

数値計算の誤差について

徳島大学工学部 篠原能材 (Yoshitane SHINOHARA)

実際問題においては，数値計算の実行途上において発生する誤差によって，重大な事故が起こる事がしばしばある．

Robert SKEEL 氏は SIAM News 11, July, 1992 で「Roundoff Error and the Patriot Missile」と題して，数値計算上の小さな丸め誤差が，28名もの人命を失った事の原因について解説している．その概要は次のようである．

Patriot missile の内部時計は 0.1 秒単位で時間を刻んでいた．10 進の 0.1 は 2 進小数に変換すると

$$0.1 = (0.000110011001100110011001100\cdots)_2$$

となり，無限小数になる．そこで，これを 24 bits の固定小数に直すと，1 bit は符号部に使うから，上位の 23 bits で切り捨てると

$$\text{fix}(0.1) \equiv (0.00011001100110011001100)_2$$

となり，この時に生ずる切り捨て誤差は

$$0.1 - \text{fix}(0.1) \approx 2^{-24}$$

となり，相対誤差は

$$r = \frac{0.1 - \text{fix}(0.1)}{0.1} \approx 2^{-20}$$

となる。即ち

$$\text{fix}(0.1) = 0.1(1 - 2^{-20}), \quad 2^{-20} = 9.55 \times 10^{-7} \approx 0.0001\%$$

となり、時刻が 0.0001% 遅れることになる。

この遅れが重大な事故を起こした原因の一つだろうと結んでいる。

この記事を読んでいて思い出すのが、digital computer の黎明期の 1960年代、
常微分方程式の初期値問題

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0$$

を、Milne の修正子： $y_{n+1} = y_{n-1} + \frac{h}{3}(f_{n+1} + 4f_n + f_{n-1})$

を用いて解いて、大失敗をしたとの経験談を興味深く伺った事である。

現在では、この公式の数値的不安定性は、よく知られていて、このような失敗をするような方はいないと思われる。

数値計算上の誤差の取扱については、細心の注意を払う事の重要性を改めて痛感した次第である。