

開水路流れの乱流構造

今 本 博 健

1. は じ め に

流体運動の一形態である乱流現象はわれわれの周囲にみられるきわめて日常的な現象であつて、その存在についても相当古くから認識されていたようであるが¹⁾、具体的に研究の対象とされるようになったのは19世紀後半における Reynolds²⁾の研究以降である。

乱流現象に関する研究は、一般に、どのようなレイノルズ数のもとで層流から乱流へと遷移するかといういわゆる遷移レイノルズ数に関する研究、乱流の抵抗則あるいは平均速度分布といった平均場に関する研究、および乱れ速度の統計的特性を対象とした変動場に関する研究に大別されるが、それぞれについて簡単に振り返るとつぎのようである。

遷移レイノルズ数に関する研究は主として数学者および物理学者によって進められ、微小な擾乱に対する層流の安定性を対象とした線型層流安定理論（上限臨界レイノルズ数）から任意の大きさ・波形の擾乱を対象とした非線型層流安定理論（下限臨界レイノルズ数）へと発展されており、とくに前者についてはほぼ完成の域に近づいている。³⁾ ただし、線型理論ではレイノルズ数の大きな十分発達した乱流において重要な役割を果たす運動方程式の非線型項（慣性項）の線型化がなされており、この手法を一般的な乱流現象の解明に適用することは許されず、また非線型理論については現在のところ明確な結論が得られるには至っていないようである。なお、安定理論では、通常、擾乱として大きさ・波形の既知のものが対象とされるが、層流に加えられた擾乱が不安定状態を経て偶然的なものへと遷移する過程についても検討されるようになってきており、遷移理論として安定理論から区別されている⁴⁾。

また、速度平均場に関する研究についてみると、層流では粘性応力が支配的となるのに対し乱流ではレイノルズ応力が支配的となるため、レイノルズ応力と平均速度分布特性との関係の解明に焦点があてられ、つぎのような研究がなされている。すなわち、Boussinesq⁵⁾はレイノルズ応力と平均速度勾配とを渦動粘性係数によって結びつけることを提案し、層流解法を用いて運動方程式から乱流の平均速度分布を得ようと試みたが、渦動粘性係数を得ること自体が困難なため基本的な解決とはならず、Prandtl⁶⁾らによる輸送理論へと引き継がれることになる。輸送理論は気体分子運動論における平均自由行路より類推された混合距離の概念を基本としており、気体分子の衝突という不連続過程と同じ取扱いを渦の混合という実体の不明確な連続過程に適用しているということに問題が残されるものの、この理論より導かれた平均速度分布は実際のものとときわめてよく類似しており、実用的見地からは現在においても高く評価されている。なお、混合距離としては混合距離が壁面からの距離に比例するという、Prandtl⁶⁾の仮定のほか、力学的相似理論に基づく Kármán⁷⁾の仮定、乱れエネルギーの平衡条件に基づく Zagustin⁸⁾の仮定などが提案されているが、これらより導かれる速度分布式はかなり複雑であり、同じことは乱流拡散の概念を用いて渦動粘性係数をガウスの誤差関数で表わすことより導かれる Willis の速度分布式についてもいえ、結局、もっとも単純な対数則が実用上の便利性よりよく用いられている。

一方、速度変動場については流体運動を偶然的な連続過程として取り扱った Taylor^{9),10)}により本格的な検討が始められ、統計的乱流理論の端緒が開かれた。すなわち、Taylor は相関関数、スペクトルなどの統計量により変動速度（乱れ速度）の特性を記述することを提唱するとともに、等方性乱れの仮定が用いられる場合には取扱いがかなり簡化されることを示した。Taylor の統計理論が発表されたのちしばらくは上記の統計量を運動方程式に基づいて解明しようとする努力が重ねられたが¹¹⁾、運動方程式に含まれる慣性項の存在のため不成功に終り、

慣性項の物理的意義を明らかにすることにより乱流現象を解明しようとする試みがなされるようになった。

これがKolmogorov^{12)~14)}らに始まる相似理論といわれるものであって、局所的等方性の概念の導入により相関関数やスペクトルの具体的な関数形の決定が可能となり、その後の乱流理論の中心的な存在を占めるようになっていくが、相似理論では乱れの特性がどのような特性量（乱れ特性量）によって規定されるかが知れるのみで、乱れ特性量自体に関する情報は得られず、乱流現象の具体的な解明は乱れ特性量の計測を目的とした実験的研究に委ねられることが多い。このため、現在、実際の乱流現象を対象とした乱れ計測が大気、河川、海洋といった種々の分野で活発に行われるようになり、多くの有用なデータが蓄積されつつある。

最近の乱流現象に関する研究で注目される一つとして、大規模の乱流運動はかなり規則性のあることに着目し、乱れの発生・発達過程を決定論的に取扱おうとする試みがなされるようになっていく¹⁵⁾。これらの研究の歴史は浅く、まだまだ不完全ではあるが、これまでに提案された乱流モデルにより実際現象が説明づけられる点も多く、今後の発展に期待されるところが大きい。

以上のように、乱流現象について本格的な検討が始められて半世紀を経た現在、乱流現象の特性がかなり明確に把握されるようになってきているが、個々の現象については不明の点が多く残されている。とくに水流の乱流現象については計測の困難なこともあって、気流のものに比し研究が遅れているが、流れの抵抗特性をはじめ、2次流、構造物周辺の局所流、水理構造物に作用する流体力、乱流拡散現象、土砂輸送の問題など、いずれも乱流現象と密接な関係をもつため、この現象の解明は現在の水理学にとっても最も重要な課題の一つとなっている。

宇治川水理実験所においても河川流の乱流現象解明の重要性に着目し、石原・余越ら^{16)~19)}によりこの分野での先駆的研究がなされ、多くの成果が挙げられているが、ここでは当実験所でなされた最近の研究成果を中心として、開水路流れの乱流構造についてまとめることにする。

2. 乱れ速度に関するスペクトル特性

Taylorにより乱流場の統計的記述にスペクトルの概念が導入されて以来、スペクトル特性の解明のために多くの研究者による努力が積重ねられているが、それらの中でも、とくにKolmogorov^{12)~14)}による局所的等方性の概念を用いた相似仮定はその後のスペクトル特性の取扱いにおける中心的存在を占めてきている。以下においては、Buckinghamのπ定理を用いて従来より提案されている乱れエネルギーに関するスペクトル相似則を再整理するとともに、これまでほとんどあられされていないレイノルズ応力あるいは乱れの移流過程に関するスペクトル特性について次元解析的検討を加え、その妥当性について実験的に検証する。

2.1. 乱れエネルギーのスペクトル特性

簡単のため、流れ方向の乱れ速度を対象とした波数表示のオイラー的1次元エネルギー・スペクトル $S(k)$ について考える。 $S(k)$ は空間相関係数 $R(x)$ のフーリエ変換として定義され、

$$S(k) = 4\overline{u^2} \int_0^\infty R(x) \cos kx dx \quad (1)$$

と表される。ここに、 $\overline{u^2}$ は流れ方向の乱れ速度の2乗の空間的平均値を意味するが、一様乱流場では時間的平均値で置換えられる。

波数 k がきわめて小さい場合、(1)式は次のように近似される。

$$S(k) \approx 4\overline{u^2} L$$

ここに、

$$L = \int_0^\infty R(x) dx \quad (2)$$

であって、積分スケール（平均径）といわれる。

また、 k が大きい場合、小スケールの乱れ特性はエネルギー逸散率 ϵ および動粘性係数 ν の2量によって規定されるというKolmogorovの第1相似仮定より、 $S(k)$ は次のように表されることが知れる。すなわち、 ϵ および ν

の2量を用いて無次元化した $S(k)$ と k との間には普遍的な関係が成立するとすると、

$$\frac{S(k)}{\epsilon^{1/4} \nu^{5/4}} = \phi_1\left(\frac{k}{\nu^{3/4} \epsilon^{-1/4}}\right) \quad (4)$$

となる。ここで普遍関数 ϕ_1 を

$$\phi_1 \sim \left(\frac{k}{\nu^{3/4} \epsilon^{-1/4}}\right)^a \quad (5)$$

と仮定し、中間スケールの乱れ特性は ϵ のみによって規定されるというKolmogorovの第2相似仮定を用いると、(5)式における指数 $a = -5/3$ となり、

$$S(k) \sim \epsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (6)$$

という有名な $-5/3$ 乗則が得られる。しかしながら、(6)式の適用領域より大きな k に対する $S(k)$ は決定されず、別の観点からの検討が必要である。このような領域を対象として井上²⁰⁾は層流逸散の概念を用いて、

$$S(k) \sim \epsilon \nu^{-1} k^{-3} \quad (7)$$

という -3 乗則を導き、またHeisenberg²¹⁾は高波数領域の乱れとの間に渦動粘性効果を仮定することにより、

$$S(k) \sim \epsilon^2 \nu^{-4} k^{-7} \quad (8)$$

という -7 乗則を導いている。(7)および(8)式において、それぞれ、 $a = -3$ および $a = -7$ としたものに他ならない。

このようにエネルギー・スペクトルの特性は、レイノルズ応力の効果より平均流のエネルギーが乱れエネルギーへと変換される低波数の生成領域、流体運動の慣性(非線形)効果により小さなスケールの乱れへとエネルギー

Table 1. Turbulence properties in form of universal function

	Subrange	Quantities	Spectral similarity
Eulerian wave-number spectrum $S(k)$	productive	$S(k), u', L$	$S(k) \sim u'^2 L$
	inertial	$S(k), \epsilon, k$	$S(k) \sim \epsilon^{2/3} k^{-5/3}$
	viscous	$S(k), \epsilon, k, \nu$	$S(k) \sim \epsilon \nu^{-1} k^{-3}$
Lagrangian frequency spectrum $S_L(f)$	productive	$S_L(f), u', T_L$	$S_L(f) \sim u'^2 T_L$
	inertial	$S_L(f), \epsilon, f$	$S_L(f) \sim \epsilon f^{-2}$
	viscous	$S_L(f), \epsilon, f, \nu$	$S_L(f) \sim \epsilon^{3/2} \nu^{-1/2} f^{-3}$
Co-spectrum of Reynolds stress $Puw(k)$	production	$Puw(k), \frac{\partial u}{\partial z}, u', L$	$Puw(k) \sim \frac{\partial u}{\partial z} u L^3$
	inertial	$Puw(k), \frac{\partial u}{\partial z}, \epsilon, k$	$Puw(k) \sim \frac{\partial u}{\partial z} \epsilon^{1/3} k^{-7/3}$
	viscous	$Puw(k), \frac{\partial u}{\partial z}, \epsilon, k, \nu$	$Puw(k) \sim \frac{\partial u}{\partial z} \epsilon^{2/3} \nu^{-1} k^{-11/3}$
Coherency of convective process $Coh(x; k)$ or $1 - Coh(x; k)$	production	$Coh(x; k), U_c, x, u', L$	$Coh(x; k) \sim U_c x^{-1} u'^{-1} L$
	inertial	$Coh(x; k), U_c, x, \epsilon, k$	$Coh(x; k) \sim U_c x^{-1} \epsilon^{-1/3} k^{-2/3}$
	viscous	$Coh(x; k), U_c, x, \epsilon, k, \nu$	$Coh(x; k) \sim U_c x^{-1} \nu^{-1} k^{-2}$
	production	$1 - Coh(x; k), U_c, x, u', L$	$1 - Coh(x; k) \sim U_c^{-1} x u' L^{-1}$
	inertial	$1 - Coh(x; k), U_c, x, \epsilon, k$	$1 - Coh(x; k) \sim U_c^{-1} x \epsilon^{1/3} k^{2/3}$
	viscous	$1 - Coh(x; k), U_c, x, \epsilon, k, \nu$	$1 - Coh(x; k) \sim U_c^{-1} x \nu k^2$
Lagrangian mean time-scale $T_L(k)$	production	$T_L(k), u', L$	$T_L(k) \sim u'^{-1} L$
	inertial	$T_L(k), \epsilon, k$	$T_L(k) \sim \epsilon^{-1/3} k^{-2/3}$
	viscous	$T_L(k), \epsilon, k, \nu$	$T_L(k) \sim \nu^{-1} k^{-2}$

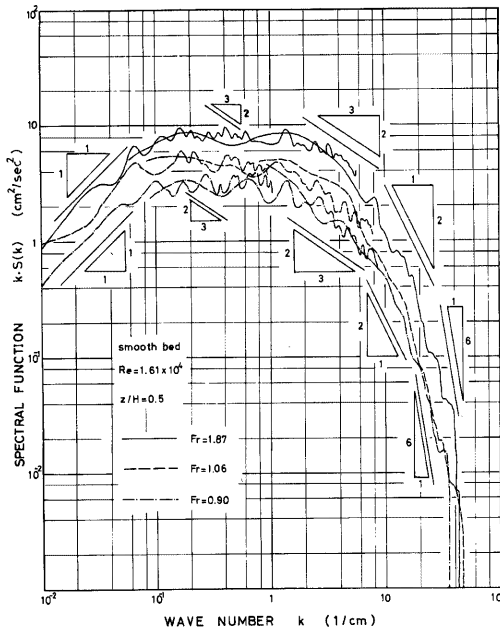


Fig. 1. Examples of Eulerian wave-number spectrum.

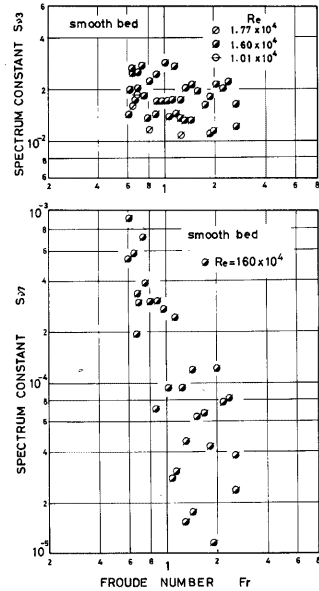


Fig. 2. Effect of Froude number on spectral constants in viscos subrange.

が伝播される中間波数の慣性領域および流体の粘性効果により乱れエネルギーが熱エネルギーへと逸散される高波数の粘性領域によって異なり、生成領域についての $S(k)$ は(2)式、慣性領域については(6)式、また粘性領域については(7)あるいは(8)式によって表されることが知れる。

以上のスペクトル特性を Buckingham の π 定理を用いた次元解析的手法により再整理すると次のようである²²⁾。

まず生成領域について $S(k)$ が乱れ強さ $u' (= \sqrt{u'^2})$ と積分スケール L の2量によって規定されるとすると、

$$\phi_2(S(k), u', L) = 0 \quad (9)$$

と表せ、基本量として u' および L を選び π 定理を用いて無次元表示すると次のようになる。

$$\phi_3(S(k)/\overline{u'^2}L) = 0 \quad (10)$$

(10)式はこの領域のスペクトル特性が唯一の無次元量 $S(k)/\overline{u'^2}L$ のみによって定められることを意味し、結局、(2)式と同形式の $S(k)$ が得られる。同様に、慣性領域における $S(k)$ は、Kolmogorov の第2相似仮定より、エネルギー逸散率 ϵ と波数 k の2量に規定されるとし、 ϵ および k を基本量とした次元解析により(6)式が得られる。また粘性領域については、Kolmogorov の第1相似仮定より $S(k)$ が ϵ , k および動粘性係数 ν の3量によって規定されるとすると、 ϵ および k を基本量とした解析より、次のような2種の無次元量を含む関係式が得られる。すなわち、

$$\frac{S(k)}{\epsilon^{2/3} k^{-5/3}} = \phi_4\left(\frac{\nu}{\epsilon^{1/3} k^{-4/3}}\right) \quad (11)$$

(11)式において

$$\phi_4 \sim \left(\frac{\nu}{\epsilon^{1/3} k^{-4/3}}\right)^b \quad (12)$$

と仮定し、 $b = -1$ とすると(7)式が得られ、また $b = -4$ とすると(8)式が得られる。

以上の手法を用いると、ラグランジュ的エネルギー・スペクトルは次のようになることが知れる。ラグランジュ的乱れ速度は流体粒子の運動を追跡した場合のものであるから、その時間的変動特性が対象とされ、スペクトル

ルの表示には周波数表示が用いられることになる。したがって、流れ方向の乱れ速度に関する周波数表示のラグランジュ的1次元エネルギー・スペクトル $S_L(f)$ は、生成領域では u' およびラグランジュ的積分時間スケール(寿命時間) T_L の2量、慣性領域では ϵ および周波数 f の2量、また粘性領域では ϵ 、 f および ν の3量によって規定されるとすると、それぞれの領域の $S_L(f)$ は次のようになる。

$$\text{生成領域: } S_L(f) \sim \overline{u'^2} T_L \quad (13)$$

$$\text{慣性領域: } S_L(f) \sim \epsilon f^{-2} \quad (14)$$

$$\text{粘性領域: } S_L(f) \sim \epsilon^2 \nu^{-1} f^{-4} \quad (15)$$

なお、粘性領域については $S(k)$ に関する(7)式に対応するもののみが取上げられている。

以上のスペクトル相似則の妥当性について検討するため実験値と比較してみよう。

Fig. 1はオイラー的エネルギー・スペクトル $S(k)$ の計測例として、長方形断面(幅40cm, 深さ20cm, 長さ13m)の滑面直線水路において、流量を一定に保ち、路床勾配を変化させることにより流れの状態を常流, 限界流, 射流と変化した場合に計測されたものを示したものであって、乱れ速度の計測にはファイバー型のホットフィルム流速計が使用されている。なお、データ処理においては、サンプリング周波数 $f_s=20,200$ および1600 Hzの3種を用いるとともに、計測精度を高めるために1ブロックのデータ数 $N=500$ とし、最高160ブロックの平均値をも

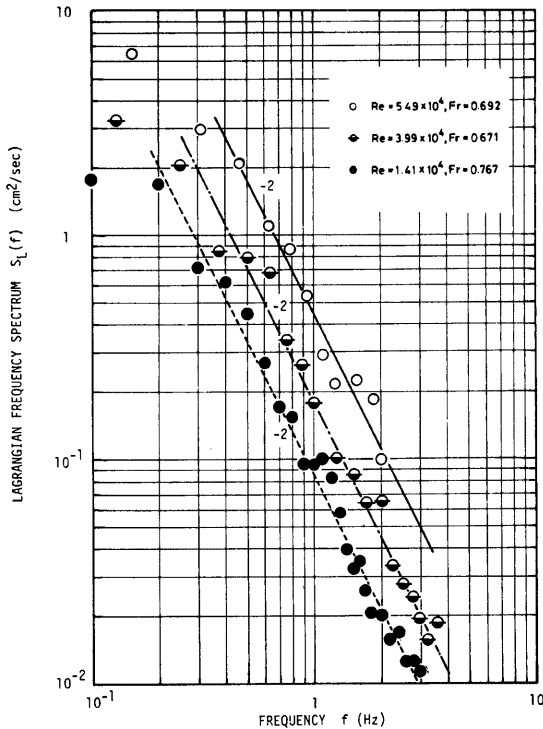


Fig. 3. Examples of Lagrangian frequency spectrum.

って計測値とする方法が用いられている。また、計測は固定点で行われているため、計測された周波数表示のスペクトルをTaylor²³⁾の凍結乱流の仮定を用いて波数表示に変換している。

図より知られるように、いずれのフルード数 $Fr (= U_m / \sqrt{gH})$ のものについても、 $S(k)$ が k に関係せず一定となる生成領域 (図では縦軸に $k \cdot S(k)$ が用いられているため勾配 1 の領域がこれに相当する、以下同じ)、 k の一乗乗に比例する慣性領域および -3 乗あるいは -7 乗に比例する粘性領域の存在が確められる。また生成および慣性領域はそれぞれ 2 ヶ所の波数小領域において見出され、開水路流れにおける乱れの 2 重構造性を示すものと理解される²⁴⁾。

一方、スペクトル定数については、従来より慣性領域で $S_\epsilon = 0.47$ となることが広く認められているため、この値を用いて慣性領域の $S(k)$ よりエネルギー逸散率 ϵ を評価し、粘性領域の $S(k)$ と ϵ とから (7) および (8) 式のスペクトル定数 S_{ν_3} および S_{ν_7} を算定すると Fig. 2 のようになる。図より、 S_{ν_3} にはかなりのばらつきがあるものの、ほぼ一定値 $S_{\nu_3} \approx 0.02$ であるとみなされるのに対し、 S_{ν_7} には Fr の増加とともに減少する傾向が認められ、きわめて大きな波数領域では紫外切断 (violet catastrophe) の効果が卓越してくるものと考えられる。

Fig. 3 は自由表面上の固体粒子のストロボ写真追跡より得られたラグランジュ的エネルギー・スペクトル $S_L(f)$ の計測結果を示したものである。ラグランジュ的乱れ速度の計測はかなり困難であり、計測された $S_L(f)$ にはかなりのばらつきがあるものの、(4) 式に示された -2 乗則の成立性がうかがわれるとともに、そのスペクトル定数 $Se_L \approx 0.2$ 程度であることが知れる²⁵⁾。

2.2 レイノルズ応力のスペクトル特性

流れ方向および鉛直方向の乱れ速度 u および w 間の相関すなわちレイノルズ応力のスペクトル特性については従来ほとんどふれられていず、不明の点が多く残されているが、エネルギー・スペクトルについてと同様の次元解析的手法により検討すると次のようである。

いま、レイノルズ応力に関する波数表示のコ・スペクトル $P_{uw}(k)$ を規定する物理量として、既述の $S(k)$ を規定する物理量に Lumley²⁶⁾ の提案した平均速度勾配 dU/dz を加えたものを選ぶと、次の相似則が導かれる。

生成領域については、 $P_{uw}(k)$ は u' 、 L および dU/dz によって規定されているから、 u' および L を基本量に選ぶと、

$$\frac{P_{uw}(k)}{u'^2 L} = \phi_5 \left(\frac{dU/dz}{u' L^{-1}} \right) \quad (16)$$

となり、 $dU/dz = 0$ のとき $P_{uw}(k) = 0$ となることから、 ϕ_5 は引数 $(dU/dz)/u' L^{-1}$ に 1 次比例すると仮定すると

$$\text{生成領域: } P_{uw}(k) \sim \left(\frac{dU}{dz} \right) u' L^2 \quad (17)$$

が得られる。同様にして慣性および粘性領域については次のようになる。

$$\text{慣性領域: } P_{uw}(k) \sim \left(\frac{dU}{dz} \right) \epsilon^{1/3} k^{-7/3} \quad (18)$$

$$\text{粘性領域: } P_{uw}(k) \sim \left(\frac{dU}{dz} \right) \epsilon^{2/3} \nu^{-1} k^{-11/3} \quad (19)$$

(18) 式は Lumley²⁶⁾ および Wyngaard²⁷⁾ の $-7/3$ 乗則に一致している。

以上より知られるように、慣性あるいは粘性領域における k の増加に伴う $P_{uw}(k)$ の減少の度合いは $S(k)$ のそれに比し大きく、レイノルズ応力は主として低波数の乱れ成分によって支えられていることが知れるが、このことはレイノルズ応力の効果により平均流のエネルギーが乱れエネルギーへと変換されるのは低波数領域において顕著であるということと一致している。

Fig. 4 は Fig. 1 に示された $S(k)$ と同一の水理条件のもとで計測された $P_{uw}(k)$ を示したものであって、(17) ~ (19) 式の妥当性がうかがわれる。慣性領域の $S(k)$ より算定される ϵ および平均速度勾配 dU/dz の実測値を (18) および (19) 式に用い、慣性および粘性領域のスペクトル定数 P_ϵ および P_ν を逆算すると Fig. 5 のようになり、 P_ϵ は比較的ばらつきも少なく、フルード数にもほとんど関係なく一定値 $P_\epsilon \approx 0.15$ となるのに対し、 P_ν は大きくばらついている。このように P_ν に大きなばらつきが見られる原因としては、実験データに対する信頼性の低さということも挙げられるが、(19) 式に示された相似則自体にもあいまいさが残されており、さらに詳細な検討が必要である。

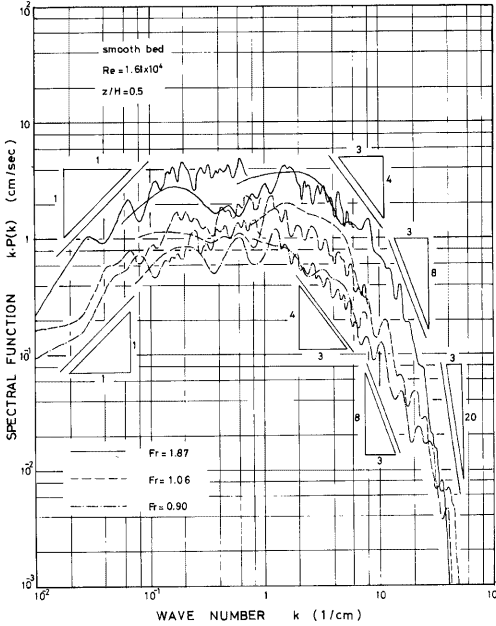


Fig.4. Examples of wave-number Co-spectrum.

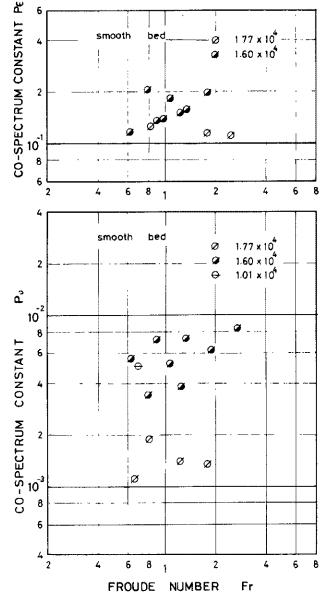


Fig.5. Effect of Froude number on co-spectral constants of the inertial and the viscous subranges.

2.3 時空間構造のスペクトル特性

乱流場の時空間構造は、一般に、乱れの広がりや移流過程とによって記述されるが、ここでは後者に着目し、そのスペクトル特性について既述と同様の次元解析的検討を行う。

いま最も単純な場合として、流れ方向に距離 x だけ離れた 2 点における流れ方向の乱れ速度に関する波数成分ごとの相関度を表すコヒーレンシ $Coh(x; k)$ について考える。 $Coh(x; k)$ は既述の $S(k)$ を規定する物理量に移流速度 U_c および x を加えたものによって規定されるとすると、次のような相似則が得られる。ただし、一様な開水路流れについての U_c は k にほとんど関係なく局所的平均速度 U に等しいと考えられる。

$$\text{生成領域: } Coh(x; k) \sim U_c L / u' x \quad (20)$$

$$\text{慣性領域: } Coh(x; k) \sim U_c / \epsilon^{1/3} k^{2/3} x \quad (21)$$

$$\text{粘性領域: } Coh(x; k) \sim U_c / \nu k^2 x \quad (22)$$

以上の関係式は x が一定の場合の $Coh(x; k)$ と k との関係を知るのに適しているが、 k が一定のものについて x に伴う変化特性を知るには、次の関係式がより便利である。すなわち、

$$\text{生成領域: } 1 - Coh(x; k) \sim u' x / U_c L \quad (23)$$

$$\text{慣性領域: } 1 - Coh(x; k) \sim \epsilon^{1/3} k^{2/3} x / U_c \quad (24)$$

$$\text{粘性領域: } 1 - Coh(x; k) \sim \nu k^2 x / U_c \quad (25)$$

これらの関係式より、 $Coh(x; k)$ は k に関係なく x の増加に伴って直線的に減少し、減少の度合いは生成領域については k に関係しないが、慣性および粘性領域については k の大きなものほど減少の度合いは大きくなり、とくに粘性領域でこの傾向が顕著になることが知れる。

また、寿命時間 $T_L(k)$ は $S(k)$ についてと同じ物理量によって規定されるとすると、 $T_L(k)$ に関する次の相似則が容易に得られる。

$$\text{生成領域: } T_L(k) \sim L / u' \quad (26)$$

慣性領域: $T_L(k) \sim \epsilon^{-1/3} k^{-2/3}$ ②⑦

粘性領域: $T_L(k) \sim \nu^{-1} k^{-2}$ ②⑧

②⑧式は全ての波数成分を含めた全体的な乱れの寿命時間と通過時間に関する Hay—Pasquill の関係に他ならず、また ②⑦式は井上²⁸⁾による一%乗則に一致している。

②⑥～②⑧式に示された $T_L(k)$ についての相似則よりつぎの事項が知れる。すなわち、生成領域では $T_L(k)$ が k に関係しないことより、大スケールの乱れ成分は移流に伴って徐々に小スケールのものへと変形されていくのではなく、ある一定寿命時間のうちに急激に別のスケール、例えば平均スケール程度のものへと変形されるのに対し、慣性および粘性領域の $T_L(k)$ はそれぞれ $k^{-2/3}$ および k^{-2} に比例することより、移流に伴い次から次へと小スケールのものへと変形されるが、小スケールのものほど寿命時間は短かく、早く変形されることが知れる。Fig. 6 はこのような移流特性を模式的に表したものであって、例えば自由表面上に一樣におが屑をばらまくとき、流下に伴いおが屑のかたまりが散らばっていく様子に類似している。

以上の移流過程のスペクトル特性についての次元解析的検討を実験値と比較すると次のようである。

Fig. 7 は種々の流下距離のもとで計測された $Coh(x; k)$ と k との関係を示したものであって、 k の小さな場合の $Coh(x; k)$ はほぼ一定とみなされるのに対し、 k が大きくなるにしたがって k の一%乗および二乗に比例する傾向がみられ、②⑨～②⑪式の妥当性がうかがわれる。

Fig. 8 は種々の k について $Coh(x; k)$ と x との関係を示したものであって、 k の小さなものについてはかなり大きなばらつきがあるものの、いずれの k についても $Coh(x; k)$ と x との間には②⑨～②⑪式に示された直線的な関係のあることが知れる。また、Fig. 9 は Fig. 8 に示された

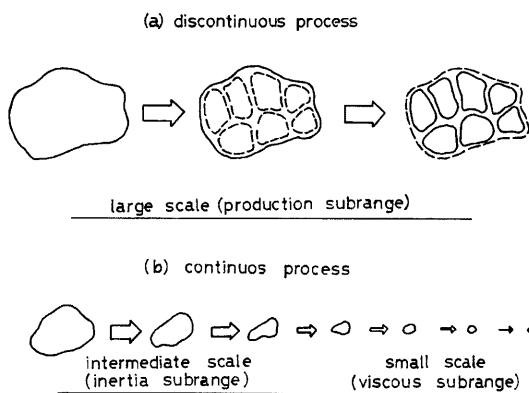


Fig.6. Schematic illustration of turbulence transformation.

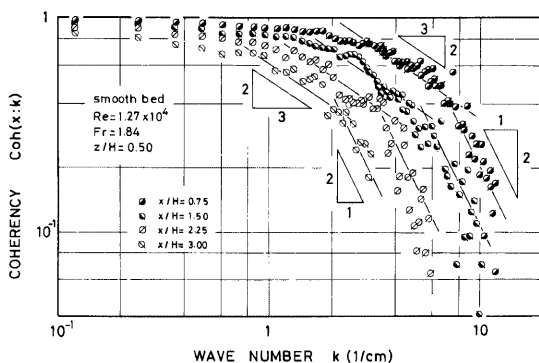


Fig.7. Examples of longitudinal coherency.

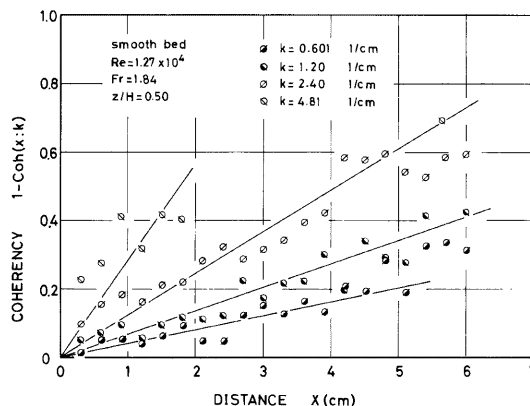


Fig.8. Examples of longitudinal coherency.

$Coh(x; k)$ を1次式で近似し, $Coh(x; k) = 0$ となる x の値の $1/2$ と移流速度との比より算定された $T_L(k)$ と k との関係を示したものであって, 20~27式の妥当性が確かめられるとともに, 同様の手法により, 得られた種々の水理条件に対する $T_L(k)$ と k との関係より $T_L(k)$ に関する慣性および粘性領域のスペクトル定数 T_ϵ および T_ν を算定すると, $T_\epsilon = 0.33$ および $T_\nu = 0.013$ という値が得られる。

3. 開水路乱流場の特性

3.1 レイノルズ数相似則

2次元開水路流れの乱流場は, 一般に, 路床面側の内部層と自由表面側の外部層とに大別される。内部層はさらに路床面

にきわめて近接したリニア層($0 < U_f z / \nu < 4$)とそれにつづくバッファ層($4 < U_f z / \nu < 30 \sim 70$)より成る粘性底層と対数則域($U_f z / \nu > 30 \sim 100$)とに分けられ, 対数則域と外部層とを含めて乱流域あるいは欠損則域といわれる。壁面近くの流れは速度の代表スケール U_f および長さの代表スケール z によって記述されることがPrandtlの壁法則としてよく知られているが, 乱流域については不明の点が多い。ここでは, レイノルズ数が大きい場合, 乱流域の流れは水路の幾何的形狀と路床面の特性とに支配されるというレイノルズ数相似則²⁹⁾の観点より, 主として乱流域における乱れ特性量の鉛直分布特性について検討することとする³⁰⁾。

定常等流状態の2次元開水路流れの平均速度分布およびレイノルズ応力分布は, それぞれ, 路床面近傍を除くと次のように表される。³¹⁾

$$\frac{U_h - U}{U_f} = \phi_u \left(\frac{z}{H} \right) \quad (29)$$

$$\frac{-\overline{uw}}{U_f^2} = \phi_{uw} \left(\frac{z}{H} \right) \quad (30)$$

ここに, U および U_h は路床面からの高さ z および H における平均速度, ϕ は z/H のみの普遍関数を表わす。29および30式はレイノルズ数相似則の適用性を示すとともに, 乱流場の相似性が水路の幾何的形狀を代表する水深 H と境界面の特性を代表する摩擦速度 U_f という2種の基本的な水理量によって規定されることが知れる。なお, 29式より知れるように, U/U_f は z/H のみによって表されず, U_h/U_f という摩擦抵抗係数に関係した量がパラメータとして入ってくることに注意せねばならない。

以下においては, 乱れ特性量として, 乱れの強さ u' , オイラー的積分スケール L およびエネルギー逸散率 ϵ の3種を取り上げ, それぞれの鉛直分布に関する普遍関数表示式について検討する。

まず, u' については大気乱流における鉛直方向の乱れ速度に関するMonin—Obukhov³²⁾の相似則によりつぎの普遍関数表示式が類推される。

$$\frac{u'}{U_f} = \phi_{u'} \left(\frac{z}{H} \right) \quad (31)$$

L については, これと U との比で表わされる時間的平均スケール $T_E (= L/U)$ をすでに述べた2種の基本的な水理量 H および U_f より構成される時間の次元をもつ量 H/U_f で無次元化したものは z/H のみの普遍関数になるというEngelund³³⁾の表示式を用いると

$$\frac{T_E}{H/U_f} = \frac{L}{H(U/U_f)} = \phi_L \left(\frac{z}{H} \right) \quad (32)$$

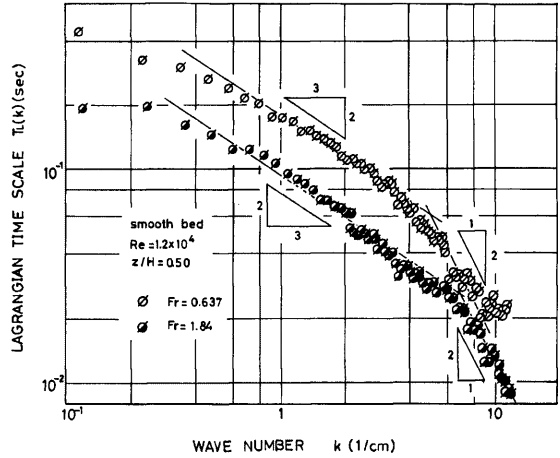


Fig.9. Examples of Lagrangian mean time-scale.

が得られる。

また、 ϵ については乱れエネルギー生成率についての普遍関数表示よりつぎの表示式が類推される。

$$\frac{\epsilon}{U_f^3/H} = \phi_\epsilon\left(\frac{z}{H}\right) = \phi_\epsilon\left(\frac{z}{H}\right) \quad (33)$$

一方、これら3種の乱れ特性量間には

$$\epsilon \sim C \frac{u'^3}{L} \quad (34)$$

の関係があるから³⁴⁾、34式に31～33式を用いると

$$\phi_\epsilon\left(\frac{z}{H}\right) \sim \frac{\phi_{u'}(z/H)}{(U/U_f) \cdot \phi_L(z/H)} \quad (35)$$

となるが、29式より知れるように U/U_f は z/H のみの関数ではないため、34式を正しいとするかぎり31～33式のうち少なくとも一つには成立性に疑問のあることが知れる。

以上の関係式のうち33式は29および30式より導かれ、また34式はすでに述べた Kolmogorov の相似則からも導かれるものであって、いずれもかなり信頼性が高いものと考えられる。したがって、これらの2式と u' あるいは L の一方に対する普遍関数表示より他方に対するものを得るという方法を用いることにすると、つぎようになる。すなわち、 u' に関する31式を正しいとすると、これと33および34式より、 L に関する普遍関数表示式として

$$\frac{L}{H} = \frac{T_E}{H/U} = \phi_L\left(\frac{z}{H}\right) \quad (36)$$

が得られ、同様にして L に関する32式を正しいとすると、 u' に関する普遍関数表示式は

$$\frac{u'}{U_f(U/U_f)^{1/3}} = \phi_{u'}\left(\frac{z}{H}\right) \quad (37)$$

Table 2. Spectral similarities in the productive, the inertial and the viscous subranges.

Turbulence Properties	Case A	Case B
Turbulence intensity	$\frac{u'}{U_f (U/U_f)^{1/3}} = \phi_{u'}\left(\frac{z}{H}\right)$	$\frac{u'}{U_f} = \phi_{u'}\left(\frac{z}{H}\right)$
Eulerian mean scale	$\frac{L}{H(U/U_f)} = \frac{T_E}{H/U_f} = \phi_L\left(\frac{z}{H}\right)$	$\frac{L}{H} = \frac{T_E}{H/U} = \phi_L\left(\frac{z}{H}\right)$
Energy dissipation rate	$\frac{\epsilon}{U_f^3/H} = \phi_\epsilon\left(\frac{z}{H}\right)$	$\frac{\epsilon}{U_f^3/H} = \phi_\epsilon\left(\frac{z}{H}\right)$
Taylor's local scale	$\frac{\lambda}{H(U_f H/\nu)^{-1/2} (U/U_f)^{1/3}} = \phi_\lambda\left(\frac{z}{H}\right)$	$\frac{\lambda}{H(U_f H/\nu)^{-1/2}} = \phi_\lambda\left(\frac{z}{H}\right)$
Kolmogorov's local scale	$\frac{\ell}{H(U_f H/\nu)^{-3/4}} = \phi_\ell\left(\frac{z}{H}\right)$	$\frac{\ell}{H(U_f H/\nu)^{-3/4}} = \phi_\ell\left(\frac{z}{H}\right)$
Relation between Lagrangian and Eulerian systems	$T_L = \frac{L_L}{U} \sim \frac{U}{u'} T_E = \frac{L}{u'}$	
Lagrangian mean scale	$\frac{L_L}{H(U/U_f)^{5/3}} = \phi_{L_L}\left(\frac{z}{H}\right)$	$\frac{L_L}{H(U/U_f)} = \phi_{L_L}\left(\frac{z}{H}\right)$
Diffusion coefficient	$\frac{D}{U_f H(U/U_f)^{4/3}} = \phi_D\left(\frac{z}{H}\right)$	$\frac{D}{U_f H} = \phi_D\left(\frac{z}{H}\right)$

となる。

以上に示した2種の普遍関数表示式を区別する要素は U/U_f であって、両者間の優位性を論ずるには U/U_f を大幅に変化させた実験的検討が必要である。

Table 2はその他の乱れ特性量の普遍関数表示式を2種の表示式に基づいて示したものであって、普数関数形については別の観点から究明されねばならない。

3.2 乱れ計測法

乱流現象の解明における乱れ計測の重要性についてはいまさら指摘するまでもないが、乱流現象は本質的に3次元的不規則性という特性を有しているため、これを完全に計測することはほとんど不可能である。このため従来より種々の乱れ計測法が提案・実施されているにもかかわらず、理想的な計測法は未だ確立されるに至っていない。とくに水流については気流の場合に比しさらに困難な技術的要素が加わり、詳細な実験的検討が加えられるようになったのは比較的最近である。

乱れ計測法は、一般に、固定点における乱れ速度を対象とするオイラーの計測法と、着目した流体粒子の運動を追跡するラグランジュの計測法とに大別される。水流を対象とした前者の方法としては、回転式流速計、総圧管式流速計、熱式流速計、超音波式流速計、電位差式流速計、レーザー・ドブラー式流速計など各種の方法が用いられているが、計測器として要求される点計測性、鋭敏性、指向性、安定性、経済性などの条件を十分満足するに至っていない。また、後者の方法では、水素気泡、染料、固体粒子などをトレーサーとした写真観測がよく用いられているが、データー処理にかなり煩わしさが伴われる。

一方、乱れ計測において注意せねばならないこととして、計測された瞬間値あるいは平均値は必ずしも真のものと一致するとは限らないことが挙げられる。たとえば、瞬間速度の計測値は計測器の受感部から記録・解析部にいたる計測システム全体に含まれる慣性の効果などにより真の瞬間速度にある評価時間にわたる平均化がなされたものとみなす必要があり、また平均速度のような平均量は、通常、瞬間量の無限時間にわたる時間的平均値として定義されているが、実用上における平均操作は適当な有限時間内に限定されているため、平均量の計測値はその評価時間の関数とみなさなければならない。

このような瞬間値評価時間 S および平均値評価時間 T の効果をスペクトルの的に表現すると、計測された乱れ速度のエネルギースペクトルは真のものに

$$G(T, S; f) = \frac{\sin^2 \pi f S}{(\pi f S)^2} \left\{ 1 - \frac{\sin^2 \pi f T}{(\pi f T)^2} \right\} \quad (38)$$

というファクターが乗せられたものとなり³⁵⁾、計測の対象となる乱れ速度は種々の周波数成分より構成されている真の乱れ速度のうち s による高周波数切断と T による低周波数切断を免れたものであることが知れる。

したがって、実際の乱れ計測においてはできるだけ s を小さくかつ T を大きくする、すなわち、鋭敏性に富む計測器を使用して長時間にわたる計測を行なうことが望まれるが、これは乱流構造が単一スケールのみに支配されているいわゆる“単一構造性乱れ”に適用されることであって、“多重構造性乱れ”については対象とする現象を支配する乱れのスケールに対応した評価時間の選定が必要である。

たとえば、開水路流れの乱流構造は水深、水路幅などの種々のスケールによって支配される多重構造性としての特性を

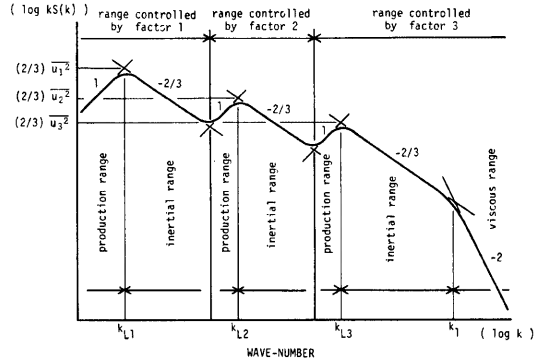


Fig. 10. Schematic illustration of Eulerian wave-number spectrum.

有し、Fig. 10に示されるように、乱れ速度のエネルギースペクトルにはいくつかのピークとそれにつづく慣性領域（この領域のスペクトルはすでに述べたように $-\frac{5}{3}$ 乗則にしたがうが、図では縦軸に $kS(k)$ が用いられているため勾配 $-\frac{5}{3}$ の領域が相当する）の存在が認められる。したがって、実際の開水路流れでの乱れ計測により2次元開水路流れの特性を知るには、 T を過大に選定することはほとんど無意味であり、水理条件の選定ならびに乱れ特性量の評価に関してつぎの点に留意しなければならない。

まず水理条件としては種々の波数成分より構成される乱れ速度のうち水深に支配される波数成分の特性が分離・抽出されるよう水路幅・水深比を大きく選定することが肝要であり、乱れ特性量の評価は評価時間の効果が比較的軽減と考えられるつぎの方法によることが望ましい。すなわち、主として平均スケールに相当する波数付近の成分に支配される乱れの強さ w' については、評価時間の選定が極端に不適当でないかぎり、計測された乱れ速度の *r.m.s.* によるという通常の評価法が十分適用されるものと考えられる。しかしながら、平均スケール L の評価で基本となる相関係数は評価時間によって大きく変化されるため、一般に L の評価はかなり困難である。このため相関係数に認められるsecond mild maximumの発生遅れ時間 T_d に基づく評価法が提案されているが³⁶⁾、路床面近傍から間欠的に発生されるバースト現象の発生周期に相当すると考えられる T_d の判定はつねに容易であるとは限らず、この方法の適用性についてはさらに詳細な検討が必要である。また、エネルギー逸散率 ϵ は評価は、通常、等方性近似したDryden³⁷⁾の表示式、すなわち、

$$\epsilon = 15\nu \int_0^{\infty} k^2 S(k) dk \quad (39)$$

において積分領域を有限化したものに基づくことが多いが、この方法にはスペクトルの収束条件としてかなり高波数までの計測が要求されるとともに、多重構造性に対する考慮がなされていないという欠点がある。このためKolmogorovの相似則にもとづきスペクトルの水深に支配された慣性領域に(6)式を適用した評価方法が有効と考えられる。

以上のように、乱れ計測には計測器に関する問題のほかにデータ処理上の問題など多くの困難が付随し、これらの困難を克服してはじめて有効な実験的検討が可能となる。以下においては、これらの問題に十分留意しつつ水理条件を系統的に変化させた室内実験にもとづき、開水路流れにおける乱れの基本的特性について若干の検討を行う。なお、乱れ計測器としてはホットフィルム流速計が使用されているが、この流速計の使用に際して問題となる流水の温度変化ならびに流水中に含まれる微細粒子の付着による応答特性の変化の効果については可能なかぎり軽減・除去されるよう努めるとともに、流速計の応答特性についての綿密な検定がなされている。また計測精度の向上をはかるため平均値評価時間を一定に保った計測を繰り返し、その平均値を計測値として採用する方法が用いられている。

3.3 実験結果—(1)清水流

一般に、乱流境界層における平均速度分布式として経験的な指数則あるいは半理論的な対数則がよく利用されている。対数則は運動量輸送理論における混合距離理論としてPrandtlあるいはKármánにより提唱されたものを用いて導かれたもので、実用上の見地から高く評価されている。

対数則の開水路流れへの適用における問題として、従来より、断面形状および自由表面の効果の観点より多くの検討が加えられているが、ここでは後者の問題を取り上げ、フルード数 F_r とカルマン定数 κ あるいは積分定数 A_s および A_r との関係について実験的検討を加える。なお、この問題については、 κ を一定とした場合、積分定数は F_r によって変化し、とくに射流では F_r の増加に伴って減少し³⁸⁾、また積分定数を一定とした場合、 κ は限界流付近で極小となる³⁹⁾という研究成果が発表されているが、これらには断面形状の効果が総合されているため、必ずしも2次元開水路流れの特性とはみなし得ない。このため、本研究では流れの2次元性に注意するとともに高性能のホットフィルム流速計を駆使し、 κ および A_s あるいは A_r の特性について再検討する。

3.3.1 平均速度分布

Fig. 11およびFig. 12は平均速度分布の計測例を示したものであって、等流条件が満足されている流れのみが対

象とされている。Fig. 11は滑面上の流れに関するものであって、レイノルズ数 Re およびフルード数 Fr に関係なく対数則の適用性が確められる。また、Fig. 12は粗面上の流れに関するものであって、粗面においても対数速度分布式が Fr および κ に関係なく適用されることが知れる。なお、粗度要素としては標準ふるいによってふるい分けられた一様砂を用い、粗度高 k_s として平均粒径 k_d (2種のふるいの相乗平均)を採用するとともに、仮想路床面を砂粒項より $\frac{1}{4}k_d$ 下側としている。

一方、種々の水理条件のもとで計測された κ と F_r との関係を示すとFig. 13のようであって、 κ は F_r に関係なく $\kappa = 0.33$ の一定とみなすことができ、管路の場合の $\kappa = 0.4$ より若干小さくなっている。

また、Fig. 14およびFig. 15は積分定数 A_s および A_r と F_r との関係を示したものであって、 A_s および A_r についても射流で減少する傾向はあまり顕著ではなく、管路とは異なる一定値 $A_s = 2.2$ および $A_r = 8.3$ とみなすことができるようである。

以上のように、本実験では、2次元開水路流れへの対数則の適用性が確められるとともに、対数則における2種の定数すなわちカルマン定数および積分定数は、従来の研究結果と異なり、フルード数にほとんど関係しないという結果が得られたが、開水路流れの抵抗則を論ずるにはさらに広範囲の水理条件下における高精度の実験的検討が不可欠であり、2次元開水路流れから実際の断面形状を有する開水路流れの抵抗則への拡張を含め、今後の課題としたい。

3.3.2. 乱れ特性量の鉛直分布

すでに述べたように、乱れの強さ u' および時間平均スケール T_E の鉛直分布則として2種の普遍関数表示法が示されているが、 u'/U_f および $T_E/(H/U)$ が相対水深 z/H のみの普遍関数となると

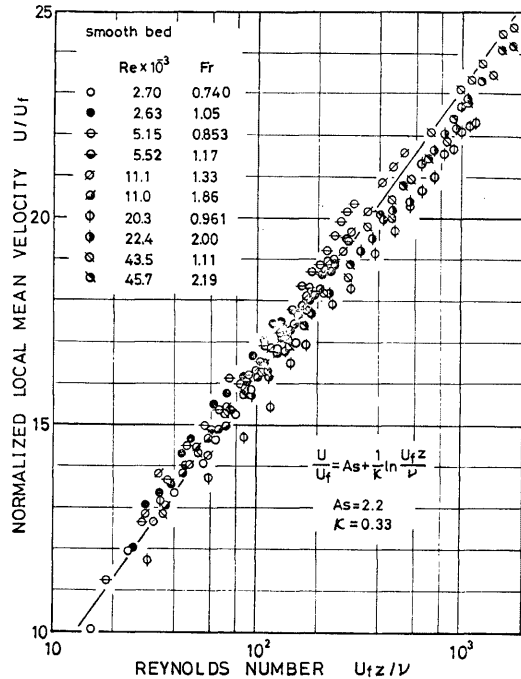


Fig. 11. Examples of mean velocity profiles over smooth bed.

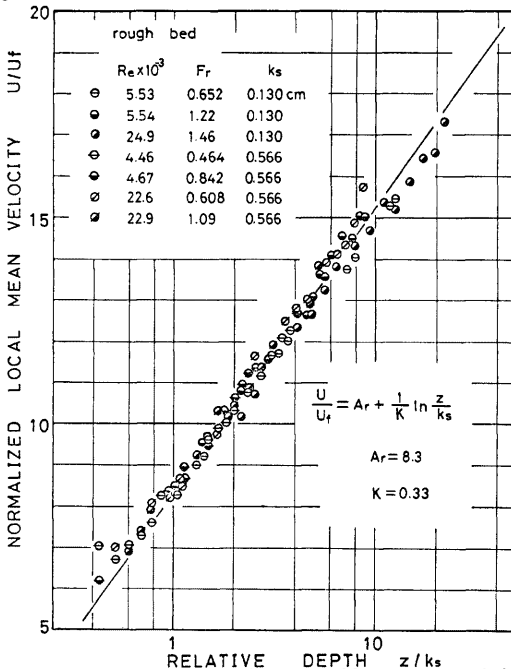


Fig. 12. Examples of mean velocity profiles over rough bed.

いう2式および3式が従来より多くの研究者に慣用されてきている。いま、これらの表示法の妥当性について検討するため、種々の水理条件の開水路流れの半水深で計測された u'/U_f および $T_E/(H/U)$ と平均摩擦速度比 U/U_f との関係を示すとFig. 16およびFig. 17のようになる。これらの図より知れるように、 z/H が一定のもとの u'/U_f は z/H の $1/3$ 乗に、また $T_E/(H/U)$ は z/H の1乗に比例して増加する傾向が認められ、 u' については2式、 T_E については3式による表示法の優位性がうかがわれる。このため以下では乱れ特性量の普遍関数表示法として、Table 2に示されたうちのケースAにもとづくこととし、その関数形について実験的検討を加える。

Fig. 18, Fig. 19およびFig. 20は種々の水理条件のもとで計測された乱れ特性量をTable 2のケースAにもとづいて無次元化表示したものであるが、これらより乱れ特性量の鉛直分布則としてつぎのものが得られる。すなわち、

- 1) $0.1 < z/H < 0.6$ については

$$\frac{u'}{U_f(U/U_f)^{1/3}} = (0.36 \pm 0.03) \cdot \left(\frac{z}{H}\right)^{-1/3} \quad (40)$$

$$\frac{L}{H(U/U_f)} = \frac{T_E}{H/U_f} = 0.15 \pm 0.03 \quad (41)$$

$$\frac{\epsilon}{U_f^3/H} = (0.35 \pm 0.05) \cdot \left(\frac{z}{H}\right)^{-1} \quad (42)$$

- 2) $0.6 < z/H < 1$ については

$$\frac{u'}{U_f(U/U_f)^{1/3}} = (0.30 \pm 0.03) \cdot \left(\frac{z}{H}\right)^{-2/3} \quad (43)$$

$$\frac{L}{H(U/U_f)} = \frac{T_E}{H/U_f} = 0.15 \pm 0.03 \quad (44)$$

$$\frac{\epsilon}{U_f^3/H} = (0.20 \pm 0.05) \cdot \left(\frac{z}{H}\right)^{-2} \quad (45)$$

また、4式における普遍定数 C を以上の関係式より求めると

$$C = 1.1 \pm 0.3 \quad (46)$$

となる。

3.4. 実験結果—(2)混相流

開水路混相流の研究はVanoni⁽⁴⁰⁾によって始められ、浮遊砂濃度が大きいほど抵抗係数およびカルマン定数は減少するという実験結果を得ている。一方、中立浮遊粒子流では、逆に濃度の増加によって抵抗係数は大きくなることをElataお

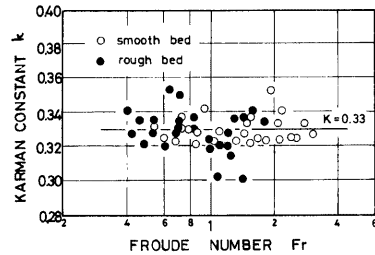


Fig. 13 Effect of Froude number on the Kármán constants.

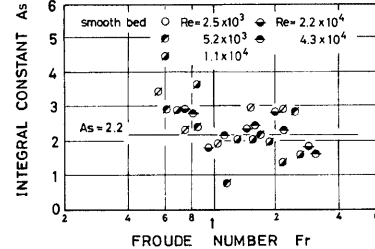


Fig. 14 Effect of Froude number on the integral constants over a smooth bed.

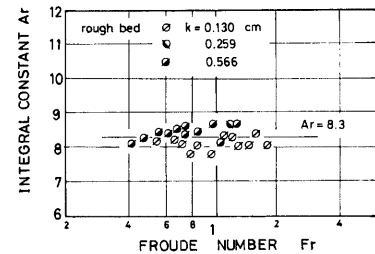


Fig. 15 Effect of Froude number on the integral constants over a rough bed.

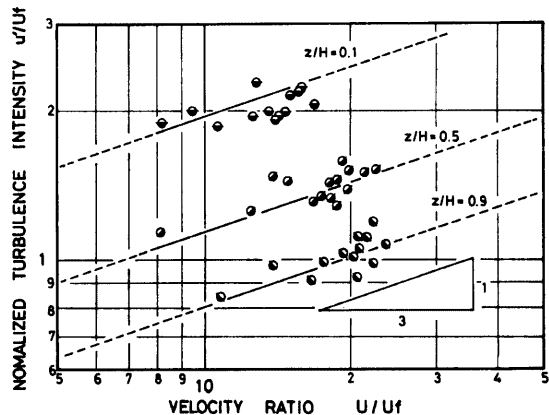


Fig. 16. Relation between normalized turbulence intensity and velocity ratio.

よび Ippen⁴¹⁾が実験的に見出している。そこで日野⁴²⁾は、見かけの密度勾配の形成という点以外に固体としての粒子の存在を十分に考慮した粒子浮遊流のエネルギー方程式を新たに導き、これを乱れの加速度平衡方程式よりこれらの実験結果（粗面・浮遊砂流および滑面・中立浮遊粒子流）を統一的に説明し、定性的にも定量的にもある程度説明されたとされていた。しかしながら、滑面・浮遊砂流あるいは粗面・中立浮遊粒子流については未だに実験的にも確認されているとはいえず、また日野の説明は円管路における Durand⁴³⁾の実験結果と矛盾しているようであり、固液混相流の水利特性について再検討が必要なようである。

このような状況に鑑み、ここでは従来より実験的検討が比較的遅れている滑面上の浮遊砂流を取上げ、その抵抗特性に及ぼす粒子濃度の効果について実験的検討を加える。

なお、本実験においては混相流における速度計測にはホットフィルム流速計が用いられているが、その適用性について十分な検討を行った結果、従来より粒子が付着しにくいとされているコニカル型プローブを用いた場合、計測時間がそれほど長時間でないかぎり、浮遊砂流においても清水流とはほぼ同様に使用されることが確かめられている。

3.4.1. 平均速度分布

Fig.21は流量一定のもとで計測された平均速度分布を示したものであって、平均重量濃度 $C_m = 5090\text{ppm}$ のものを除き、浮遊砂流においても対数速度分布則がよく適用されることが知れる。なお、図において平均速度 U は摩擦速度 $U_f = \sqrt{gHl_b}$ (l_b は路床勾配) により無次元化されており、別報で示したような C_m の増加に対する抵抗係数 $C_f = 2 / (U_m/U_f)^2$ の増加特性が速度計測から確かめられる。

さらに、対数速度分布則におけるカルマン定数 κ および積分定数 A_s に及ぼす C_m の効果について検討するため、相対水深が $0.2 < z/H < 0.8$ の計測値に最小二乗法を適用して κ および A_s を算定すると Fig. 22 のようになる。なお、 κ および A_s はそれぞれ清水流についての κ および A_s で基準化されている。図にみられるように、計測値には大きなばらつきがあるものの、 κ および A_s は C_m の増加とともに増加することが知れる。

このような結果は、粗面上の流れを対象とした Vanoni^{40), 44)}の実験結果とは全く相反しており、日野の統一的説明とも異なっている。

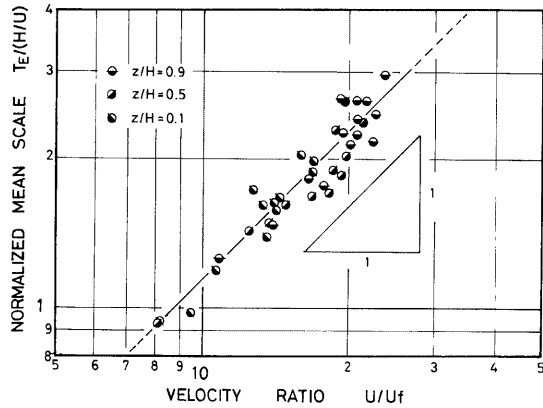


Fig. 17. Relation between normalized mean scale and velocity ratio.

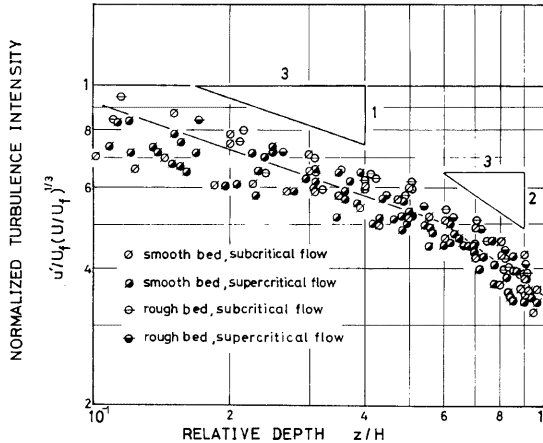


Fig. 18. Vertical distribution of turbulence intensity in form of universal function.

3.4.2 乱れ特性量の鉛直分布

乱れ特性量として、乱れの強さ u' 、平均スケール T_E およびエネルギー逸散率 ϵ を取り上げ、それぞれ、同一の水理条件の清水流における計測値で基準化して示すとFig. 23のようになる。なお、 u' は平均評価時間を T_E の10倍程度とした場合のr.m.s., T_E は自己相関係数における second mild maximumの発生遅れ時間^{4,5)} ϵ は慣性領域の $S(k)$ より、それぞれ、評価されている。

Fig. 23にみられるように、浮遊砂流における u' は、清水流の場合と同程度の大きさであって、 C_m の増加とともにやや減少するというよりむしろ、 C_m に関係なくほぼ一定とみなした方がより妥当のようである。これに対し、 T_E および ϵ は、それぞれ、 C_m の増加とともに若干増加する傾向を示している。なお、両者の増加の割合はほぼ同程度であるが、Fig. 22に示したカルマン定数 κ あるいは積分定数 A_s ほど顕著ではなく、詳細についてはさらに検討しなければならない。

4. おわりに

本報告は宇治川水理実験所で行っている乱流現象に関する最近の研究のうち、2次元開水路流れにおける乱れ速度についての種々のスペクトル特性と、路床面から離れた乱流域における平均速度および乱れ特性量の鉛直分布特性とについてとりまとめたものである。

スペクトル特性についてはKolmogorovの相似則が提案されてのち種々のスペクトルに関する相似則が多くの研究者により検討され、慣性領域における特性はかなり明確に把握されるようになっているが、粘性領域については不明の点が多い。ここでは π 定理を用いた次元解析的手法により粘性領域のスペクトル特性が容易に導かれることが示されているが、その妥当性についてはさらに綿密に検討されねばならない。

また開水路乱流場の特性は、レイノルズ数、フルード数あるいは相対粗度高に関係なく、相対水深のみの関数

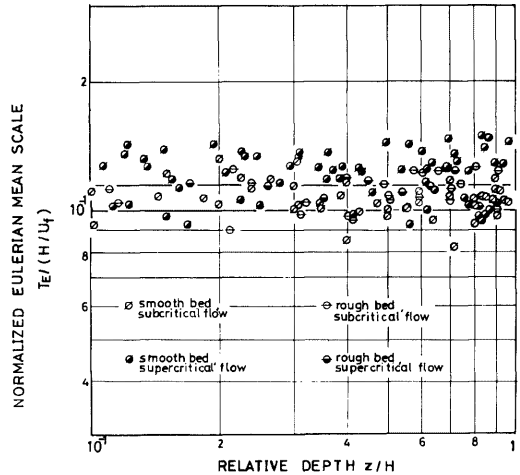


Fig. 19 Vertical distribution of mean scale in form of universal function.

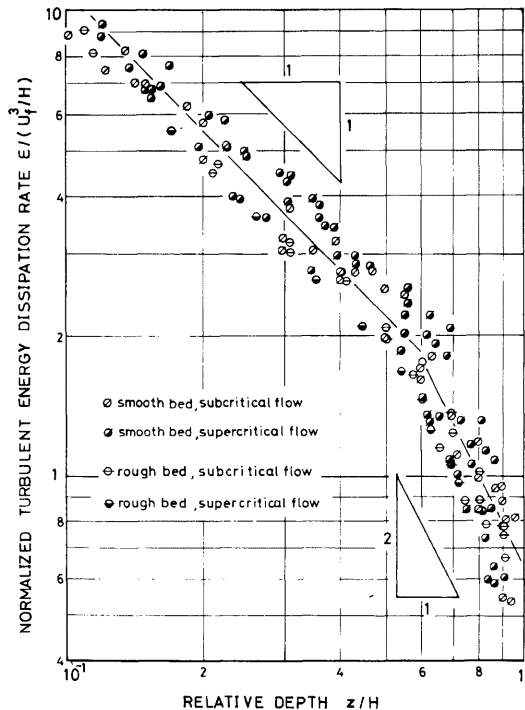


Fig. 20 Vertical distribution of the turbulence energy dissipation rate in form of universal function.

としての普遍関数表示化が可能であることが示されているが、現在の段階では普遍関数形の決定は詳細な実験的検討に委ねざるを得ない。なお乱れ特性の実験的検討においては、乱れ計測器の応答特性を明確に把握し、データ処理における評価時間の選定ならびに乱れ特性量の評価を開水路流れに特有な多重構造性を考慮して行う必要があるが、多くの場合これらに関する検討が怠りにされ、開水路流れの乱流現象の解明を遅らせる原因の一つとなっている。

紙面の関係上ここではふれられなかったが、当実験所においては、可視化法による大規模乱れの実測を基礎とした乱れの発生・発達機構に関する研究、乱れの広がりおよび移流過程を含めた時空間構造に関する研究のほか、複断面開水路流れ、断面変化部・橋脚などの水理構造物周辺における開水路流れなどについての研究を進めており、着々と成果を挙げつつある。また、路床面上のせん断力あるいは圧力の変動特性についての研究を予定しており、これらを総合して実際問題の解明に役立てるよう努力していきたいと考えている。

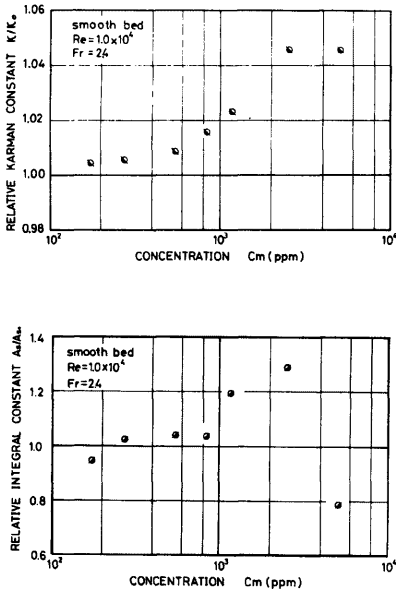


Fig. 22. Relation of Kármán constant or integral constant and mean concentration.

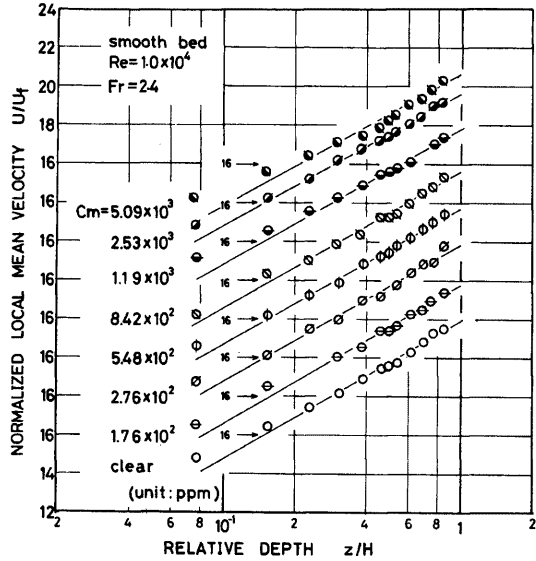


Fig. 21. Examples of mean velocity distribution in a flow with suspended sand grains.

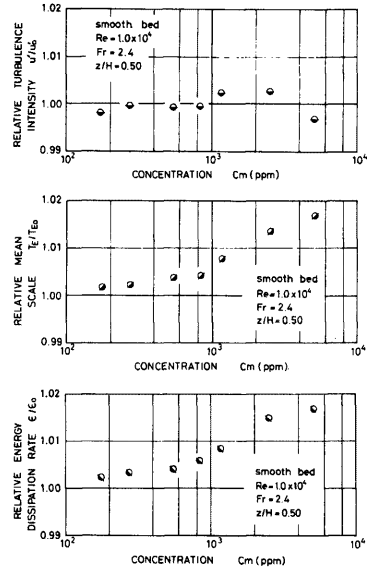


Fig. 23. Relation of turbulence intensity, mean scale or turbulent energy dissipation rate and mean concentration.

参 考 文 献

- 1) Rouse, H. and S. Ince : History of Hydraulics, Iowa Institute of Hydraulic Research, State University of Iowa, 1957.
- 2) Reynolds, O. : An Experimental Investigation of the Circumstances Which Determine Whether the Motion of Water Shall Be Direct or Sinuous, and of the Law of Resistance in Parallel Channels, Phil. Trans. Roy. Soc., A-174, 1883, pp. 51-105.
- 3) Dryden, H. L. : Transition from Laminar to Turbulent Flow (Turbulent Flows and Heat Transfer, edited by C. C. Lin), Princeton University University Press, 1959, pp. 3-74.
- 4) 巽友正 : 乱流, 新物理学進歩シリーズ6, 槇書店, 1962.
- 5) Boussinesq, J. : Essai sur la Théorie des Eaux Courantes, Mémoires Présenté par Divers Savants à l'Académie des Sciences, 23, 1877.
- 6) Prandtl, L. : Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz, Z. A. M. M., 5, 1925, pp. 62-74
- 7) Kármán, Th. von : Mechanische Ähnlichkeit und Turbulenz, Verh. 3, Intern. Kongr. für Techn. Mech., Stockholm. Teil I, 1930, pp. 85-93.
- 8) Zagustin, A. and K. Zagustin : Analytical Solution for Turbulent Flow in Pipes, La Houille Blanche, 1969-2, 1969, pp. 113-118.
- 9) Taylor, G. I. : Diffusion by Continuous Movements, Proc. Lond. Math. Soc., 2, 20, 1921, pp. 196-211.
- 10) Taylor, G. I. : Statistical Theory of Turbulence, Parts I ~ VI, Proc. Roy. Soc., A-151, 1935, pp. 421-478.
- 11) Kármán, Th. von and L. Howarth : On the Statistical Theory of Isotropic Turbulence, Proc. Roy. Soc., A-164, 1938, pp. 192-215.
- 12) Kolmogorov, A. N. : The local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds Numbers, Comptes Rendus(Doklady) de l'Academie des Sciences de l'U. R. S. S., 30, 1941, pp. 301-305.
- 13) Kolmogorov, A. N. : On Degeneration of Isotropic Turbulence in an Incompressible Viscous Liquid, Comptes Rendus(Doklady) de l'Academie des Sciences de l'U. R. S. S., 31, 1941, pp. 538-540.
- 14) Kolmogorov, A. N. : Dissipation of Energy in Locally Isotropic Turbulence, Comptes Rendus (Doklady) de l'Academie des Sciences de l'U. R. S. S., 32, 1941, pp. 16-18.
- 15) Davies, P. O. A. L. and A. J. Yule : Coherent Structures in Turbulence, Jour. Fluid Mech., Vol. 69, 1975, pp. 513-537.
- 16) 余越正一郎 : 河川の大規模乱れ, 京都大学防災研究所年報, 第10号B, 1967, pp. 199-206.
- 17) Yokosi, S. : The Structure of River Turbulence, Bull. Disast. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., Vol. 17, 1967, pp. 1-67.
- 18) Ishihara, Y. and S. Yokosi : Ultrasonic flowmeter for measuring river turbulence, Bull. Disast. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., Vol. 18, 1969, pp. 49-64.
- 19) 石原安雄・余越正一郎 : 河川の乱流構造に関する一考察, 京都大学防災研究所年報, 第13号B, 1970, pp. 323-331.
- 20) 井上栄一 : 乱れの最小乱子について, 東大理工研報告, 4, 1950, pp. 194-200.
- 21) Heisenberg, W. : On the Theory of Statistical and Isotropic Turbulence, Proc. Roy. Soc., A-195, 1948.

- 22) 今本博健：開水路流れの乱れ特性，1976年度（第12回）水工学に関する夏期研修会講義集，土木学会水理委員会，A—2，1976.
- 23) Taylor, G. I. : The Spectrum of Turbulence, Proc. Roy. Soc., A—164, 1938, pp. 476—490.
- 24) 浅野富夫・今本博健・石垣泰輔：開水路流れにおける乱れの多重構造性について，土木学会第31回年次学術講演会講演概要集，II—218，1976，pp. 400—401.
- 25) Imamoto, H. : Turbulence Characteristics in Free Surface Shear Flows, Bull. Disast. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., Vol. 22, 1973, pp. 153—186.
- 26) Lumley, J. L. : Similarity and the Turbulent Energy Spectrum, Phys. Fluid, 10, 1967, pp. 855—858.
- 27) Wyngaard, J. C. and O. R. Coté: Cospectral Similarity in the Atmospheric Surface Layer, Quart. Jour. Roy. Met. Soc., 98, 1972, pp. 590—603.
- 28) 井上栄一：地表風の構造，農業技術研究所報告，A2, 1952.
- 29) Townsend, A. A. : The Structure of Turbulent Shear Flow, Cambridge Univ. Press, 1956.
- 30) 今本博健：開水路流れにおける乱れ特性量の普遍関数表示について，京都大学防災研究年報，第14号B，1971，pp. 189—203.
- 31) Goldstein, S. : Modern Developments in Fluid Dynamics, Oxford at the Clarendon Press, 1938.
- 32) Monin, A. S. and A. M. Obukhov : Basic Regularity in Turbulent Mixing in the Surface Layer of the Atmosphere, Trudy Geophy. Inst. ANSSSR, 24, 1954.
- 33) Engelund, F. : Dispersion of Floating Particles Uniform Channel Flow, Proc. ASCE, 95, HY 4, 1969, pp. 1149—1162.
- 34) Taylor, G. I. : Statistical Theory of Turbulence, Parts I—IV, Proc. Roy. Soc., A—151, 1935, pp. 421—478.
- 35) Smith, F. B. : The Effect of Sampling and Averaging on the Spectrum of Turbulence, Quart. Jour. Roy. Met. Soc., 88, 1962, pp. 177—180.
- 36) Kim, H. T., S. J. Kline and W. C. Reynolds : The Production of Turbulence near a Smooth Wall in a Turbulent Boundary Layer, Jour. Fluid Mech., 50, 1971, pp. 133—160.
- 37) Dryden, H. L. : A Review of the Statistical Theory of Turbulence, Quat. Appl. Math., Providence, R. I., 1, 1943, pp. 7—42.
- 38) 岩垣雄一：滑面開水路における乱流の抵抗法則について—薄層流に関する研究（第4報）—土木学会論文集，16, 1953, pp. 22—28.
- 39) Fukuoka, S. and H. Kikkawa : Characteristics of Open Channel Flow with Sediment, Tech. Rep., Dept. Civil Eng., Tokyo Inst. Tech., 10, 1971, pp. 99—173.
- 40) Vanoni, V. A. : Transportation of Suspended Sediment by Water, Trans. ASCE, 111, 1946, pp. 67—133.
- 41) Elata, C. and A. T. Ippen : The Dynamics of Open Channel Flow with Suspensions of Neutrally Buoyant Particle, Tech. Report No. 45, Hydrodynamics Lab., MIT, 1961.
- 42) 日野幹雄：固体粒子を浮遊した流れの乱流構造の変化，土木学会論文集，第92号，1963，pp. 11—20.
- 43) Durand, A. : Basic Relationships of the Transportation of Solids in Pipes, Experimental Research, Proc. Minnesota International Hydraulics Convention, I. A. H. R., 1953, pp. 89—103.
- 44) Vanoni, V. A. and G. V. Nomicos : Resistance Properties of Sediment-laden Streams, Trans. ASCE, 126, 1961, pp. 1140—1175.
- 45) Kim, H. T., S. J. Kleins and W. C. Reynolds : The Production of Turbulence near a Smooth Wall in a Turbulent Boundary Layer, Jour. Fluid Mech., 50, 1971, pp. 133—160.

THE STRUCTURE OF TURBULENCE IN FREE SURFACE SHEAR FLOW.

by *Hirotake* IMAMOTO

Synopsis

The outline of the recent investigations on the turbulence characteristics in free surface shear flows, performed by the staffs in the UJigawa Hydraulics Laboratory, is described in this paper, which is consisted of the following two main parts.

Firstly, the spectral similarities of the turbulence energy, the Reynolds stress and the convective process are obtained for the productive, the inertial and the viscous subrange respectively, through the technique of dimensional analysis. The validity of these similarities are examined by the experimental data.

Secondly, the vertical distribution of parameters on the turbulence field in a two-dimensional free surface shear flow is investigated both theoretically and experimentally, and the following results are obtained. The mean velocity distribution is good approximated by the well-known logarithmic law, but the Kármán constant and the integral constant are differ from these of pipe flow. The vertical distribution of the turbulence intensity, the Eulerian integral scale and the energy dissipation rate are represented in form of universal functions, whose functional forms are determined experimentally.