

土石流に関する基礎的研究 (第 4 報)

矢野 勝正・大同 淳之

FUNDAMENTAL STUDY ON MUD-FLOW (IV)

by Dr. Eng. Katsumasa YANO and Atsuyuki DAIDO

Synopsis

The relation between stress and strain for the mixture consisted of clay and water was examined as the fundamental step for the approach to the physical character of mud flow. Two types of rotational viscometer, the cap rotation type and the bob rotation type, were used in the measurement.

Through the experiment, it was disclosed that the relation between stress and strain for the mixture follows to the power law or Bingham's law. Although the conditions governing these laws are not yet clear, it seems to be due to the construction of micelle.

1. はしがき

この論文は、山間の峡谷に発生して河川工作物に多大の被害を与え、河川を荒廃せしめる土石流の実態を究明するために、土石流の模型として粘土の濃厚溶液を用いて、その力と変形の関係をしらべたものである。

土砂と水の混合体の流れがいわゆるニュートンの仮説にしたがわず、非ニュートンの挙動を示し、粘性係数が物質常数としてきまらず、ずり速度の影響を受けて変化することは、すでにいくつかの報告があるところである。土石流の流動も当然非ニュートン流体としての取扱いが必要である。

さきにわれわれは、以上の考えから開水路あるいは管水路において、土砂流の実験を行い、非ニュートン流動がいずれの場合にも成立するのをたしかめた。^{1) 2)} これらの場合に比較的良好に現象を表わすのは次の二つの関係である。

$$\tau = \mu (du/dy)^{1/n} \quad (1)$$

$$\tau - \tau_y = \mu (du/dy) \quad (2)$$

(1)式は擬塑性流体、(2)式はビンガム流体と呼ばれる。ここに τ はせん断応力、 μ は粘性係数、 n は物質の構造指数、 τ_y はせん断降伏値である。以上の関係から、例えば開水路におけるこれらの流れの平均速度は³⁾

$$u_m = \left(\frac{\rho g i h}{\mu} \right)^n \frac{1}{h^2} \frac{1}{n+2} \left(h - \frac{1}{2+n} \right) \quad (3)$$

(2)式に対しては

$$u_m = \frac{h \tau_y}{\mu} \left(\frac{a^3 - 3a + 2}{6a} \right), \quad a = \frac{\tau_y}{\tau_0} \quad (4)$$

がえられる。これらの関係は濃度が稀薄の領域から、かなり高濃度においても成立することが実験で確かめられた。^{1) 2)} 実際の土石流が(1)又は(2)式で表現せられる保証はないが、実際の土石流を巨視的にはほぼ均質とみなすと、その組成によって指数あるいは常数は異なるが、関係式は十分成立するものと考えられる。

さて、(3)または(4)式を用いて、実際の土石流の流速を予測するためには式中の構造指数 n 、粘性係数 μ

あるいは降伏値 τ_0 を物質の状態、受けるせん断力の大きさによって与えなくてはならぬ。

現在これらの値を得るためには、与えられた条件のもとで、その物質を測定する以外に、すでに測定された結果も個々のケースにとどまる。したがって任意の物質のこうした値を与える資料は皆無であるといって過言でない。ましてずり速度の変化に対する粘度の変化、見掛けの層流における構造指数が、乱流時にどうなるかといった問題に対しては、実測以外に予測の道はない。従来われわれが行った実験においてもこれらの資料は測定されたが、われわれの対象とする物質は、流動の状態によっては物質中の粒子が沈降するので、断面内では物質が不均一となり、また流動の厚みが増せば断面内で速度分布が一様でなくなる。したがって得られる結果は常にそうしたものの平均値となって、得られた結果を解析するには十分といえなかった。

これらの難点をなくすためには、材料が均質な状態に保たれ、かつ出来る限り速度勾配が一様な状態で、力と変形の関係を測定する必要がある。以上の理由から次にのべる方法によって種々の粘土の濃厚溶液を作り、粒子の比表面積と濃度の変化によって、さきのべた諸数値がどのような値をもつか測定し、これらの予測に役立たせようとした。まだ初期の目的に対して得られた測定値が少ないので十分な結果を得ていないが、現在までに得られた実験結果についてのべる。

2. 粘土濃厚溶液の流動特性

1) 測定装置と測定方法

測定の方法は種々あるが、われわれの対象とする物質にもっとも適当と考えられた **Fig. 1** に示す共軸円筒廻転型粘度計を用いた。(A)は円筒回転型で荷重は重垂を用いる、(B)は外筒回転型で回転速度は5~400 r. p. m 範囲で変えられる。したがって(A)は一定応力、(B)は一定歪速度を与えるのに適している。主要部の大きさは(A)では外筒の内径3.16 cm, 内筒の外径は2.8 cm, 長さ13.48 cmで、内・外筒の間隔は1.8 mm で(B)の外筒回転型では外筒内径3 cm, 内筒の外径は2.8 cm, 長さ5 cm, 内外筒の間隔は1.0 mm である。トルクは(A)の場合には円筒に働く荷重 W より、(B)の場合はバネのねぢれ角より求まる。

Fig. 2 において外筒（半径 R_0 ）は固定し内筒（半径 R_i ）は角速度 ω で回転し、2円筒間に試料が満されているとする。回転流動する試料中に半径 r および $r+dr$ の2層を考え、この2層の角速度をそれぞれ ω 、および $\omega+d\omega$ とする。2層の相対速度の差は

$$dv = (r+dr)(\omega-d\omega) - r\omega = \omega dr - rd\omega \quad (5)$$

したがって速度勾配は

$$\frac{dv}{dr} = \omega - r \frac{d\omega}{dr} \quad (6)$$

となるが、右辺第1項は、内外2円筒および試料が固定して同一の角速度で回転するときの項にあたるか

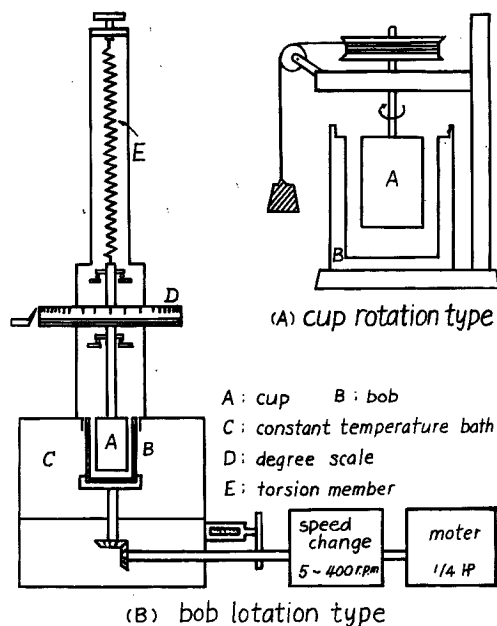


Fig. 1 Equipment

ら、粘性力を生じる速度差にはならない。第2項だけが粘性力に有効な相対速度差である。これを(1)式に代入すると、

$$\tau = -\mu r \frac{d\omega}{dr} \quad (7)$$

一方、半径 r の円筒面に働く回転モーメントは粘性力とつりあうからトルク T は

$$T = \tau \cdot 2\pi r h \cdot r \quad (8)$$

で与えられる。したがって

$$\tau = \frac{T}{2\pi h} \frac{1}{r^2} \quad (9)$$

となる。これより

$$\frac{d\tau}{\tau} = -2 \frac{dr}{r} \quad (10)$$

一方ずり速度は

$$dv/dr = f(\tau) = r \frac{d\omega}{dr} \quad (11)$$

内・外筒の角速度をそれぞれ $\omega_i, 0$ とすると相対角速度 ω は、

$$\int_{\omega_i}^0 d\omega = \int_{R_i}^{R_0} -\frac{f(\tau)}{r} dr = -\frac{1}{2} \int_{\tau_i}^{\tau_0} \frac{f(\tau)}{\tau} d\tau \quad (12)$$

$$\text{ここに } \tau_i = \frac{T}{2\pi h} \frac{1}{R_i^2}, \quad \tau_0 = \frac{T}{2\pi h} \frac{1}{R_0^2} \quad (13)$$

でそれぞれ内筒壁、外筒壁に働くずり応力である。 $f(\tau)$ は(1)式にしたがって、 $f(\tau) = \frac{1}{\mu} \tau^n$ (擬塑性流体) とすると

$$\omega = \frac{1}{2n\mu} \left(-\frac{T}{2\pi n} \right)^n \left(-\frac{1}{R_i^{2n}} - \frac{1}{R_0^{2n}} \right) \quad (14)$$

となる。したがって資料にずり速度を与えて ω と T が測定され、 $\log \omega$ と $\log T$ が直線的関係になれば、この物質の応力と歪の関係はベキ法則にしたがうことになり、 $\log \omega$ と $\log T$ のグラフの直線の勾配から構造指数 n が、又(14)式に n を代入することによってその条件における粘度 μ が求まることになる。

また(13)式に $f(\tau) = \frac{1}{\mu} (\tau - \tau_y)$ (塑性流動) を代入すると

$$\begin{aligned} \omega &= -\frac{1}{2\mu} \int_{\tau_i}^{\tau_0} \left(1 - \frac{\tau_y}{\tau} \right) d\tau \\ &= \frac{T}{4\pi h \mu} \left(\frac{1}{R_0^2} - \frac{1}{R_i^2} \right) + \frac{\tau_y}{\mu} \ln \frac{R_i}{R_0} \end{aligned} \quad (15)$$

したがってもし観測された ω と $(1/4\pi h \mu) (1/R_0^2 - 1/R_i^2)$ が直線にのると、直線の勾配から粘性係数 μ が、また直線を延長して $\omega = 0$ における $(1/4\pi h \mu) (1/R_0^2 - 1/R_i^2)$ の値から τ_y を得ることができる。以上は円筒が回転する場合についてのべたが、外筒が回転するときでも同じ結果がえられる。

この場合注意しなくてはならぬことは、(9)式において

$$r_0^2 = \frac{T}{2\pi h \tau_y} \quad (16)$$

とおいたとき、 T が小さくて $r_0 < R_i$ ならばまったく流動しない。 T を次第に大きくして $T = T_i = 2\pi h R_i^2 \tau_y$ になったとき、 $r_0 = R_i$ となり、内筒壁のところで流動がはじまる。そして $T_0 = 2\pi h R_0^2 \tau_y$ 以上になるまでは $r_0 < r < R_0$ の部分は流動しない。そして $T_0 > 2\pi h R_0^2 \tau_y$ になってはじめて全体が流動することになる。一部流動しない場合には(15)式に相当して

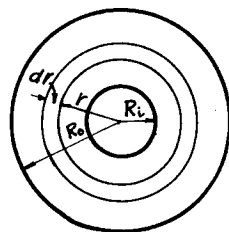


Fig. 2 Notation

$$\begin{aligned}\omega &= \frac{M}{4\pi h \mu} \left(\frac{1}{R_i^2} - \frac{1}{r_0^2} \right) + \frac{\tau_y}{\mu} \ln \frac{R_i}{r_0} \\ &= \frac{\tau_y}{2\mu} \left(\frac{T}{T_i} - 1 + \ln \frac{T_i}{T} \right)\end{aligned}\quad (17)$$

となって ω と T の関係は曲線になる。しかしわれわれの場合は間隙が 1.8 mm 又は 1.0 mm と小さいので、円筒が回転したときは全体が流動しているとみなした。

以上の考察では内筒の底面に働く摩擦力は考えていない。そこで同一の試料について内筒に接する長さを変えて h と T の関係を求め、その延長が $T=0$ のときにとる h 軸上の長さ Δh が、底面のマサツを長さに換算したものととして $\Delta h + h$ を液に接している内筒の長さとした。

2) 測定に用いた資料

粘度の測定にあたっては、自然に存在する土の組成は複雑で普遍的な性質にとばしいから、実際の土石流の資料を採集して、それについて試験を行うのがのぞましいが、ここでは一応できるだけ普遍的なものを目指してすすめることにする。とくに粘度に影響すると思われるのは比表面積であることに着目して、比表面積は粒径の函数であるから平均粒径の異なる三種の土を準備して、その試料の含水比による粘度の変化をしらべるとともに、ある中央粒径のまわりの粒径分布が変わったときに粘度がどのように変化するかしらべた。ここに実験に用いた試料は次の表のとおりである。

Table 1 Properties of clay

No.	$d_{50}(\text{mm})$	size distribution	$(d_{84}/d_{16})^{1/2}$	specific gravity
1	0.0034	log-normal distribution	2.92	2.703
2	0.0062	〃	3.04	2.706
3	0.0062	〃	4.70	2.810

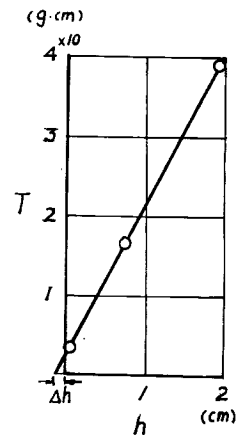


Fig. 3 Determination of end effect in a rotational viscometer

試料は粒子のまわりに附着している空気と水溶性の有機物を除くために、広い容器内で攪拌、沈降させて上澄液はとり除き、底に堆積した試料に適当に水分を加えて所要の濃度にした。また粘土は種類により水と度が異なるから、少なくとも48時間は試料を調整後ねかせて実験前にもう一度攪拌して実験に供した。また試料を試験器の外筒に挿入後、外筒ごと減圧して試料内の空気を除去した。

従来の実験結果によると、粘度に及ぼす資料調整法の影響として、混合の方法および速度、資料の水洗処理、ねかし期間による影響等があげられている。これら変化は試料によって異なるが、一般的にいって混合の方法とその速度の影響がその他の影響に比較して大きい。方法として振盪した場合が粘度が一番大きく、攪拌、放置の順となる。速度としては混合の速度が速いほど粘度は小さい。しかしどのような機構で影響を及ぼすのか、現在では十分に明らかでないので、われわれの実験ではいつも一定の処理を行うことにした。

3) 測定結果とその考察

物質が力学的にどの領域に属するか決めるには前述のように力と変形の関係から判断しなくてはならぬ。したがって(14)式又は(17)式にのべたように、 $\log \omega$ と $\log T$ の関係、又は ω と $T \left(-\frac{1}{R_i^2} - \frac{1}{R_0^2} \right) / 4\pi h$ の関係を調べて、直線関係にあるほうをもって、その物質はその直線の指示する関係にあると決める。

Fig. 4 は資料 No. 3 を前に説明した方法で角速度 ω とトルク T の測定結果を(17)式によって整理した結果である。この資料では(15)式の関係はみられなかった。この資料の特に注意すべき事項として、一定

荷重の実験において濃度40%附近より回転速度が時間と共に変化し、かなり変位が進んでのち(濃度42.5%で100回転)一定の速度に達する。さらに濃度の大きい領域では瞬間と共に回転がしたいにおそくなり、ついには回転が停止する現象がみられた。**Fig. 5**はこうした回転速度が次第におそくなって一定値に近づく観測結果を縦軸を内筒の速度にとって表した。

Fig. 4の結果からこの資料は図の直線部分は、直線部分の延長が $\omega=0$ においてとる $T\left(\frac{1}{R_0^2}-\frac{1}{R_i^2}\right)/4\pi h$ の値より求まる τ_u を降伏値とする(2)式の関係にしたがうことが分る。

いわゆる純粋塑性流動の範囲である。

直線下端より原点までの曲線部分は **Fig. 5**に示した回転速度が時間と共に変化する部分である。直線下端の変位に対応したせん断力を τ_u とすると $0 < \tau < \tau_u$ のせん断力に対しては粘弾性的流動と考えることができる。 τ_u はいわゆる上限降伏値である。したがってこの資料はせん断外力の大小により粘弾性変形、純粋塑性流動の二態を示すことになる、したがって更に濃度が増せばさらに大きい外力に対しては破壊的変形をとることも予想できる。

さて、与えられた外力が上限降伏値よりもかなり大きい場合、流動の大部分は塑性流動を行なうので(2)式でもってその変形は求めることができる。

しかし外力が τ_u よりもあまり大きくない、あるいは τ_u 以下の場合には粘弾性変形として考えなくてはならぬ。いまのところその挙動がどのようなものであるか明らかでないので基礎的なものより出発する。

物質が粘性と弾性の性質をもっているとき、応力と変形は次式で表わされる。

$$\tau = \gamma \epsilon + \mu \frac{d\epsilon}{dt} \quad (18)$$

ここに ϵ は歪、 γ は剛性率、 μ は粘性係数、 $d\epsilon/dt$ は歪速度である。右辺第1項はフックの法則、第2項はニュートンの法則である。(18)式の解は

$$\epsilon = e^{-\frac{\gamma}{\mu}t} \left(\epsilon_0 + \frac{1}{\mu} \int_0^t \tau e^{\frac{\gamma}{\mu}t} dt \right) \quad (19)$$

である。ただし ϵ_0 は $t=0$ のときに存在する歪である。(A)の試験機の場合には $\tau = \text{const}$ であるから

$$\epsilon = \frac{\tau}{\gamma} + \left(\epsilon_0 - \frac{\tau}{\gamma} \right) e^{-\frac{\gamma}{\mu}t} \quad (20)$$

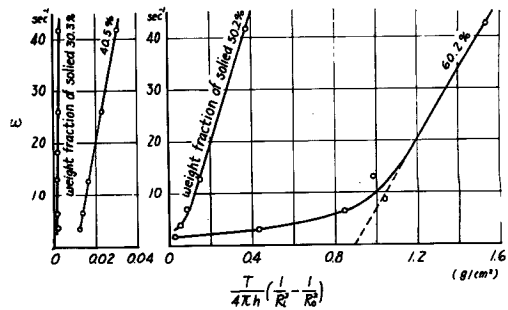


Fig. 4 Relation between ω and

$$\frac{T}{4\pi h} \left(\frac{1}{R_i^2} - \frac{1}{R_0^2} \right)$$

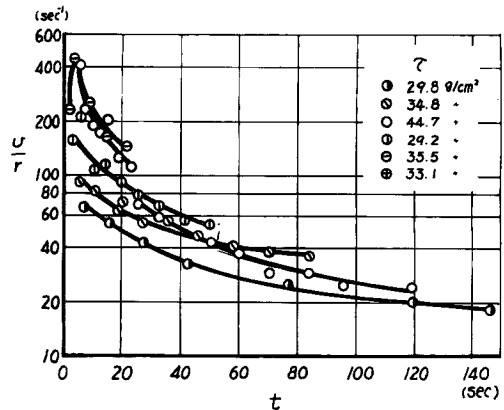


Fig. 5 Relation between v/r and t .

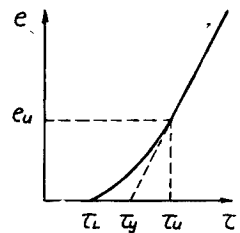


Fig. 6 Notation.

$\epsilon_0=0$ のときは

$$\epsilon = \frac{\tau}{\gamma} \left(1 - e^{-\frac{\tau}{\mu} t} \right) \quad (21)$$

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{\tau}{\mu} e^{-\frac{\tau}{\mu} t} \quad (22)$$

したがって

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{dv}{dr} = \frac{v}{r} = \omega \quad (23)$$

より

$$\log\left(\frac{v}{r}\right) = \log\left(\frac{\tau}{\mu}\right) - \frac{\gamma}{\mu} t \log_{10} e \quad (24)$$

が成立する。 $\log\left(\frac{v}{r}\right)$ は t と直線関係に示すことになる。**Fig. 5** では上に凹の下降曲線となり、 t が大、すなわち変位の大なるところでは (v) は t に無関係に一定になろうとする傾向がある。これは当初 (18) 式で γ, μ を一定としたことに起因すると思われる。そこで (18) 式に変わって

$$\tau = \gamma(\epsilon) \cdot \epsilon + \mu(\epsilon) \frac{d\epsilon}{dt} \quad (25)$$

と考へ、**Fig. 5** の曲線も (25) 式の関係を示すものとする、 γ, μ を常数とする仮定の粘弾性体の $v/r-t$ 曲線は、(18) 式にこれらの係数を用いた直線で示され、**Fig. 5** において特定の t における曲線の切線となる。**Fig. 5** の切線は、 t が大になるほど速度軸を切る点が低下してその勾配が緩になる。すなわち t が大になるほど τ/μ および γ/μ が小になる。外力 τ は一定であるから τ/μ の減少は μ の増加を、 γ/μ の減少は γ の減少または μ の増加を示す。また t が相当大きいところでは γ/μ は 0 になる。 $\mu \neq 0$ であることは明らかであるから、 γ は変形の増加と共に減少して $\gamma=0$ に漸近し、 μ は変形とともに増して一定値に漸近することが推察できる。

この現象は粘弾性物質のクリープに、一般にみられる現象である。こうした物質から t までの時間、力 $\tau(z)$ がはたらいたときの変形量は、Boltzmann に よれば次式で表わされる。³⁾

$$\epsilon(t) = \frac{\tau(t)}{\gamma} + \int_0^t g(t-z) \tau(z) dz \quad (26)$$

$z=0$ より t まで一定の力が働いたとすると、

$$\epsilon(t) = \frac{\tau}{\gamma} + \tau \int_0^t g(t-z) dz \quad (27)$$

時刻 $z(<t)$ と $z+dz$ の間、応力 τ が働いたとすると、その間に生じた歪は重ね合わせの原理を用いると時刻 z から t までの間応力を加えたものとして (27) 式より求めた歪 $\epsilon_1(t)$ と、時刻 $z+dz$ から t までの間応力を加えたものとして計算した歪 $\epsilon_2(t)$ との和である。すなわち

$$\epsilon_1(t) + \epsilon_2(t) = \tau \int_0^{t-z} g(t-z) dz - \tau \int_0^{t-z-dz} g(t-z-dz) dz \quad (28)$$

これをさらに $z=0$ から t まで加え合わせ、時刻 t における瞬間弾性歪を加えると $\epsilon(t)$ が求まる。

実験結果によるとききのべたように、変形がかなり進んだところでは弾性歪は 0 として

$$\epsilon = c\tau^\alpha \quad (29)$$

の関係がみられる (**Fig. 7**)。これは村山、柴田⁴⁾ 両博士によって、上限降伏値に達するまでは (29) 式の関係が成立するとのべられ

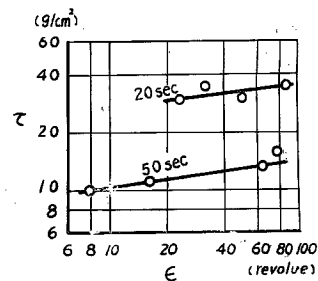


Fig. 7 Relation between ϵ and τ .

ている。そこで、 $\epsilon_1 = \tau/\gamma + \tau \int_0^{t-z} g(t-z) dz$ の積分項の代りに(29)式の $\epsilon = c\tau^\alpha$, $\epsilon_2 = -\tau/\gamma - \tau \int_0^t g(t-z-dz)$ の積分項に相当するものとして

$$\left. \begin{aligned} -c\tau^\alpha - \frac{dc}{dT} \tau^\alpha dT \\ \text{但し } t-z = T \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

とすると、⁵⁾

$$\epsilon_1(t) + \epsilon_2(t) = -\frac{dc(T)}{dT} \tau^\alpha dT \quad (31)$$

これを $z=0$ より t まで加えて、時刻 t における瞬間弾性歪を加えると、時刻 t における総変位置量が求まる。すなわち

$$\epsilon(t) = \frac{\tau}{\gamma} - \tau^\alpha \int_t^0 \frac{dc(T)}{dT} dT = \frac{\tau}{\gamma} + \tau^\alpha \int_0^t \frac{dc(T)}{dT} dT \quad (32)$$

ここで、 $\frac{dc_1(T)}{dT} = K(t)$ とおくと、

$$\epsilon(t) = \frac{\tau}{\gamma} + \tau^\alpha \int_0^t K(t) dT \quad (33)$$

$T=t$ において

$$\epsilon(t) = \frac{\tau}{\gamma} + \tau^\alpha \int_0^t K(t) dt \quad (34)$$

と表わせる。

さらにわれわれの観測した結果によると、変形量と時間の関係は

Fig. 8 に示されるように

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_u} = \left(\frac{t}{t_u} \right)^b \quad (35)$$

と表わされる。ここに ϵ_u は上限降伏値に達したときの変形量、 t_u は変形をうけ始めてから上限降伏値に達するまでの時間である。ここで(34)式を(35)式で表わすものとして、

$$\tau^\alpha \int_0^t K(t) dt = \epsilon_u \left(\frac{t}{t_u} \right)^b \quad (36)$$

したがって

$$k(t) = \frac{\epsilon_u}{\tau^\alpha} b \left(\frac{t}{t_u} \right)^{b-1} \frac{1}{t} \quad (37)$$

である。われわれの実験の結果では、 b の値は濃度が一定のとき、

τ の値にかかわらず一定で、例えば資料 No. 3、濃度42.5%では $b=0.96$ である。

したがって上限降伏値をこえて変形をうけるときは、 ϵ_u と ϵ_u を越えてからの変形量

$$\epsilon = \frac{1}{\mu} (\tau - \tau_y) (t - t_u) \quad (38)$$

を加えた

$$\epsilon(t) = \frac{\tau}{\gamma} + \tau^\alpha \int_0^{t_u} K(t) dt + \frac{1}{\mu} (\tau - \tau_y) (t - t_u) \quad (39)$$

として求められる。

また角速度 ω は(35)式より

$$\omega = \frac{d\epsilon}{dt} = \epsilon_u \cdot b \cdot \left(\frac{t}{t_u} \right)^{b-1} \frac{1}{t} \quad (40)$$

(15)式と等置すると

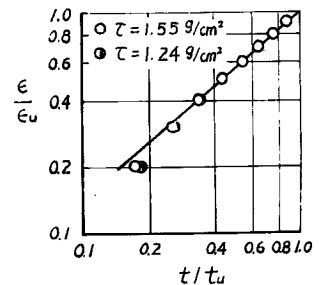


Fig. 8 Relation between ϵ/ϵ_u and t/t_u .

$$\mu = \left(-\frac{R_1^2}{2} \tau + \tau_v / n - \frac{R_1}{R_0} \right) \frac{1}{\epsilon_u} - \frac{1}{b} \left(-\frac{t_u}{t} \right)^b t \quad (41)$$

となって、粘弾性の領域では、粘性 μ は時間の函数で、この例では時間と共に増加する。したがって実験中に示されたように抵抗が増して回転が停止することもありうる。

3. むすび

以上主として資料3について得られた結果についてのべたが、資料1、2はビンガム流動を示さず、はっきり(1)式のベキ法則にしたがうことを示した。資料がすくないので、これについてはさらに測定を行なうのち発表の予定である。No. 2とNo. 3では粒径は殆んど等しいにかかわらず力学的挙動がちがうということは、単に粒子の濃度だけではこれらの諸性質を表わすことができないと考えられる。また現在得られた結果より推察すると資料の調製方法に強く影響されているようである。これは粒子の表面に吸着するイオンの状態によって、あるいはミセルの構造によって異なるものと考えられる。今後資料の集積と共にこうした方面への配慮を必要と考える。

本研究には昭和38年度文部省科学研究費の補助を受けたことを附記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 矢野勝正・大同淳之：土石流に関する基礎的研究（第二報），京都大学防災研究所年報，第4号，昭36，p. 173.
- 2) 矢野勝正・大同淳之：土石流に関する基礎的研究（第三報），京都大学防災研究所年報，第6号，昭38，p.218
- 3) 中川鶴太郎・神戸博太郎：レオロジー，1959.
- 4) 村山朗郎・柴田徹：粘土のレオロジー的特性について，土木学会論文集第40号，昭31.
- 5) 仲野良紀：地すべり粘土のレオロジー的性質の研究，農業土木学会大会講演会講演要旨，昭36，p. 12.
- 6) 村山朗郎：粘土の粘弾性について，土木学会誌，40巻，7号，P.8.