structure and Dynamics of Supersonic Jets", Astron. Astrophys., 113, 1982, pp.285-302.
- (3) Smarr, L., Norman, M. L. & Winkler, K.-H. A., "Shocks, Interfaces, and Patterns in Supersonic Jets", Physica, 12D, 1984, pp.83-106.
- (4) Chakravarthy, S. R. & Osher, S., "Numerical Experiments with the Osher

- Upwind Scheme for the Euler equations", AIAA J., 21, 1983, pp.1241-1248.
- (5) Sawada, K., Shima, E., Matsuda, T. & Inaguchi, T., "The Osher Upwind Scheme and its Application to Cosmic Gas Dynamics", Mem. Fac. Eng. Kyoto Univ., 48, 1986, pp.240-264.
- (6) Van Albada, G. D., Van Leer, B. & Roberts, W. W. Jr., "A Comparative Study of Computational Methods in Cosmic Gas Dynamics", Astron. Astrophys., 108, 1982, pp.76-84.
- (7) Matsuda, T., Tamura, N. & Sawada, K., "Numerical Simulations of Flows past a Scoops of a Gascentrifuge", Proceedings of the Seventh Workshop on Separation, Dalmshutatts, 1987.

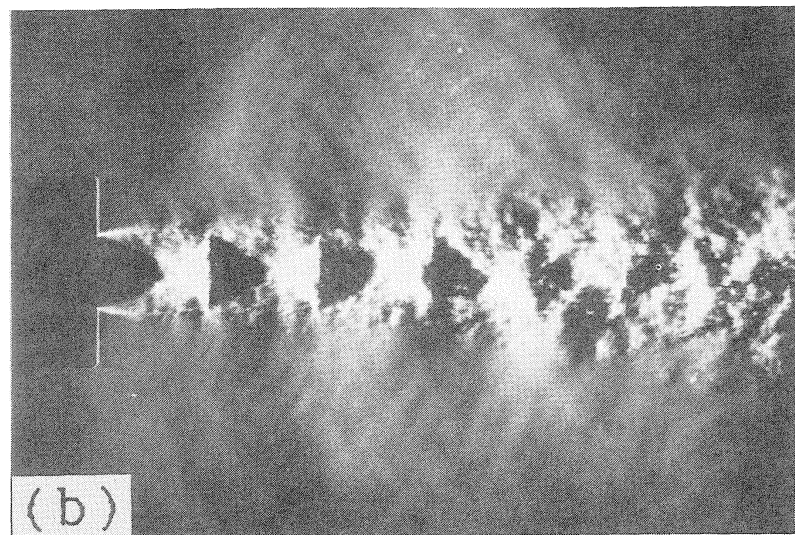
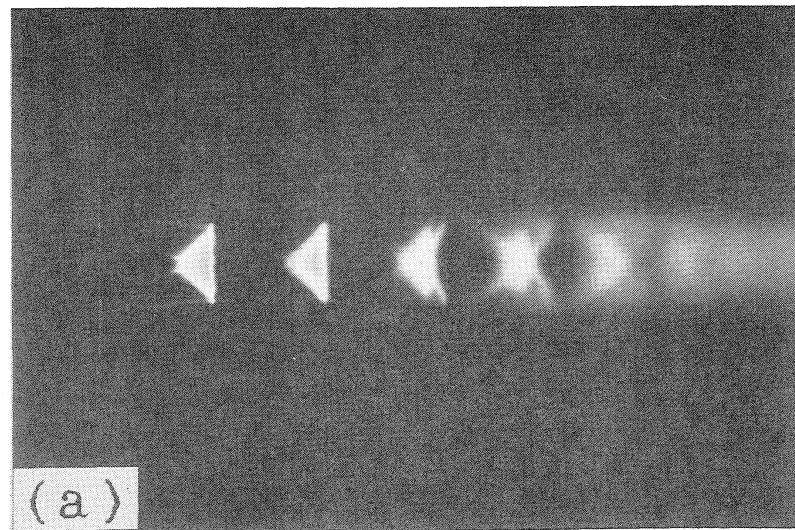


図1 $P=3.9$, $M_j=1.0$ の円形ジェットのスリーレン写真
(a) 露光時間 30 sec (b) 露光時間 $1.1\mu\text{sec}$

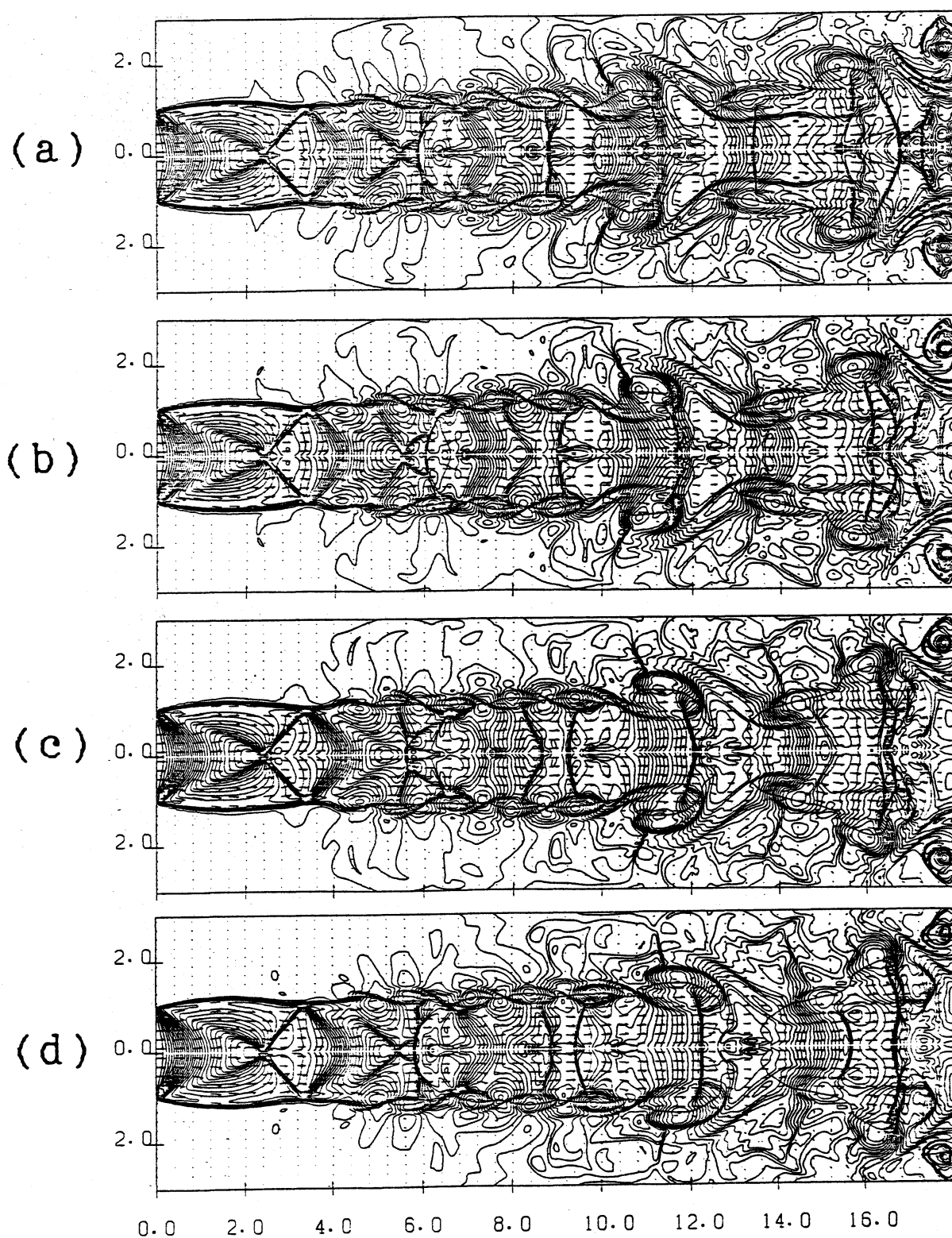


図2 数値計算による密度分布の時間発展。パラメータは図1と同じ。

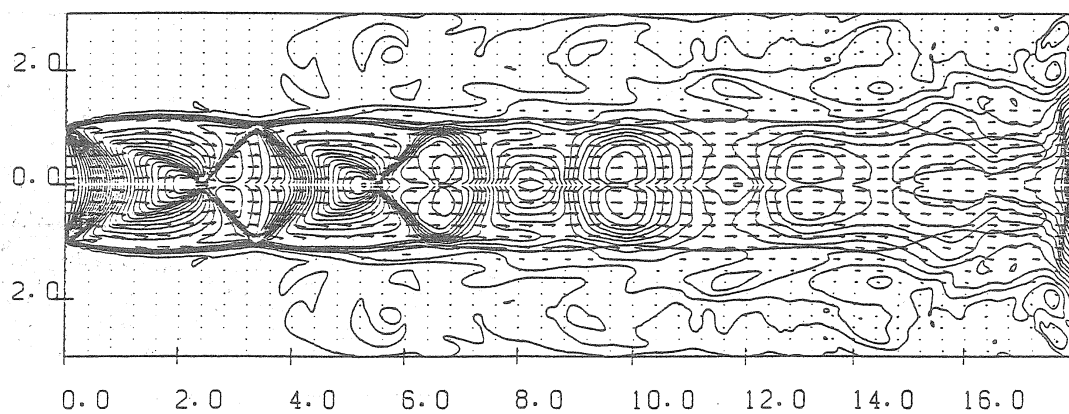


図3 時間平均(約 $100\mu\text{sec}$)を取った流れ場。パラメータは図1と同じ。

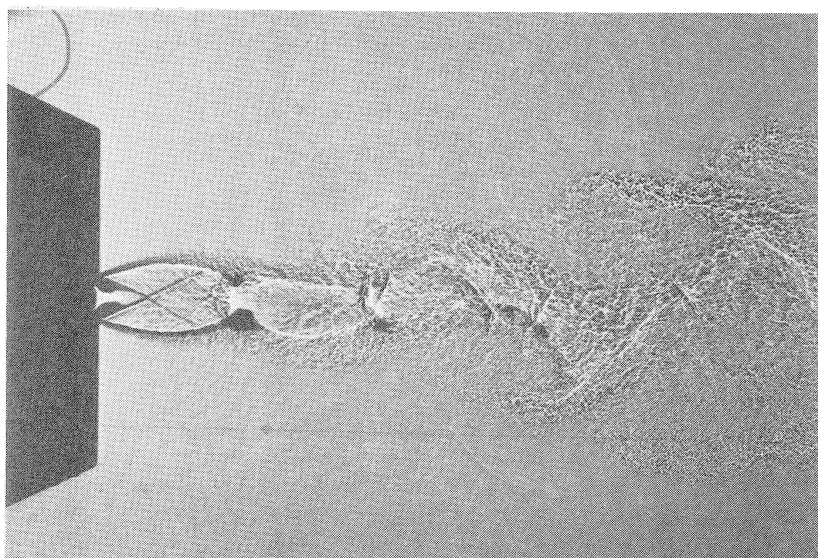


図4 $P=4.48$, $M_J=1.0$ 、の平面ジェット(ノズルのアスペクト比8)のシャドウグラフ。

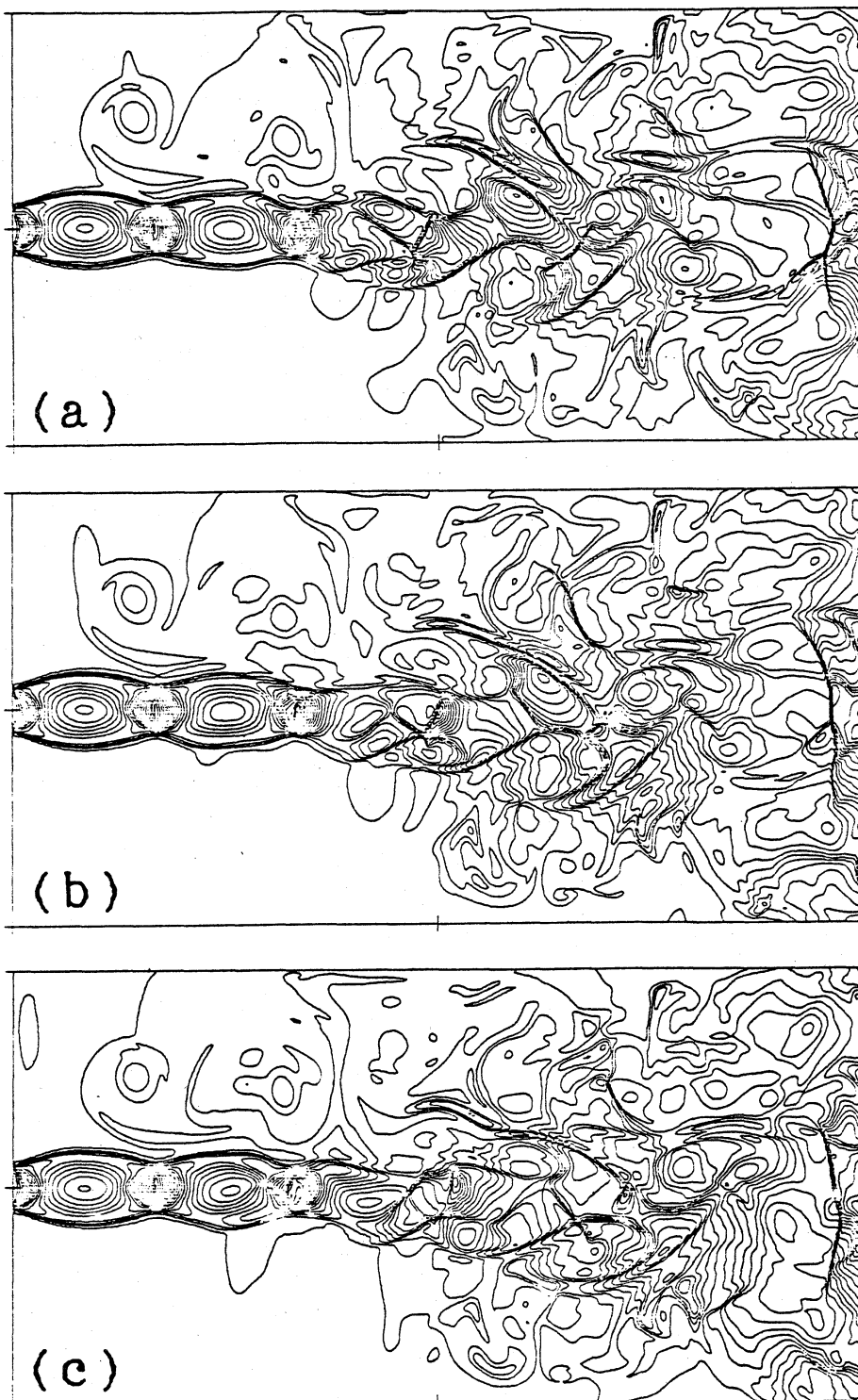


図5 数値計算による平面ジェット的时间発展（密度分布）。
パラメータは図4と同じ。

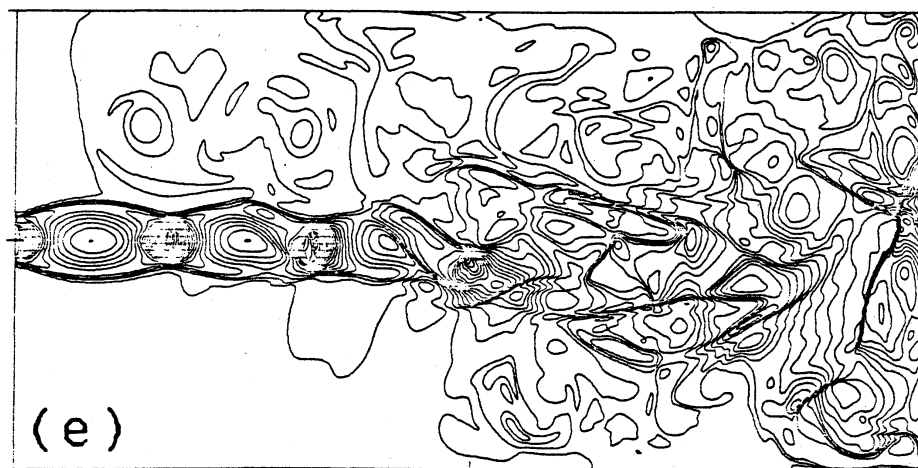


図5 続き

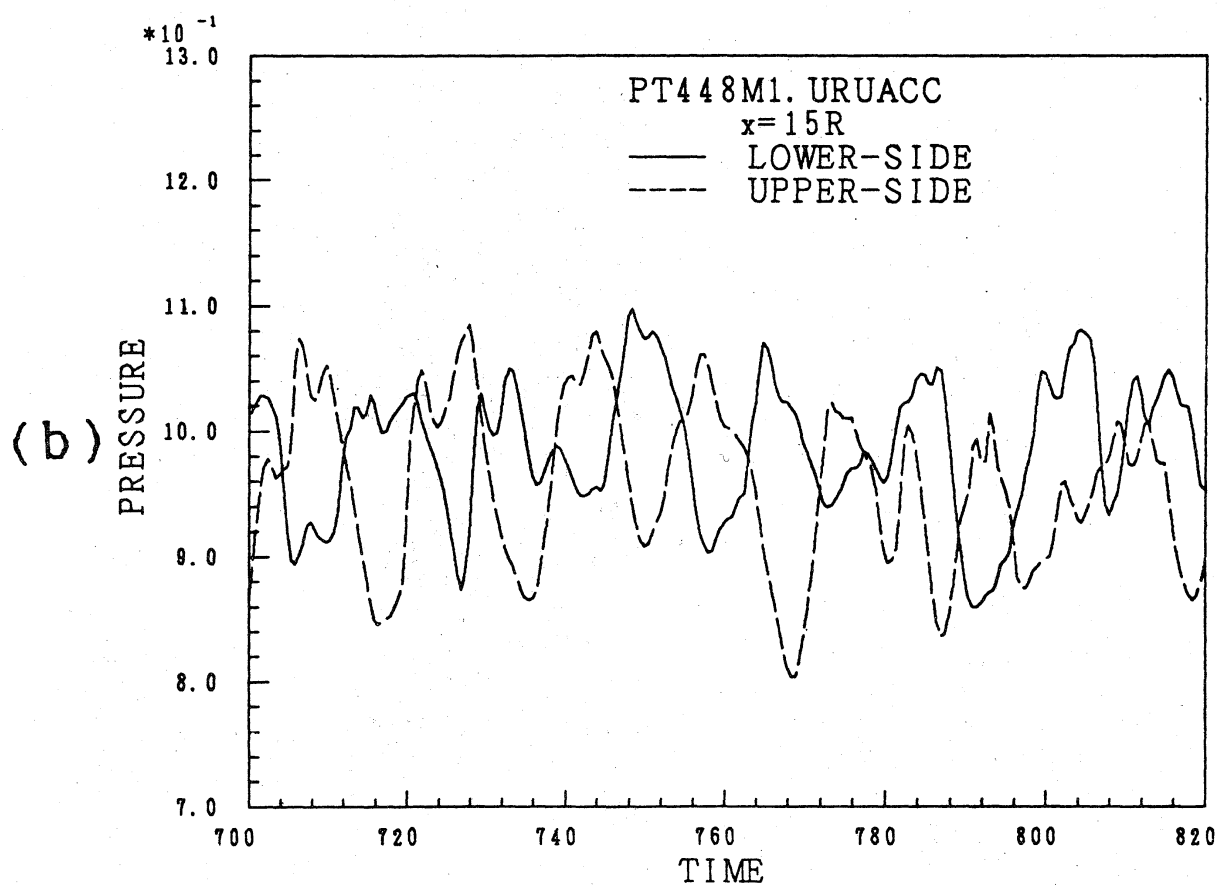
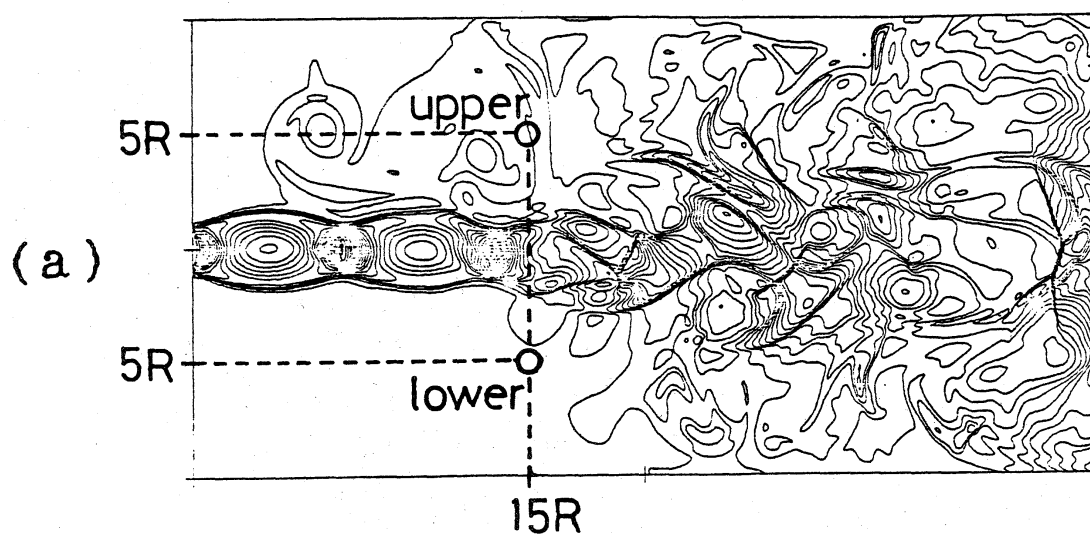


図6 外部大気中におかれた2点の圧力変動。(a) 圧力をはかった2点の位置
(b) 2点の圧力の時間変動。もともとの静止大気の圧力を1とする。

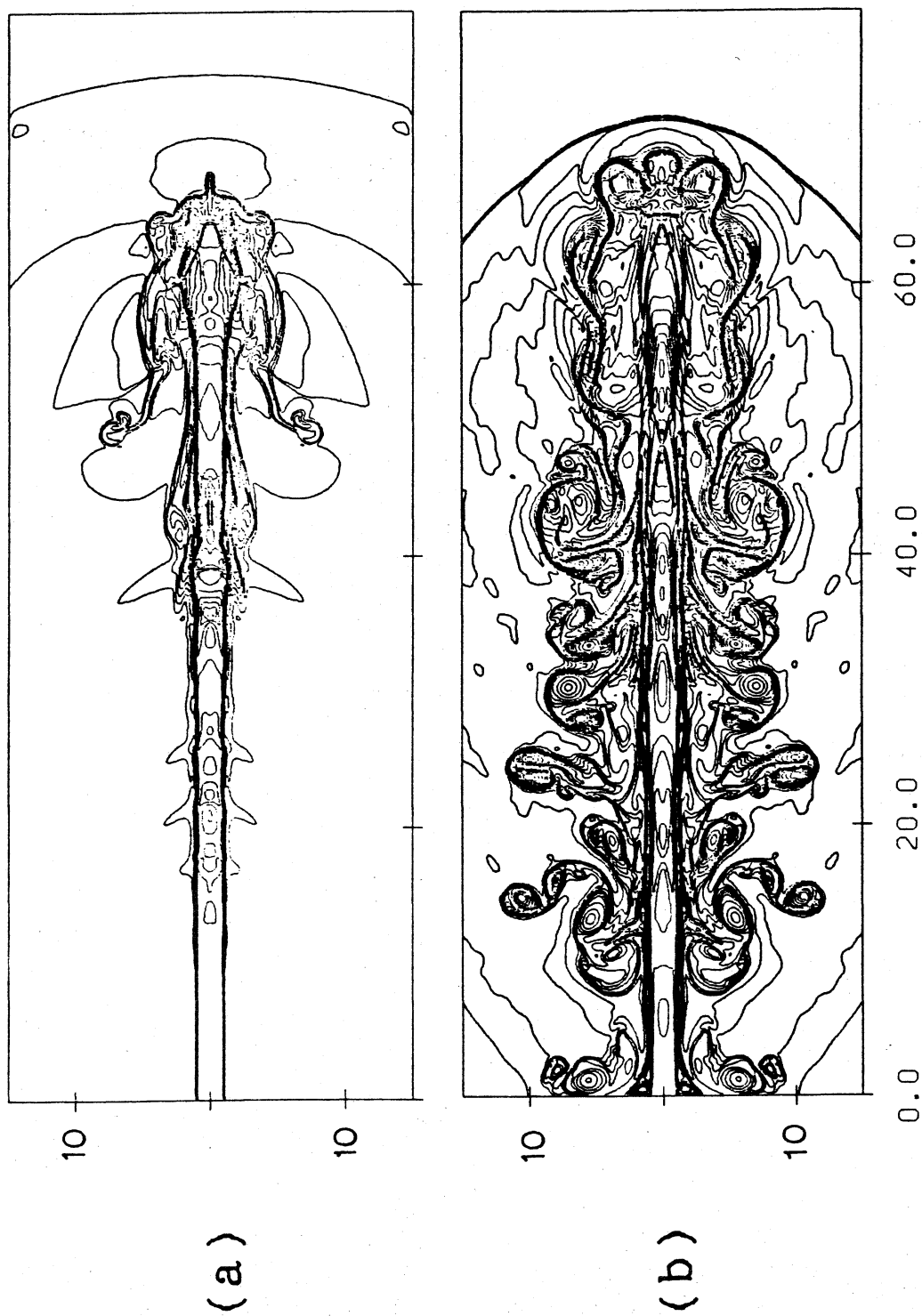


図7 数値計算による宇宙ジェット ($p_J/p_{inf}=1.0$, $M_J=6.0$, $\gamma=5/3$)。

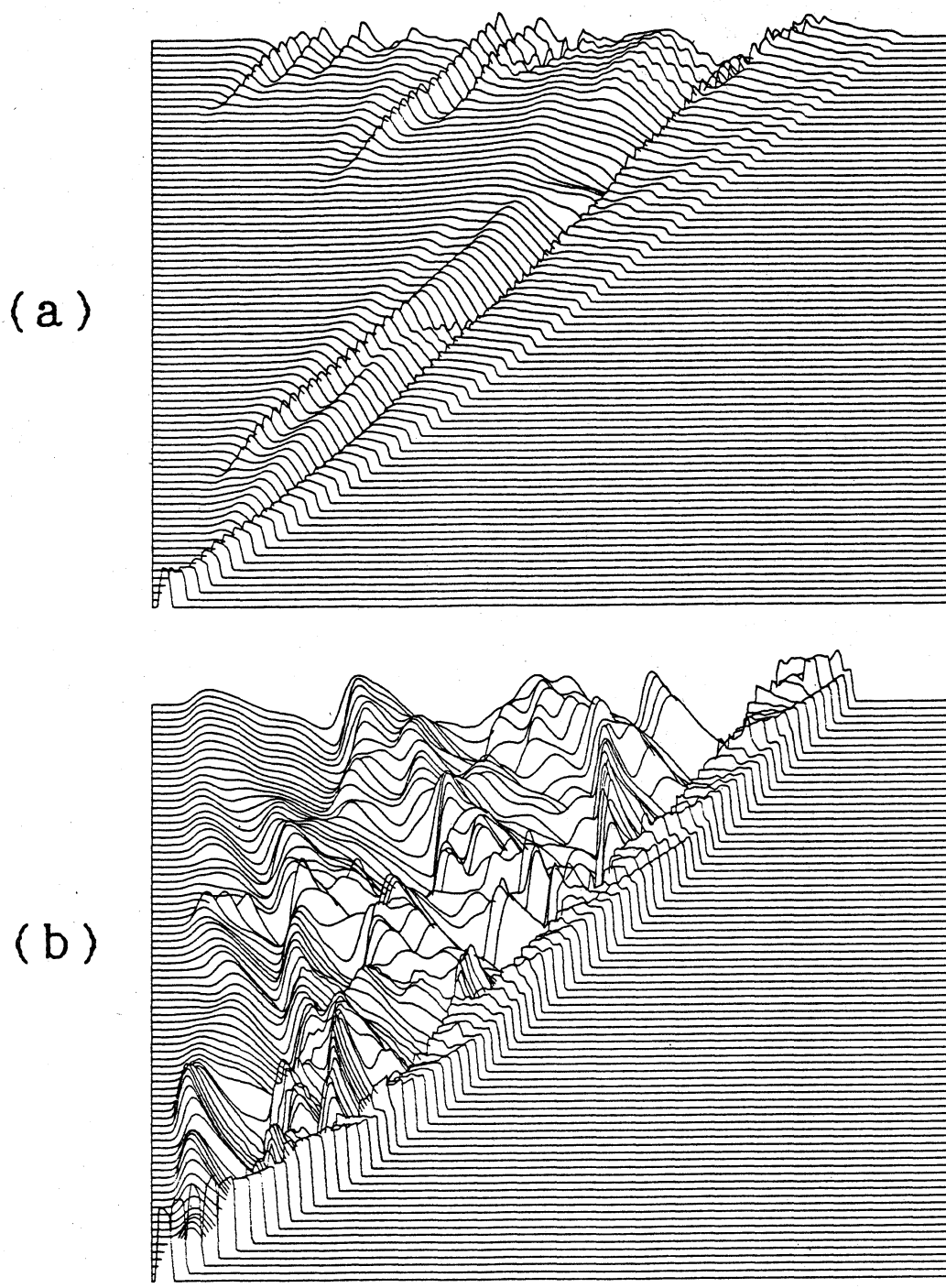


図8 ジェット中心軸上の圧力分布の時間変動。(a) $\rho_j / \rho_{\infty} = 10$
 (b) $\rho_j / \rho_{\infty} = 0.1$

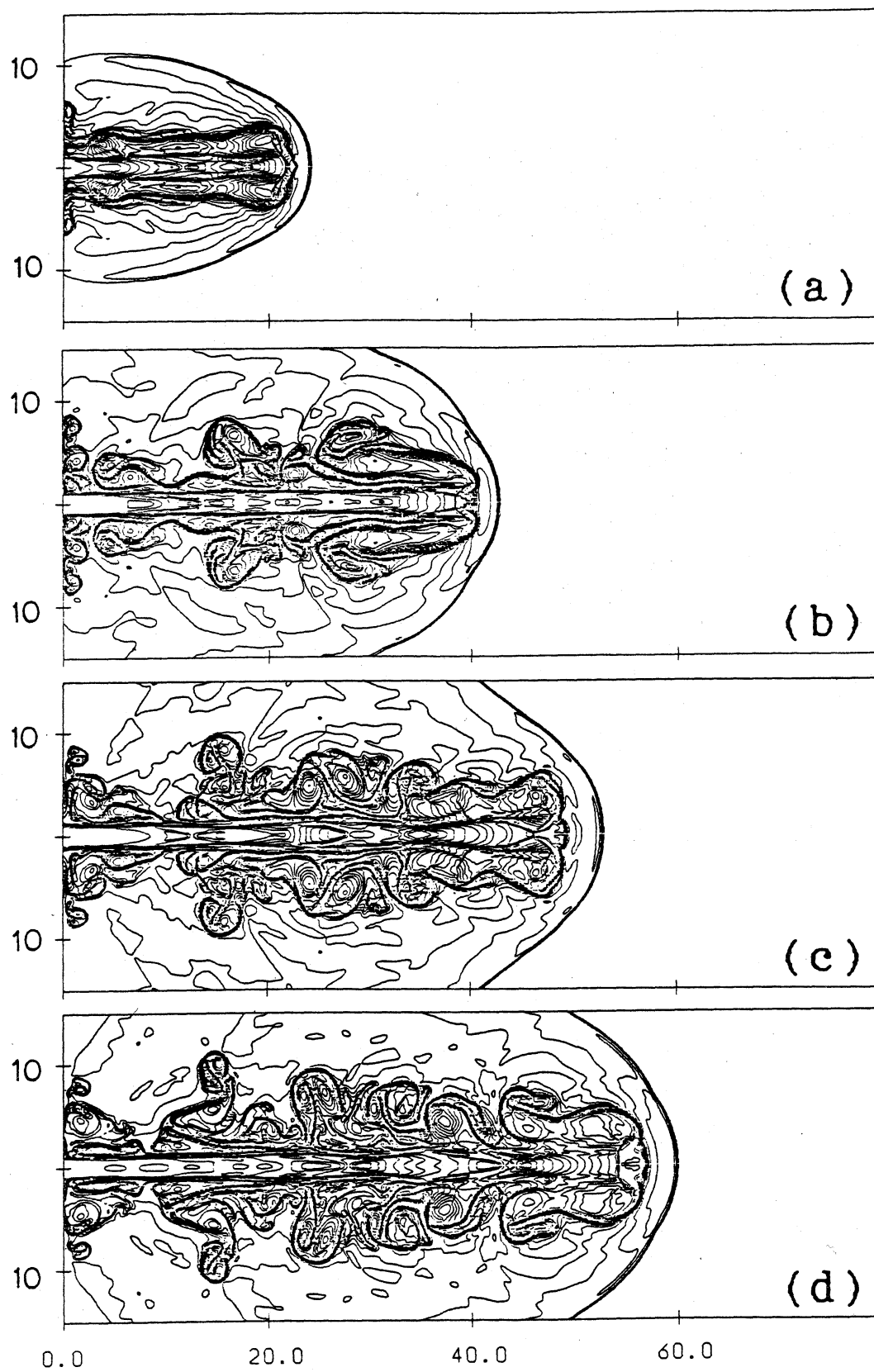


図9 $\rho_j/\rho_{inf}=0.1$ の宇宙ジェット的时间発展(密度等高線)。
 (a) $t=5.9$, (b) $t=13.5$, (c) $t=17.4$, (d) $t=20.7$.

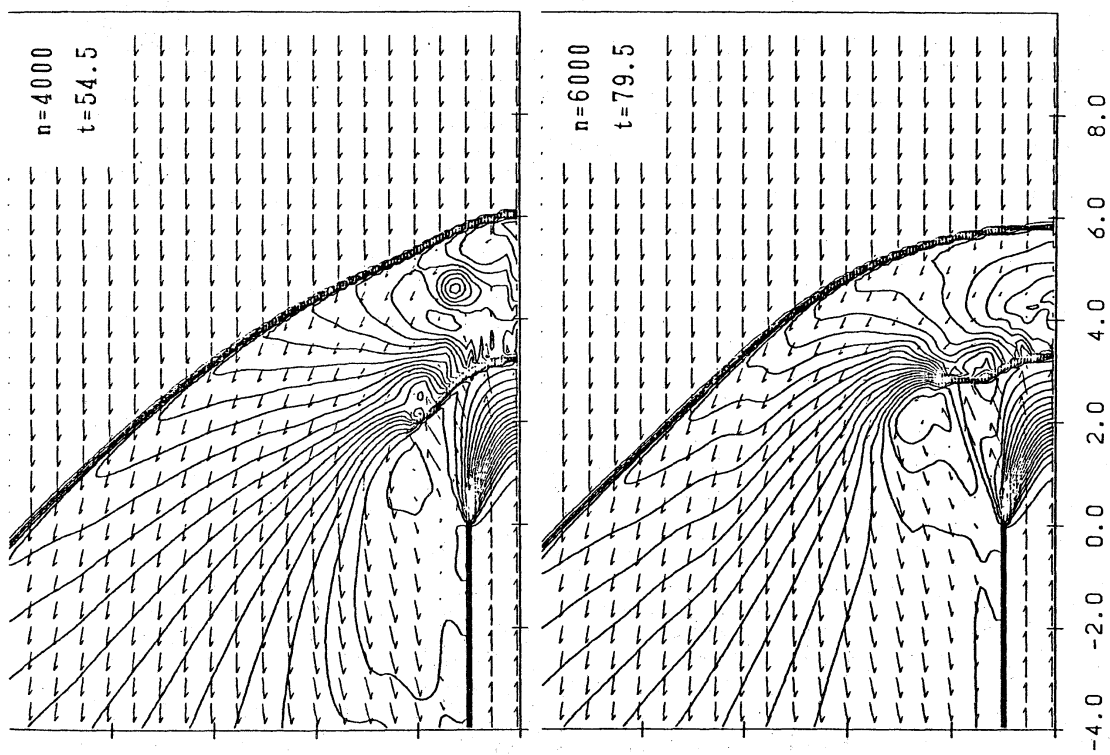


図 10 $p_{0j}/p_{0inf}=2.898$, $T_{0j}/T_{0inf}=1.0$, $M_j=2.01$, $M_{inf}=2.00$ の逆噴射ジェットの密度等高線

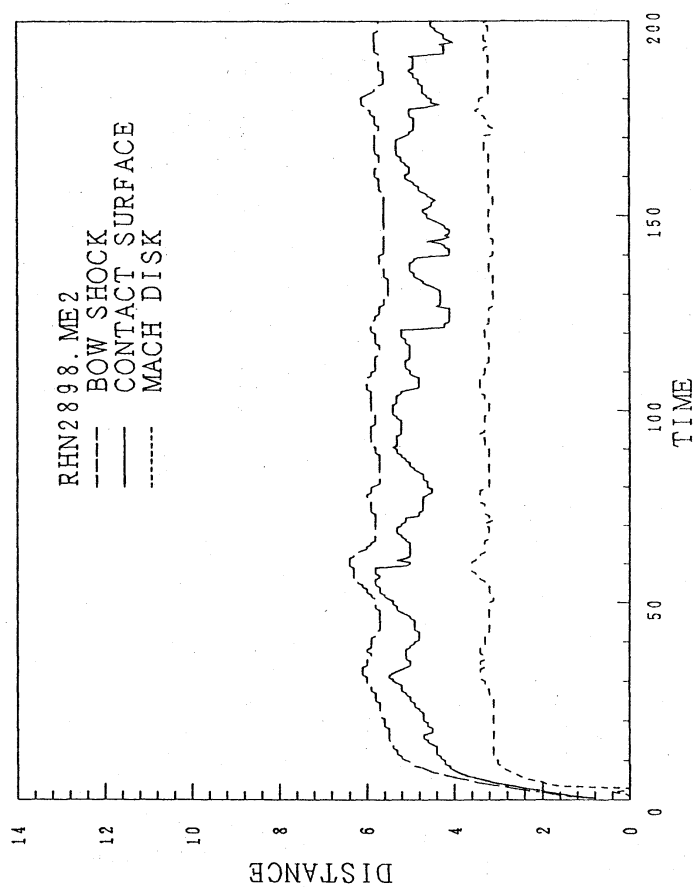


図 11 Bow shock, contact surface, Mach disk の軸上位置の時間変動。パラメータは図 10 と同じ。

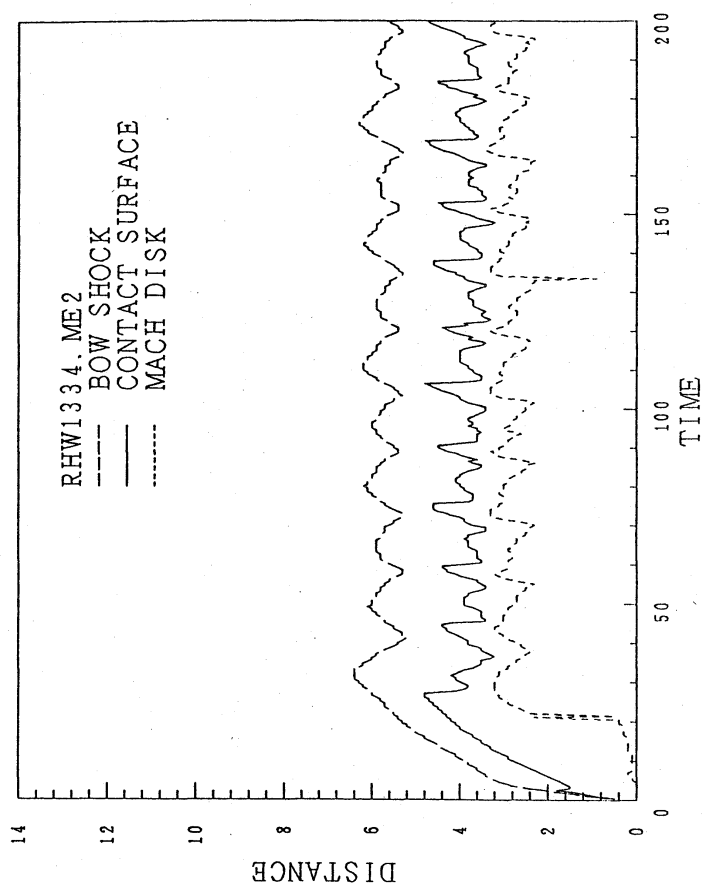


図 1.3 Bow shock, contact surface, Mach disk の軸上位置の時間変動。パラメータは図 1.2 と同じ。

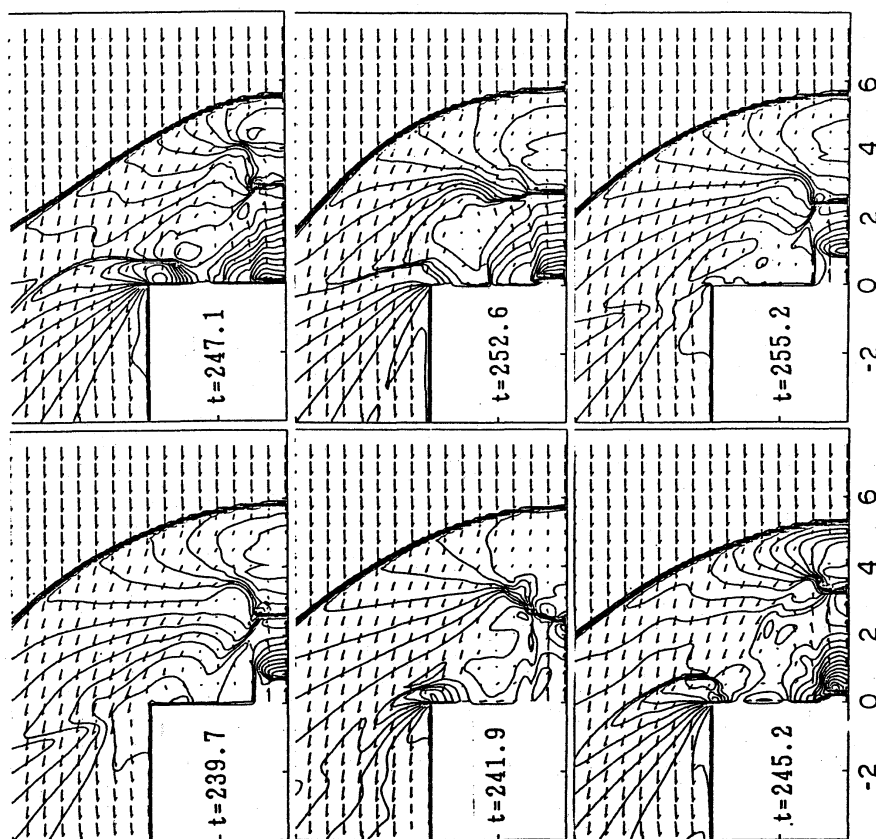


図 1.2 $p_{0j}/p_{0inf}=1.334$, $T_{0j}/T_{0inf}=1.0$, $M_j=2.01$, $M_{inf}=2.00$, 物体半径 $4R$ の逆噴射ジェットの時間発展 (密度等高線)

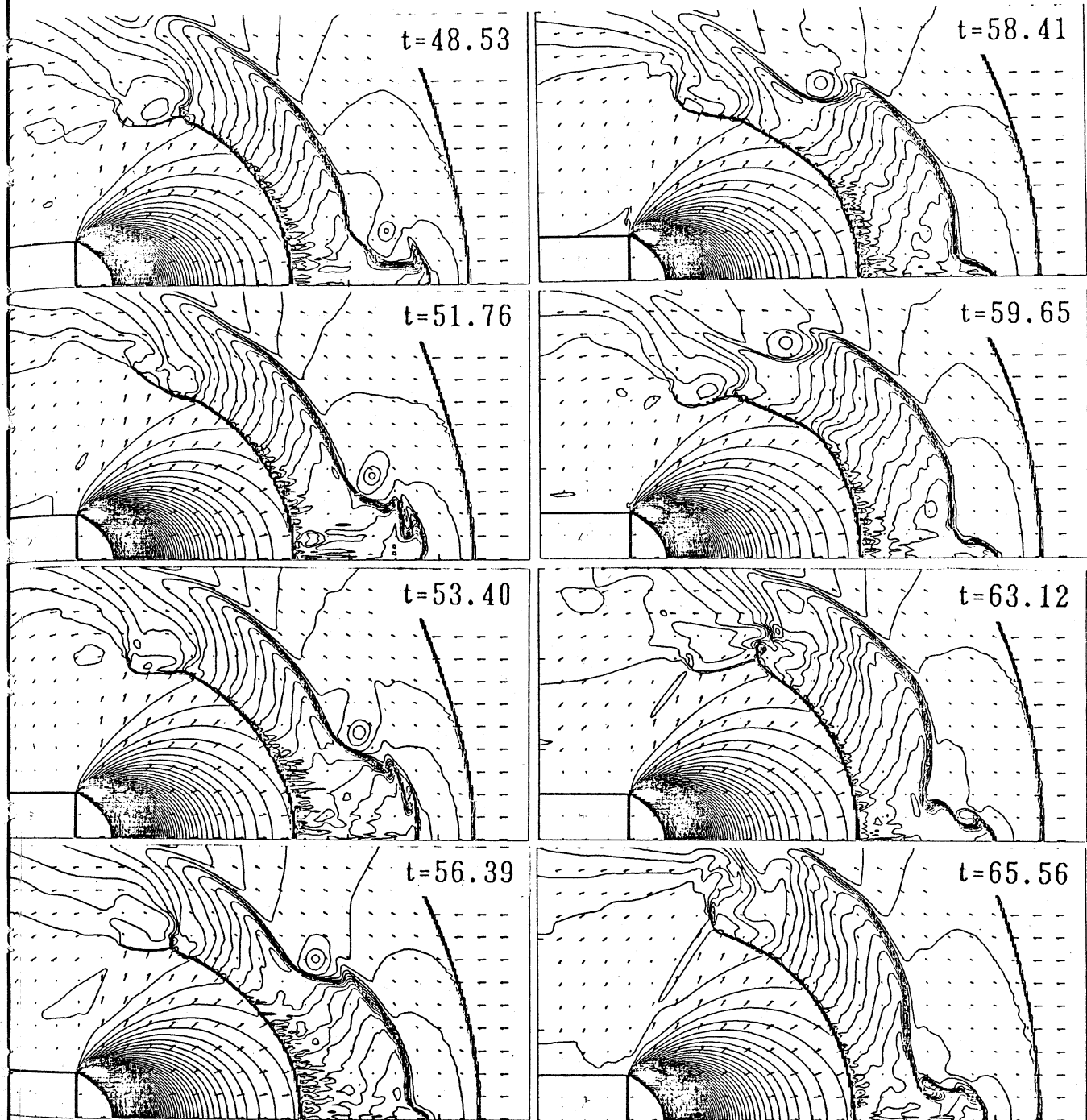


図14 $p_{0j}/p_{inf}=50.0$, $T_{0j}/T_{inf}=1.0$, $M_j=1.0$, $M_{inf}=2.00$ 、
の逆噴射ジェットの時間発展（密度等高線）