

強不確実性下における水利用施設の 拡張計画問題に関するリスク分析

岡 田 憲 夫

CAPACITY EXPANSION PLANNING IN WATER RESOURCES MANAGEMENT UNDER HIGH UNCERTAINTY : A RISK ANALYSIS

By *Norio OKADA*

Synopsis

The paper deals with a capacity expansion problem in water resources management and stresses the need for bringing in a new perspective from risk management when discussing the expansion problem under high uncertainty.

The paper first provides an overview of a relatively new approach called “risk analysis” or “risk management” and develops a system-analytic perspective of risk-related concepts. This perspective is then applied to the modelling of a capacity expansion problem under high uncertainty, thereby illustrating the utility of the risk-concept-built-in perspective for scientifically identifying this type of problem.

This is followed by a systematic analysis of the results from the model calculation and the quality of information available on the models discussed. The paper closes with an assessment of the applicability and potential of the proposed risk-analytic approach.

1. 結 言

わが国の水利用施設の整備方式は、昭和40年代から50年代にいたる間に、いわゆる需要追従型から先行投資型へと移行を遂げてきたが、昨今ではこの先行投資型による整備方式の導入が無条件には必ずしも許容されない社会的・経済的状況が顕著になりつつある。すなわち、昭和50年代以降に入ってそれまでの経済の高度成長の伸びが急激に鈍化し、省資源・省エネルギー時代を迎えるにいたって、水需要の変化のパターンもそれまでの直線的な伸長のパターンだけでなく、微増程度の停滞パターンをとる地域が現われてきた。それとともにこれまでの積極的な拡張整備で施設の容量が大幅に拡張された結果、少なくとも当面は現存施設のままで対応が可能な状況が生じてきた。さらに昨今の財政逼迫に伴い、公共投資の効果的かつ選択的な配分が不可避となるにいたって、水利用施設の整備拡張のための先行投資を今後も推し進めていくだけの積極的な理由が見い出されないとする議論が社会的に優勢になりつつある。

しかしながらその一方で、異常渇水期には容量的に余裕があるとされる施設水準ですら完全に対応できず、軽度の給水制限などを実施せざるをえない事態が発生する可能性が依然として高い。ところが、この程度の軽度な給水制限であってもその社会的・経済的あるいは社会心理学的影響は軽微ではすまない時代になりつつあることも事実である。換言すればこれからの水利用施設の整備計画の策定に当たっては、設備投資の経済合理性がこれまで以上に重要と考えられる一方で、施設サービス水準の多様化・高度化が不可欠であることに留意しなければならない。

ところが現実には、これらの要請はその性格上相反する場合が多く、その間の折り合いをどこに見い出さか計画上の争点となっている。しかもさらにやっかいなことに、計画の前提となる需要予測や供給見通し

自体が社会・経済構造のダイナミックな変動と自然生態系の変化とともにきわめて不確実になってきており、この意味でも従来のような構造安定型を前提とした確定論的な需給見通しに計画を準拠させることが不適切になりつつある。つまり、これからの水利用施設の整備拡張方式の立案に当たっては、この種の強い不確実性を予めできるかぎり明示的に勘案した上で、最も合理的な戦略を選択することが必要である。

本研究では2.において、このような強不確実性下の戦略決定問題はリスク分析の観点から分析・評価することが適切であることを説明する。ついで3.では、例として水需要のみに構造変化が生じうる場合を取り上げ、プロジェクトの採否や採択のタイミングを合理的に決定する問題を考える。そしてこの種の問題を科学的に扱うには、2.で提示したリスク分析の基本的な概念や図式が有効にあてはまることを明らかにする。またこのような分析の枠組みを用いて本問題を数理計画モデルとして定式化する。4.では上で定式化されたモデルを用いていくつかの具体的な計算を行い、リスク分析としての有効な情報を作成する。最後に5.では、この種の分野にリスク分析の考え方を導入することによる利点に言及するとともに、今後の研究の発展の方向性について述べる。

2. リスク分析

2.1 リスク分析・リスクマネジメントの歴史

リスク分析やリスクマネジメントの考え方はもともと主として米国および西独などにおいて誕生したものである。すなわち第一次大戦後の経済的混乱期にあって企業危険を防止するための保険管理論あるいは危険管理論として生まれ、その後第二次大戦以降、付保可能な危険からそれ以外の危険をも含んだ企業危険に対する全般的なマネジメント論として成長を遂げてきた。

特に第二次大戦以降、システム工学や信頼性工学などの分野においても、システムの信頼性や保全性を数理科学的に解析し、これらの性能を最大限に達成しようとするシステムの設計方法を見出すための方法論がめざましい勢いで発達してきた^{1)~3)}。それとともにこれらの工学的アプローチを旧来の社会科学的リスクマネジメント論に組み入れようとする試みが功を奏しつつある。またその対象も単なる企業経営の分野にとどまらず、自然災害のリスクや労働災害のリスクから、カントリーリスク（海外投資および対外貸付けについて相手国の主権にもとづく政治・経済政策の変化から生じるリスク）にいたるまで広汎・多岐にわたってきている。しかしながらその反面で旧来のリスクマネジメントの基本的考え方をシステム論的に整理するとともに、対象として取り上げる個別のリスク問題の特殊性をふまえた上で数理科学的なアプローチとの融和を図る試みは、まだほとんど未開拓であるといえよう。（この種の研究の萌芽としては徳谷⁴⁾⁵⁾ および亀井⁶⁾の研究などが注目される。）とりわけ、水資源計画の分野ではこの種の研究はほとんど見あたらない。そこで以下ではこのような視点からシステム論的整理を行う。

2.2 リスクに関する諸概念の整理

伝統的な保険管理論としてのリスクマネジメントの分野では、ともすれば混同しがちなリスクに類似する諸概念をいくつかに峻別している^{1)~3)}。すなわち、まず「危険」と「損害」と「リスク」を次のように区別する。

「危険」が生じることと「リスク」とは同義ではない。すなわち「危険」が生じる結果、その「対応」の仕方次第で何らかの「損害」が生じうるが、この「損害」の生じうる「確率」を「リスク」(risk)と定義するのである。一方、厳密には「危険」も「危険発生事象」(peril)と「危険事情」(hazard)とに区別される。後者は前者が発生する環境条件を意味する。

このことをシステム論的に整理し直したのがFig.1のチャートである。ここではさらに、「危険発生事象」(peril)に対する「対応」を「行動（代替案）」(action)として位置づけるとともに、その「行動」(action)の担い手となる「主体」(agent)を「行動主体」(action-taking agent)と称している。さらに「危険事情」(hazard)や「行動」(action)の結果として「危険事象」(peril)が生起し、またその結果として生じる

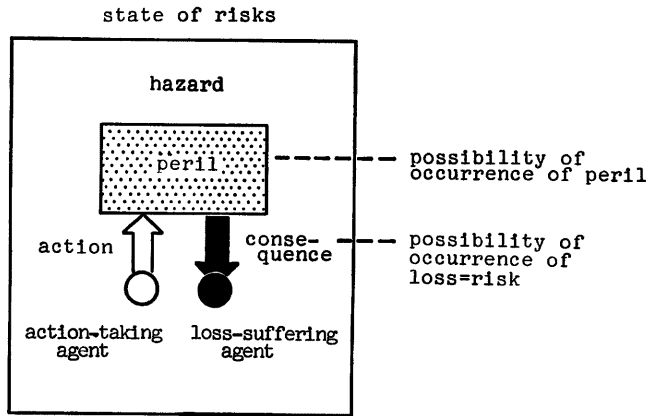


Fig. 1 A systematic sketch of risk-related notions

「損害」(loss)の程度もまた「危険事象」、「危険事情」ならびに「行動」に依存しているといえる。また、その「損害」の生じうる「確率」としてとらえた「リスク」(risk)もまたこれら三種の要因に依存している。なお「損害」を蒙る「客体」を「被害客体」(loss-suffering agent)と称する。一般に「被害客体は必ずしも「行動主体」と同一ではない。

以上のことを数学的に定式化すれば次のようになるであろう。いま、危険事象の種類を π_i ($i=1, \dots, n$) 危険事情を $\Phi=(\phi_1, \dots, \phi_s)$ 、行動代替案を a_k ($k=1, \dots, m$)、損失(の程度)を l_{ki} ($i=1, \dots, n; k=1, \dots, m$)、そのときのリスクを r_{ki} で表せば、危険事象 π_i の発生確率は次式で与えられる。

$$\text{Prob}(\pi_i) = \begin{cases} p(\Phi) & (a_k \text{ が } \pi_i \text{ を制御できないとき}) \\ q(a_k, \Phi) & (a_k \text{ が } \pi_i \text{ を制御できるとき}) \end{cases} \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここに $p(\Phi)$, $q(a_k, \Phi)$ はそれぞれ Φ の関数, a_k および Φ の関数であることを表す。また l_{ki} と r_{ki} は $i=1, \dots, n, k=1, \dots, m$ に対して

$$l_{ki} = f(a_k, \pi_i, \Phi) \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$r_{ki} = \text{Prob}(l_{ki}) = \begin{cases} g(\pi_i, \Phi) & (a_k \text{ が } \pi_i \text{ を制御できないとき}) \\ h(a_k, \pi_i, \Phi) & (a_k \text{ が } \pi_i \text{ を制御できるとき}) \end{cases} \quad \dots\dots\dots(3)$$

なる関数形で定義される。ここに $f(a_k, \pi_i, \Phi)$, $g(\pi_i, \Phi)$ および $h(a_k, \pi_i, \Phi)$ はいずれも a_k, π_i, Φ または π_i, Φ の関数であることを示す。

2.3 リスク処理行動戦略の選択基準

前節では損害の程度およびリスクが、行動 a_k ($k=1, \dots, m$)、危険事象 π_i ($i=1, \dots, n$) ならびに危険事情 Φ の関数で表されることを示した。いまある Φ を固定したとき、縦に行動 a_k ($k=1, \dots, m$) を、横に危険事象 π_i ($i=1, \dots, n$) をとり、対応する要素 (k, i) に損害の程度 l_{ki} ($k=1, \dots, m; i=1, \dots, n$) を入れて行列を作れば、Table 1 のペイオフ行列を得る。これは m 個の行動代替案と n 個の危険事象をそれぞれの戦略(選択肢)として有する二人のプレーヤによって演じられるゲームとみなすことができる。この場合、危険事象は自然や社会などのメカニズムによって生起するのが普通であるので、これを選択肢として行使しうるプレーヤは現実には特定できず、あくまで概念的に想定しうる存在にしかすぎない。そこでこの種のゲームはその他のゲームと区別して、「自然を相手にしたゲーム」と称される。

さてこの種のゲームの最適戦略を選択するには、大別して次の二通りがある。

(1) ミニマックス規準

これは行動代替案を有するプレーヤが各戦略を採用した場合に生じうる最悪の状態を比較し、それが最良となる戦略を採用するという考え方に基いている。すなわち、

$$l_k^* = \min_i \max_j (l_{ij}) \dots\dots\dots (4)$$

$(k=1, \dots, m; i=1, \dots, n)$

なる戦略 k^* を採用するもので、ミニマックス規準 (min-max criterion) と呼ばれる。これは慎重にも慎重を期す場合に有効な選択基準となりうるが、一方では各損失 l_{ij} の生じる確率すなわちリスクを明示的に評価していないという欠点を有している。

(2) 期待損失最小化規準

これに対して各行動代替案を選択した場合の損失をその生起確率 (リスク) で重み付けしてすべての生起しうる損失についてその総和を計算し (この総和は各行動代替案を選択した場合の期待値となる)、この値が最小となるような戦略を採用する考え方を期待損失最小化規準という。すなわち、

$$\text{minimize} \sum_{i=1}^n r_i l_{ki} \dots\dots\dots (5)$$

によって選ばれる k^* が求める最適戦略となる。

Table 1 Pay-off matrix

action \ peril	peril									
	π_1	π_2	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	π_n
a_1	l_{11}	l_{12}	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	l_{1n}
a_2	l_{21}	l_{22}	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	l_{2n}
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
a_m	l_{m1}	l_{m2}	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	l_{mn}

3. 強不確実性下の水利用施設拡張計画問題のモデル化

3.1 モデル化のための前提

以下、本章では水利用施設拡張計画問題を取り上げ、水需要の構造変化が起こりうるという強不確実性下において、最適な拡張戦略を見出すための方法論として Erlenkotter, Sethi, Okada⁹⁾ および 岡田・清水^{10)~12)} の研究で開発された基本モデルに着目し、これをリスク分析の手段としてみた場合にどのような情報が読み取れるのかについて説明する。

さてこの基本モデルは次のような場面を想定している。(Fig.2 参照)

- ① 強不確実現象として「水需要が時間とともに直線的に伸び続けるパターンからある時点で突然その伸びが停滞して、以降横這い状態を続けるパターンに移り変わる現象」を「構造変化」(structural change) と定義している。ただしこの「構造変化」の発生の確率はきわめて小さく、かつその発生の時期がいつになるかも分からない。モデル化に当たってはこの発生確率が指数分布に従うと考える。
- ② モデル化に当たってはリードタイムの機能、制約を組み込むことにより、プロジェクトが開始されてからリードタイム分の時間が経過して初めてそれが実際に稼働するように定式化する。
- ③ このような条件の下で現時点 (0 時点) でプロジェクトを採用すべきか否か (採択の場合をにはリードタイムが経過した後には供用される)、否であればいつの時点で開始すべきかが問題となる。

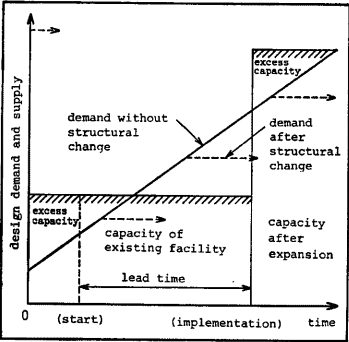


Fig. 2 Capacity expansion at the risk of structural change

3.2 リスク分析としての位置づけ

さて上述の水利用施設拡張計画問題は2章で述べたリスク分析の基本的図式に基づいて整理し直す次のようになるであろう。(Table 2 参照)

(1) 危険事象 (peril)

ここでは需要の構造変化が危険事象に相当している。構造変化は、 $t=0, 1, \dots, i, \dots, \infty$ の時点で生じうるので、これを $\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_i, \dots, \pi_\infty$ ($n=\infty$) で表すことにする。

(2) 危険事情 (hazard)

需要の構造変化に間接的に寄与すると考えられる危険事情の因子としては、社会・経済的变化 (socio-economic change)、技術変化 (technological change)、環境政策 (environmental policy) などが挙げられよう。

(3) 行動 (action)

現時点 ($t=0$) での行動選択は、「採択する」(“expand”) か「延期して様子を見る」(“wait-and-see”) かのいずれかであるが、これを $t=0, 1, \dots, k, \dots, \infty$ の時間軸上全体でみると、

a_1 : expand at time 0
 a_2 : expand at time 1 (wait and see till time 1)
 $\vdots$
 a_k : expand at time k (wait and see till time k)
 $\vdots$
 a_m : expand at time m (wait and see till time m)
 (ここに $m=\infty$ である)

なる時間軸上に並ぶ無限個の戦略が存在すると考えられる。ただしプロジェクトを採択する時点 k は常に危険事象の発生する時点 i より早くなければならない。すなわち、 $k < i$ なる関係を想定する。 $(k \geq i)$ であれば時点 k における行動は、「以降一切プロジェクトを採択しないこと」すなわち a_∞ を採択すべきことになる。

(4) 損害 (loss)

行動 a_k ($k=0, 1, \dots, \infty$) に対して危険事象 (構造変化) π_i ($i=0, 1, \dots, \infty$) が生じたときの損害を l_{ki} とするとき、 l_{ki} には、(i) 施設の供用がリードタイム分の時間遅れのために間に合わないかもしくは施設の採択 (開始) 自体がなされていないために供給不足が生じるために被害主体が蒙るペナルティ費用、(ii) 逆に施設の拡張が採択され、供用も済んでいるが結果的に施設容量の過剰のために遊休させざるをえないことから生じる資本遊休コスト、ならびに(iii)プロジェクト自体が採択された場合の投下資本コスト(建設費用)の、以上三項目がある。

(6) リスク (risk)

本問題では危険事象 π_i の発生確率は(1)式の前段の関数形 (すなわち任意の行動 a_k は π_i を制御できない場合) で与えられる。従ってリスク r_{ki} もまた(3)式の前段の関係形で与えられる。この場合には一定水準に設定した危険事情 ϕ を除いて

$$r_{ki} = \text{Prob}(l_{ki}) = \text{Prob}(\pi_i) = \lambda e^{-\lambda t_i} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$(k=0, 1, \dots, \infty; i=0, 1, \dots, \infty)$$

で与えられる。ここに λ は指数分布の母数である。

(7) リスク処理行動戦略の選択規準

ここでは期待損失最小化規準を採用する。従って(5)式より

Table 2 Specification of risk-related notions

hazard	socio-economic change, technological change, environmental policy
peril	occurrence of structural change in demand growth
action	expansion or wait-and-see
loss	excessive investment, penalty for shortage, investment costs

$$\text{minimize } \sum_{i=1}^{\infty} \lambda e^{-\lambda i} l_{k,i} \dots\dots\dots (7)$$

を充足するような最適戦略 a_{k*} すなわち、採択（開始）時点が $t=k^*$ である場合を見い出す最適化問題として定義されることになる。

(8) 行動主体と被害客体

本問題では行動主体も被害客体もいずれも公共の水管理当局と考えている。なお上述した損害の計上に当たってはこのことを既に暗に想定していることに留意する必要がある。

3.2 モデル化

(1) 評価関数の定式化

本モデルの定式化に当たってはまず、プロジェクト供用時期 τ を想定した後に、構造変化の発生時期をプロジェクト開始前、プロジェクト実施中、ならびにプロジェクト供用後の3期間に分割する。（これは本モデルでリードタイムを明示的に考慮しているためである）。ついでそれぞれの構造変化の発生時期に対して水需要発生パターンに関して起こりうるすべての状況を考え、これらの状況下で起こりうる全結果を便益として算定する。なお各時点における便益の大きさは需要量が供給によって充足される程度によって決まると仮定する。また水需要発生パターンにいったん構造変化が生じると以降横這い状態が続くと仮定しているので、それ以降の施設容量が変化しないかぎり損害は一定であると考ええる。このようにして算定された各損害に対してその生起するリスクを乗じてすべての場合について集計した期待値 $TL(\tau)$ は次式で与えられる。

$$\text{Minimize } TL(\tau) = E_1(\tau) + E_2(\tau) + E_3(\tau) + E_4(\tau) \dots\dots\dots (8)$$

これは基本的には(7)式に対応するものであるが、施設の開始時期 k の代りに施設の供用時期 τ を取っていること（リードタイム長を L とすると $k=\tau-L$ である。）、ならびに供用時期 τ や構造変化の発生時期 t を解析の便宜上、連続変数とみなしていることなどの点で若干異なっている。また $E_1(\tau), E_2(\tau), E_3(\tau), E_4(\tau)$ はそれぞれ次のように与えられる。

$$E_1(\tau) = \int_0^{\tau-L} \left[\int_0^t l_0(v) e^{-rv} dv + l_0(t) \int_t^{\infty} e^{-rv} dv \right] \lambda e^{-\lambda t} dt \dots\dots\dots (9)$$

これはプロジェクトの開始前に構造変化が生じた場合の期待損失に相当している。

$$E_2(\tau) = \int_{\tau-L}^{\tau} \left[\int_0^t l_0(v) e^{-rv} dv + l_0(t) \int_t^{\tau} e^{-rv} dv + l_1(t) \int_{\tau}^{\infty} e^{-rv} dv \right] \lambda e^{-\lambda t} dt \dots\dots\dots (10)$$

これはプロジェクト実施中に構造変化が生じた場合の期待損失に相当している。

$$E_3(\tau) = \int_{\tau}^{\infty} \left[\int_0^{\tau} l_0(v) e^{-rv} dv + \int_{\tau}^t l_1(v) e^{-rv} dv + l_1(t) \int_t^{\infty} e^{-rv} dv \right] \lambda e^{-\lambda t} dt \dots\dots\dots (11)$$

これはプロジェクト供用後に構造変化が生じた場合の期待損失に相当している。

$$E_4(\tau) = C e^{-r\tau} \int_{\tau-L}^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} dt \dots\dots\dots (12)$$

これは期待プロジェクト費用を表す。ただし既述したように、プロジェクト開始前に構造変化が生じた場合にはプロジェクトの開始は行わないと仮定している。

なお上で用いられている記号の意味を列挙すると以下のようになる。

v : ある任意の時点（現時点を0とする。 $v \geq 0$ ）

t : 構造変化の起こる時点（ $t \geq 0$ ）

$l_0(v)$: プロジェクトが供用されていない時点 v における損害（ v の関数）

$l_1(v)$: プロジェクトが供用された後の時点 v における損害（ v の関数）

r : 時間割引率

e^{-rv} : 時点 v における時間割引係数

$\lambda e^{-\lambda t}$: 構造変化の発生に関する確率密度関数（ λ は母数）

L : リードタイム

C : プロジェクト費用

τ : プロジェクト供用時期

$\tau-L$: プロジェクト開始時期

(2) プロジェクト開始時期についての最適条件式

(8)式をプロジェクト供用時期 τ で偏微分して

$$\frac{\partial TL(\tau)}{\partial \tau} = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

とおけば、全期待損失を最小にするようなプロジェクト開始時期を与える必要条件が求められる。(13)式をプロジェクト費用 C について整理すると次のような条件式が得られる。

$$\begin{aligned} (\lambda+r)C = e^{-\lambda L} [I_0(\tau^*) - I_1(\tau^*)] + \lambda \int_0^L [I_0(\tau^* - L + t) - I_1(\tau^* - L + t)] e^{-\lambda t} dt \\ + \left(\frac{\lambda}{r} \right) [I_0(\tau^* - L) - I_1(\tau^* - L)] \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

なお上式において $[I_0(t) - I_1(t)]$ が微分可能で t について単調減少であるという条件を付加すれば

$$\frac{\partial^2 TL(\tau)}{\partial \tau^2} < 0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

であることが容易に示される^{9)~11)}。したがって、(14)式はプロジェクト開始の最適時期 $\tau^* - L$ を求めるための必要十分条件であることが保証される。

4. モデル計算と結果の分析

4.1 計算のための前提およびパラメータの設定

3章で定式化したモデルを用いて実際に計算を行う。その際さらに、次のような前提を設ける。

- ① 本モデルにおいて「需要量」とは「現時点の需要量からの増加分」すなわち新規需要増のことをいう。この場合、便宜上現時点の需要量は零と考えている。
- ② 現時点では現有施設容量は需要量を上回っており、この分だけの供給余力がある。
- ③ 施設容量（供給可能量の上限）を需要量が上回ったとき、このかい離分を「水不足量」とする。
- ④ 施設容量を需要量が下回っているとき、そのかい離分を「施設遊休量」とする。
- ⑤ 単位不足量（単位遊休量）当たりのペナルティ値（資本遊休コスト）は一定とする。したがって総不足量（総遊休量）に対するペナルティ費用（資本遊休コスト）は単位不足量当たりのペナルティ値（資本遊休コスト）に総不足量（総遊休量）を乗じたものとする。なおここでいうペナルティ費用や資本遊休コストは、起こりうる水需要発生パターンの相違によって生じうる水供給不足状態あるいは施設遊休状態に伴う経済的損失を機会費用として見積ったものである。
- ⑥ 単位遊休量に対する資本遊休コストは、単位不足量に対するペナルティ費用の定数倍とする。
- ⑦ 損害関数 $I_0(v)$, $I_1(v)$ は次のように設定する。

$$I_0(v) = p \max \{0, Dv - z_0\} + a \cdot p \min \{0, Dv - z_0\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$I_1(v) = p \max \{0, Dv - z_1\} + a \cdot p \min \{0, Dv - z_1\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここに p : 単位不足量当たりのペナルティ値

D : 1年当たりの需要増加量

z_0 : 基本有効容量（既存の水利用施設で現時点の需要量をまかなってまだ供給に余裕のある場合の残存容量）

z_1 : 拡張有効容量（拡張後の有効容量）

a : 単位資本遊休コスト/単位不足ペナルティを表す換算係数

4.2 臨界ペナルティ費用

(14)式の最適条件式に(16), (17)式の損害関数を代入して、ペナルティ値 p について整理すると、(14)式の最適

条件式を満足するペナルティ値 p^* は各種パラメータの関数として表される。

$$p^* = \phi(\tau^*, \lambda, C, a, r, L, D, z_0, z_1) \quad \dots\dots\dots (18)$$

上式において各種パラメータの値を固定すると p^* の値は一意的に決定される。このようにして求めるペナルティ値を本モデルでは「臨界ペナルティ費用」と称する。この臨界ペナルティ費用は、プロジェクトの開始時期を $\tau^* - L$ に設定するのが最適なペナルティ値（すなわち、時点 $\tau^* - L$ においてプロジェクトを開始するか、それとも延期するかという意味決定に関してプロジェクト開始と延期の判断を行う上で臨界となるペナルティ値）を意味するものと解釈できる。

4.3 QP 曲線

(18)式において τ^*, λ, L を除く他のすべてのパラメータを固定すると、臨界ペナルティ費用 p^* は

$$p^* = \varphi(\tau^*, \lambda, L) = \varphi(\tau^* - L, \lambda) \quad \dots\dots\dots (19)$$

となる。ここに $\lambda = \ln\left(\frac{1}{1-Q}\right)$ で λ は 1 年当たりの構造変化の発生頻度の平均値を表す。また Q は、構造変化が当該年からその翌年の 1 年間に起こる確率（以降「構造変化の発生確率」と呼ぶことにする）を表す。

いま、プロジェクトの開始時期 $\tau - L$ をパラメータとして横軸に構造変化の発生確率 Q 、縦軸に（ペナルティ値/プロジェクト費用）の比 p/C をとると、Fig. 3 のように $Q-p$ 曲線群が得られる。この曲線の特徴は次のような点にある。

- ① 構造変化の発生確率（リスクとみなせる）をオーダー的にとらえることができさえすれば、単位水不足量当たりのペナルティ値（水の価値）によってプロジェクトの最適な開始時期が決定できる。
- ② 実際問題としてペナルティ値自体を同定するのが困難な場合があるが、その場合には逆に、水不足の被害の程度がどれ位のオーダーであれば、想定される構造変化の発生確率下でプロジェクトを開始するのが妥当かについての有効な判断資料が得られる。
- ③ 横軸の Q はリスク、縦軸の p/C は水不足による損害の程度を投下資本コストによって基準化したもので、一種の損害の程度を表す尺度とみなすことができる。つまり、 $Q-p$ 曲線はプロジェクトの採否を決定するしきい値を表すリスク-損害曲線とみなすことができる。

以下、Fig. 3 を使ってもう少し具体的に説明する。

4.4 具体例による考察

Fig. 3 は図中に示すように各種パラメータを設定して得られたものである。これより次のことがいえる。

- ① 各曲線群はそれぞれ $\tau - L$ （開始時期）をパラメータとする臨界曲線を表す。各曲線群の上側にある任意の点が特定されるとき、そのパラメータが表す開始時期より以前に当該プロジェクトを採択すべきことを意味している。逆に各曲線群の下側に点 (Q, p) が特定されるときは、少くとも該当する開始時期より以降でないとプロジェクト採択が妥当視されないこと（すなわちその時点では延期すべきこと）を表している。したがって、任意の隣接する曲線群にはさまれる領域に点 (Q, p) が特定される場合には、当該二曲線が表す開始時期の間にプロジェクトを開始すべきことを意味する。
- ② たとえば Fig. 3 において、 Q が $10^{-2} = 1/100$ 以下であれば p/C がほぼ 0.2 以上であることさえ特定できれば、当該プロジェクトは現時点（ $\tau - L = 0$ ）

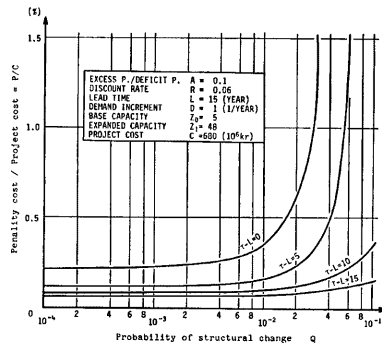


Fig. 3 $Q-p$ curves

でその採択が妥当化される。逆に Q が $10^{-2}=1/100$ 以上であれば、様子は一変し、 p/C がきわめて大きな値でないかぎりプロジェクトの採択は妥当化されないことになる。ただし本モデルで構造変化の発生はむしろまれにしか起こらない現象とみなしているので、 Q は $1/100$ 以下であると考えてはばさしつかえないであろう。したがってこのような前提に立つかぎり、 p/C が $0.2\sim 0.3$ 以上であるかぎりプロジェクトの採否の判断はきわめて容易であることが分かる。

③ 逆に p/C が $0.2\sim 0.3$ 未満であるときは、現時点でのプロジェクトの採択は妥当でないとの判断ができる。ただし $\tau-L=5$ 年後、 $\tau-L=10$ 年後等々の判断を下すためには p/C の値を少なくとも 0.1 程度のオーダーで特定しなければならないことになる。もっとも、現時点においてはプロジェクトの採択を見送るか否かの判断さえしておけば、時間の経過とともに p/C のオーダーをさらに精緻に特定するための情報をモニターすればよいことになる。

④ たとえば $Q=10^{-2}=1/100$ に固定したとき、 p/C の値が大きくなるにつれて（水不足による被害の程度がより大きくなるにつれて）、プロジェクトの採否のタイミングは早まり、 $p/C=0.3$ 程度を境としてそれ以上となるとプロジェクトは現時点（ $\tau-L=0$ ）で採択することが妥当になる。

⑤ 今度は $p/C=0.3$ に固定して、構造変化の発生確率 Q を徐々に大きくしていくと、ほぼ $Q=10^{-2}=1/100$ 程度を境としてそれより小であれば、プロジェクトは現時点で採択、またそれより大であれば p/C の大きさの程度に応じて $\tau-L=5$ 年後、 $\tau-L=10$ 年後、…等々の時点にその採択時期がずれ込んでいくことになる。

⑥ この他、予め設定したパラメータ値を変化させることにより、必要に応じてリスクと損害の程度に応じたプロジェクト採否の判断のための貴重な情報が得られることが分かる。

5. 結 語

以上本研究では、強不確実性下における水利用施設拡張計画問題を取り上げるとともに、これを数理計画モデルとしてモデル化する方法について説明した。またその際、リスク分析やリスクマネジメントの考え方がきわめて有効であることに着目し、そのシステム論的整理を試みるとともに、本研究で取り上げた具体的な計画場面でのその導入の方法と有効性を明らかにした。

ついでモデル分析の一例として $Q-p$ 曲線を導出し、これがプロジェクト採否を判断する上でのしきい値を表すリスクー被害曲線に相当していることを示した。またこのような図のみからでも、プロジェクトの採否やプロジェクトの価値に関する種々の基礎的な情報が得られることを例示した。

なお本研究で解説した基本モデルは、必要に応じて色々な拡張が可能であり、それによってより質の高い、多面的な判断情報が導出できる。この点については筆者らは既にいくつかの研究を展開しているが^{10)~12)}、これらの研究のリスク分析の位置づけについては稿を改めて発表することにする。

謝 辞

本研究を遂行するに当たり、水資源研究センターの石原安雄教授、池淵周一教授、友杉邦雄助教授、小尻利治助教授からは大変貴重なコメントやアドバイスを賜った。付して謝辞とします。

参 考 文 献

- 1) 亀井利明：危険管理論—企業危険とリスクマネジメントの理論，中央経済社，1984，pp. 27-35.
- 2) Greene, M. R. & Serbein: Risk Management—Text and Cases, Reston 1978, pp. 28-29.
- 3) Haynes, J.,: Risk as an Economic, Factor, Quarterly Journal of Economics, IX, 1895, pp. 409.
- 4) 徳谷昌勇：マネジメントと安全，防災システム，1981，4月号。
- 5) 徳谷昌勇：災害の経済学，災害と住まい，ミサワホーム総合研究所編，1983。
- 6) 亀井利明：リスクマネジメントの理論と実務，ダイヤモンド社，1980。

- 8) 石坂邦昭：リスクマネジメント，白桃書房，1980.
- 9) Erlenkotter, D, S. Seith and N. Okada, Planning for Surprise—Water Resources Development under Demand and Supply Uncertainty, Working Paper No. 312, U. C. L. A., 1981.
- 10) 岡田憲夫，清水丞：不確実性下における意志決定支援モデル—水資源開発計画を例として，第5回土木計画学研究発表会講演集，1983，pp. 284-294.
- 11) 岡田憲夫，清水丞：不確実性下における大規模水資源開発プロジェクトの逐次繰り返し型意志決定方式に関する研究，土木計画学研究，Vol, 1, 1984, pp. 211-218.
- 12) 清水丞：不確実性下における水供給施設の拡張方式に関するシステム分析，鳥取大学大学院修士論文 1984.