

氏 名	まつもと たけし 松 本 剛
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	理 博 第 2585 号
学位授与の日付	平成 15 年 3 月 24 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	理 学 研 究 科 物 理 学 ・ 宇 宙 物 理 学 専 攻
学位論文題目	Coherent structures, multifractality and singularity in turbulence (乱流における秩序構造, 多重フラクタル性, 特異性)
論文調査委員	(主 査) 助教授 藤 定 義 教 授 蔵 本 由 紀 教 授 小 貫 明

論 文 内 容 の 要 旨

発達した流体乱流は、小さなスケール（慣性領域）では境界条件や励起手段に依らない普遍的な統計性質を持つことが知られており、その基礎的理解に向けて現象論を中心に研究が続けられている。一方、コンピュータの発達と共に可能になった流れ場を直接観察する大規模シミュレーションでは、空間的に局在した大きなスケール（エネルギー保有領域）の長さを持つ1次元的な紐状構造（微細秩序構造と総称される）が存在することが明らかにされている。この非常に長い相関を持つ秩序構造の存在は、発達乱流の普遍的統計性を説明する現象論に用いられる概念的な等方的なスケール階層性をもつ渦構造とは全く異なる空間構造を持つため、その乱流における役割の解明は乱流の基礎的研究において中心課題の一つとなっている。松本氏は、(1)秩序構造の特性、(2)多重フラクタル性、(3)特異性、の3つの視点から微細秩序構造と乱流の普遍性を理解するための基礎的研究を行った。それぞれの視点から行った研究の要旨は以下の通りである。

(1)[秩序構造の特性] 速度場と温度場についての2次元非圧縮ブシネスク近似方程式に外力を加えたものを直接数値計算することで得られる自由熱対流乱流にも、微細秩序構造と呼べるものが存在することを示した。この構造は、3次元流体乱流の渦度に対応する温度勾配の運動が形成し、散逸スケールの幅とエネルギー保有スケールの長さを持つ1次元紐構造であり、その長さ方向の相関は長時間保たれる。松本氏はこの自由熱対流乱流中の秩序構造を数値的に同定し、2次元ブシネスク近似方程式の定常解と比較した。その結果、秩序構造が定常解と局所的に一致する領域があることを明らかにした。また、秩序構造の集団的な振舞いを近似するためにこの定常解を拡張する試みも行い、乱流中の秩序構造集団の空間分布も定常解を用いて理解できることを示した。

(2)[多重フラクタル性] 松本氏は乱流研究に一端を発する多重フラクタルの形式論をもちいて、多重フラクタルデータを非整数階微分して得られる導関数の分布関数の裾が冪的に振舞い、この冪則の指数が従来知られている構造関数のスケールリング指数と微分階数（非整数）より決定されることを示した。更に、この手法の有効性を確かめるために、多重フラクタル性が制御可能な人口的シグナル、乱流速度場、経済データ、力学系のつくる不変測度に適応した。その結果、この手法は多重フラクタル性が強いデータに対しては有効であることが明らかとなった。逆に多重フラクタル性が弱い場合には、非整数階導関数の分布関数の裾は、カットオフ無限小の極限分布である冪則への収束が非常に遅くその有効性は現実的でないことが分かった。実際、乱流速度場は多重フラクタル性が弱い入手可能な有限レイノルズ数データでは、予測された冪則は観測されなかった。

(3)[特異性] 有限のエネルギーを持つ解析的な初期条件から出発したとき、非粘性流の渦度が有限時間で無限大（有限時間爆発）になるか否かの問題は、空間3次元の場合は未解決問題として古くから知られている。この問題では非粘性流中の幾何的な構造が大事な役割を担っていると予想されているが、確立された結果はまだ得られておらず解析手法も未発達の状況であり、解決のためには精緻な数値的研究が必要である。松本氏は、その種の数値計算手法として、適応スペクトル法を提案した。適応スペクトル法は、従来からあるスペクトル法の精度が複素特異性の実空間からの距離で与えられることに注目

し、複素特異性と実空間からの距離を制御する座標変換を利用するものである。松本氏は適応スペクトル法開発への第一歩として、有限時間爆発が生じない2次元の非粘性流の複素特異性を詳細に調べた。その結果、2次元の場合は適応スペクトル法の座標変換として逆ラグランジュ座標が適当であるとの示唆を得た。

参考論文には、2次元熱対流乱流の統計量が示すスケーリング則の普遍性についての論文と、上記の(3)に関連する多重フラクタル解析の新手法を報告する会議録がある。

論文審査の結果の要旨

発達乱流の普遍的統計性質を基礎方程式から演繹的に理解することは、物理学の重要な課題の一つである。これまで多くの研究がなされているが、現状では有効な解析手法すら確立されておらず、広大な未開拓領域となっている。このような状況で、松本氏は、発達乱流を基礎的な立場から理解するために必要な概念や数学的手法の確立を試みた。特に、近年注目を浴びている、直接シミュレーションで観測されている微細秩序構造が乱流の普遍的統計性質を理解する上で果たす役割の解明に焦点を置き、(1)秩序構造の特性、(2)多重フラクタル性、(3)特異性、の3つの視点から乱流理解のための基礎的研究を行った。

(1)[秩序構造の特性] これまで、3次元ナビエ=ストークス乱流で知られていた微細秩序渦構造—エネルギー保有領域の長さスケールと散逸領域のスケールを幅を持つ1次元紐状の“渦”構造—と同じ性質をもつ温度勾配の構造が2次元非圧縮ブシネスク近似方程式に従う乱流にも存在することを示した。これは、乱流特性や微細秩序構造が乱流の詳細なダイナミクスや空間次元に依らず記述できること、広い意味での普遍性を持つことを示すものであり、乱流研究に新たな視点と切口を与えると共に、今後の研究の発展が多いに期待できる結果である。

(2)[多重フラクタル] 乱流場の構造関数やエネルギー散逸の相関関数がコロモゴロフの現象論からずれる現象を間欠性と呼ぶ。この間欠性の表現に多重フラクタルを用いたものがある。最近では大偏差統計に基づく統計的な意味付けがなされているが、一方ではその実態として微細秩序構造が動力学的な立場から議論されている。間欠性は単純な長さスケールに対するスケーリング則ではなく、更に一般化されたスケール依存した関数の間のスケーリング則と考えられている。このような状況において、相関関数（構造関数）により表現されていた多重フラクタル構造に対し新たな表現を与えることは、乱流の間欠性に対する新しい視点を与えることに繋がるものである。松本氏は乱流研究に一端を発する多重フラクタルの形式論を用いて、多重フラクタルデータを非整数階微分して得られる導関数の分布関数の裾が冪的に振舞いこの冪則の指数は従来知られている構造関数のスケーリング指数と微分階数（非整数）から決定されることを示した。

この手法の有効性を確かめるために、多重フラクタル性が制御可能な人口的シグナル、乱流速度場、経済データ、力学系のつくる不変測度に適応した。比較的多重フラクタル性が弱い乱流の場合、入手可能な有限レイノルズ数データでは、予測された冪則は観測されなかったが、多重フラクタル性が強いデータに対しては有効であることを明らかにした。

(3)[特異性] 有限のエネルギーを持つ解析的な初期条件から出発したとき、非粘性流の渦度が有限時間で無限大（有限時間爆発）になるか否かの問題は、空間3次元の場合は未解決問題として古くから知られている。この問題では非粘性流中の幾何的な構造が本質的な役割を担っていると予想されている。しかし、確立された結果はまだ得られておらず解析的な手法も未開発であるため、数値計算に頼らざるを得ないので、精緻な数値的研究が要求される。松本氏は、この種の数値計算手法として、適応スペクトル法を提案した。適応スペクトル法は、従来からあるスペクトル法の精度が複素特異性の実空間からの距離で与えられることに注目し、複素特異性と実空間からの距離を制御する座標変換を利用するものである。松本氏は適応スペクトル法開発への第一歩として、有限時間爆発が生じない2次元の非粘性流の複素特異性を詳細に調べ、複素空間での特異性の振舞いを明らかにした。その結果、2次元の場合は適応スペクトル法の座標変換として逆ラグランジュ座標が適当であるとの示唆を得た。

松本氏は一貫して乱流の基礎研究に取り組んでいる。本論文では、乱流に関する明確な結論を与える結果はなかったが、むしろ今後の研究を遂行していく上で重要となる手法や概念の開発、提案を行った。

以上、本申請論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。論文内容とそれに関連した試問の結果合格と認めた。