

教育シンポジウム

「教師に必要な数学能力形成に対する数学者の責任」

の報告

熊本大学教育学部 伊藤 仁一 (Jin-ichi Itoh)
Faculty of Education, Kumamoto University

1. はじめに

児童・生徒の学力低下が近年たびたび話題になってきた。ゆとり教育世代の学生が大学に入学するようになってさらに大学生の数学能力の低下を実感しているのではないだろうか。その要因を推測すると、小学校・中学校・高等学校の教師の数学力にも問題があると思われる。現行の教育職員免許法では、数学専門科目をわずか 20 単位取得するだけで中学校・高等学校の数学教師になれる。このような状況に対し、教師を送り出す側の大学の数学者にはどのような対応が求められているのだろうか。本シンポジウムにおいて、数学者が教師教育に責任をもち、教育ビジョンの確立と教育政策への提言を行うことを目指して議論した。

日時： 2011 年 9 月 30 日(金) 14:15-16:40

場所： 信州大学理学部第 1 講義室

総合司会： 新井紀子（教育委員会委員長）

基調講演：「教員養成における数学専門科目－現状と標準をつくる試み－」

丹羽雅彦（滋賀大学）

「教材研究を教科専門（科目）の一部として捉えよう」

青山陽一（島根大学）

パネルディスカッション

パネリスト： 丹羽雅彦（滋賀大学）、青山陽一（島根大学）、浪川幸彦（相山女学園大学）

蟹江幸博（三重大学）

司会： 伊藤仁一（熊本大学）

このシンポジウムは数学会の教員養成系大学・学部の懇談会での議論から始まり、京都大学数理解析研究所の RIMS 共同研究「数学教師に必要な数学能力形成に関する研究(2008 年度)」,「数学教師に必要な数学能力に関する研究(2009 年度)」,「数学教師に必要な数学能力に関連する諸問題(2010 年度)」の 3 年間の研究の中間発表としての意味もある。そこで、RIMS 共同研究の第 1 チームと第 2 チームのリーダーによる 2 つの基調講演とその後のパネルディスカッションからなる。

また、本教育シンポジウム開催にあたり、部分的に科学研究費(基盤研究(C),課題番号 23540048, 研究代表者: 川崎 謙一郎)の助成を受けている。

2. 基調講演

2.1. 教員養成における数学専門科目—現状と標準をつくる試み—

講演者: 丹羽雅彦(滋賀大学名誉教授)

1. プロジェクト第 1 チームの目標

平成 20 年 6 月の数理解析所の研究集会で第 1 チームは次の目標をもって発足した。

- ① 教員養成学部の数学専門科目の現状を把握すること
- ② これだけは学ばせたいという標準的なモデルを作成すること

1 年目の平成 20 年度には、さまざまな試行錯誤やチームのメンバーの間での多く議論を行った。調査に関しては、各大学のシラバスを集めてそれをまとめ分析するという方法が多大な人員と労力(従って、多額の資金)を要するという事実が分かってきて放棄することにした。そこで、2 年目(平成 21 年度)には、1 年目から取り組んでいた適切な講義項目を挙げてモデル試案を作成する作業を継続しながら、試案をもとに教員養成大学・学部数学教員懇談会に参加している各大学・学部にアンケートを行うことで①②の目標をクリアすることを目指した。多くの大学・学部の数学教員の協力をえて、調査は成功した。そして、

- ① 教員養成学部の数学専門科目の講義内容の現状、および
- ② 教員養成のための数学として、数学専門科目担当教員がどのような数学的な内容を学ばせたいと考えているか、

を初めて把握できたと考えている。

この調査結果を基として、国立大学法人教員養成大学・学部の数学教員の考える「数学教師を目指す学生に学ばせるべき数学の内容の標準的モデル」をまとめた。

2. 数学専門科目の必修単位の減少はなぜ問題なのか

教科専門科目の単位減少以降、教員養成学部では、授業の内容と方法の改善と工夫が広範に行われて、受講生の資質・能力の向上に一定の役割を果たしてきたことは事実である。

しかし、教育職員免許法の改訂によって、教科専門科目の必修単位が 40 単位から 20 単位に減少したことは、特に「数学」の場合、授業の工夫だけでは対応しきれない『教科の専門的能力の決定的な低下』を惹き起こしている。その主な理由は、

- (1) 数学は理解するということが極めて重い学問であり、一步一步乗り越えていって初めて真の理解に到達できるのに、学生に余裕がない。
- (2) 自分の専門性を高めるという意識をもって積み上げる学習が必要であるが、必修単位が少なくなることによって科目数も減り養成教育の中で「積み上げ」のカリキュラムができなくなっている。
- (3) 大学に入学するまでの算数・数学の内容がうすくなって、論理的に考える能力が決定的に低下している。
- (4) 高校までの数学で、最小の努力で最大の成果を求める様な HOW の学習に走って、WHY の学習にじっくりと取り組む経験をしていない。
- (5) 大学で新しい数学を学んで、高校までと異なった新しい視点や考え方と出会い、多様な数学的能力 を高めることが必要である。

3. どのような調査を行ったか

<調査方法>

調査①

各大学・学部の実状を聞きます。現時点の状況で、A, B, C いずれかを記入。

A: 必修科目等で免許取得者の大多数が受講する科目の中で扱っている。

B: 選択科目等で免許取得者の少数が受講する科目の中で扱っている。

C: 扱っていない。

調査②

(現免許法にしばられない) 理想的標準モデル案に入れるべきかあなたの考えを聞きます。

D, E いずれかを記入。

D: 理想としては大多数の免許取得者に学ばせたい内容だと考える。

E: 大多数の免許取得者に学ばせる必要はない内容だと考える。

調査③

各分野の末尾の空欄に、大多数の免許取得者に修得させたい講義内容項目として追加すべきだと考えられる項目を自由記述で記入して下さい。

<調査内容と結果>

調査①, ②における、講義内容の項目の例とその集計の例 ([2] pp. 91-101 の一部)

4. どのように標準的モデルを作成したか

教員養成学部の数学専門教員が「優れた数学教師を育てること」を目的として、種々の努力や工夫をしてきたこれまでの経験の中に、どんな内容をどのように教えるべきかに答えるための重要なファクターがあると考え、標準的モデル案に主として調査②を反映させる

べきだと考えた。

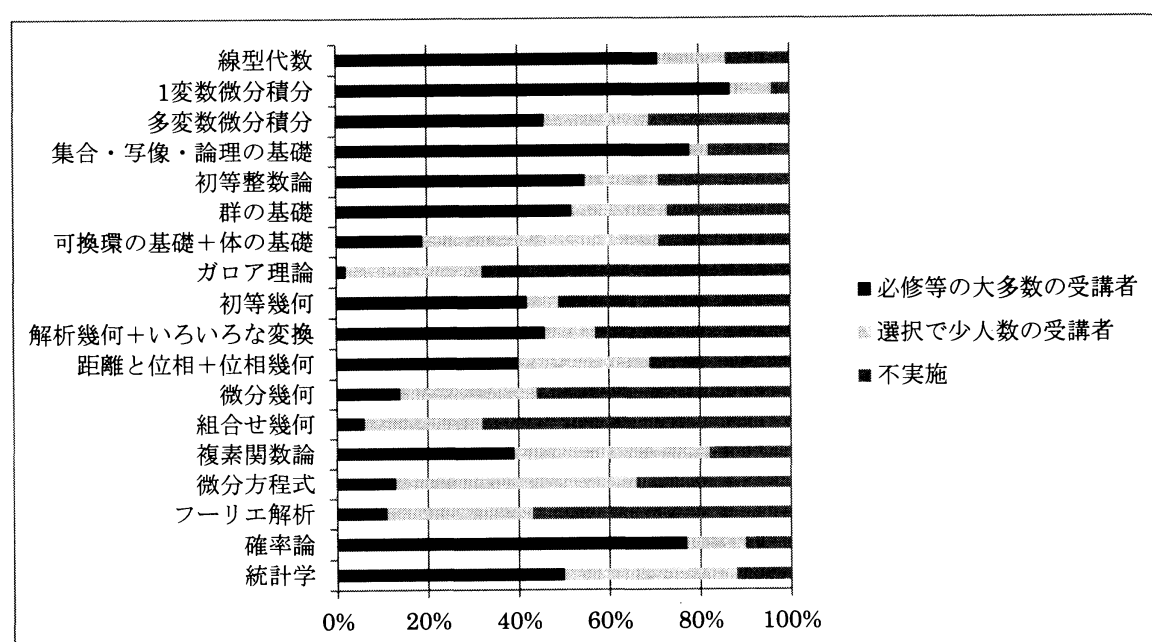
数学教師を志望するすべての学生にぜひとも受けさせたい講義内容の項目として
数学専門科目の標準的モデル（〔 3 〕 pp. 109－113 参照）

5. 教員養成学部現状とモデル案に必要な単位数の概要

私たちがアピールしたいことは、「数学教師の専門的能力の向上のために、教員免許法における教科専門科目の必修単位数を 20 単位から大幅な増加を！」

教員養成学部の数学専門科目の現状

モデル案の単元の実施状況



標準のモデル単位数 (概数)

教養科目	[線形代数] 4 単位		[1 変数微積分] 4 単位		
専門科目	(線形代数演習) 1 単位	[初等幾何] 2 単位	(微分積分演習) 1 単位	[確率論] 2 単位	(?) 2 単位
	[集合・写像・論理の基礎] 1 単位	[解析幾何] + [いろいろな変換] + [組合せ幾何] 3 単位	[多変数微積分] 3 単位	[統計学] 2 単位	

	[初等整数論]2 単位 [群の基礎]2 単位 [可換環の基礎] +[体の基礎]3 単位 [ガロア理論]2 単位 (代数学演習)1 単位	位 [距離と位相]+ [位相幾何]2 単位 [微分幾何]3 単位 (幾何学演習)1 単位	[複素関数論]3 単位 [微分方程式]+ [フーリエ解析]2 単位 (解析学演習)1 単位		
	(卒論のためのゼミ)+(卒業論文)				
免許の領域	代数学 4+10+(2)単位	幾何学 0+10+(1)単位	解析学 4+8+(2)単位	確率論/ 統計学 4 単位	コンピュータ (2)単位

備考 [] 標準モデル記載の単元：半期 1 コマ 2 単位.

() 標準モデル未記載科目：演習は半期 1 コマ 1 単位.

単位の総計は 47 単位，うち 8 単位を教養科目で行えば 39 となる.

6. 第 1 チーム 3 年目（平成 22 年度）の活動

小学校教科専門算数科（算数科内容学）の現状を調査し，小学校算数科内容学の標準モデルを作成しました．（[4]参照）

教員免許 6 年制を睨んで，大学院教育学研究科の今後の在り方について検討しました．（[5]参照）

[参 考 文 献]

[1] 丹羽雅彦，松岡隆「教員養成学部の「数学」教科専門科目カリキュラムの現状把握と理想的モデル案に向けた調査検討の構想」，数理解析研究所講究録 1657（2009 年 7 月）pp. 74-82

[2] 丹羽雅彦，松岡隆，川崎謙一郎，伊藤仁一「「教員養成大学・学部の数学専門科目の講義内容についての調査」の結果とその考察」，数理解析研究所講究録 1711（2010 年 9 月）pp. 89-105

[3] 丹羽雅彦，松岡隆，川崎謙一郎，大竹博巳，伊藤仁一「中学校・高等学校の数学教師の養成における数学専門科目の標準的なモデルの構想」，数理解析研究所講究録 1711（2010 年 9 月）pp. 106-129

- [4] 丹羽雅彦, 松岡隆, 川崎謙一郎, 大竹博巳, 伊藤仁一 「小学校算数科・教科専門科目の講義内容に関する現況調査の結果と標準モデルの提案」, 数理解析研究所講究録 本誌
- [5] 伊藤仁一, 松岡隆, 川崎謙一郎, 大竹博巳, 丹羽雅彦, 「教育学研究科・数学教育専修のカリキュラムと入学試験に関する現況調査と今後の在り方」, 数理解析研究所講究録 本誌

2.2. 教材研究を教科専門（科目）の一部として捉えよう

講演者：青山陽一（島根大学教育学部）

教員免許状のための課程認定を受け、学生の就職先として教員の割合が或る程度あるならば、

教材研究を教科専門（科目）の一部として捉えよう。

‘教材研究’を小学校・中学校・高等学校等の授業で如何に提示するかを中心に研究するものというようなイメージを持っているのなら、それから離れて、数学教育を小学校・中学校・高等学校に亘るものとして捉える立場を採り、大学における教科専門科目の内容を体系的に把握して、小学校・中学校・高等学校の数学を自ら構成し授業展開等を行える数学教師を養成する為、そして小学校・中学校・高等学校の数学の内容全てを、大学における教科専門科目の内容を機能的に連携させて、捉え扱うことが出来る能力を教員となるであろう学生に備えさせる為教材研究の方法を教科専門（科目）の一部として指導しよう、と言うのがここでの主旨である。各校種におけるものではなく、12年の教育課程に於いて、なお、ここで言う教育課程は学習指導要領で規定されるものではなく、それを形成する元のもの - 文化 - に基づくものと理解して貰いたい。この基軸が確りしていれば、学習指導要領がどう変わろうと何の心配も要らない。また、他の教育課程で履修する児童・生徒や課程から外れることになった児童・生徒にも対応可能である。教師は、12年の教育課程がどのように成立っていて、その何れの部分を担当しているのかを把握していなければならない。（教員養成に携わる大学教員が最も知っていると思われる印象がある。当然こうあらねばならない。このことを教えるのも大学教員の任務だろうから。）

しかしながら現状を見るに、多くの学生は教える学校種における教科内容をその学年のレベル程度で知っていれば充分で、後は授業の実施方法や児童・生徒の掌握の仕方を学べば‘良い’教師になれると思っている感じである。教育実習の前や教員採用試験の前には、教師用指導書に首っ引きになって必死で覚えこむという状態になる者もかなり居る。上述のような視点を持っていないが故、どの部分を教示しているかが判らず、各々の場面でバラバラに扱ってしまうという状況ではないだろうか。児童・生徒の多彩さに応じた教育が出来ず、教育効果が損なわれているのではないだろうか。体系化して捉えることは、児童・生徒の思考方法・過程を推察する能力を身に付けることを可能にするのであるが、体系化

して把握していないため、児童・生徒の行うことを観て、適切に対応し指導出来ることが出来ず、正しい方向に向いているのか、さもなくばその原因は何処に在りどう修正すればよいのかが判らない。従って、指導書等の解答などと比べて合っているか否かの判断で、児童・生徒の行っていることを評価し、また全く同一の答に導こうとする傾向が見られる。また、新任として着任したときに、先輩古参教師から「大学で習った数学は直に忘れて学校で教える数学と教え方を勉強するように」などと言われることもあるようであるが、体系化した知識を身に付けていれば、‘大学で習った数学’と‘学校で教える数学’は学習段階に応じて見せる様相が異なるものであることを（その差が大きく感じられるかも知れないが）認識し、教え方もその視点を加味して考えるべきであることを理解するであろう。小中高における数学の内容を、例えば、山脈のように捉え、ここにはこのような小山脈があり他の小山脈と如何に繋がり大山脈を形成しているか、一方小山脈ひいては大山脈を形成する素となる個々のものがどのような意味を持っているかを考察しよう、というような立場で理解する能力を身に付けてこそ‘良い’数学教師になり得るのではないだろうか。このとき注意しなければならないのは、「小中高の数学を‘体系的地図’で示し、各々の位置付けを教えることをすればよい」では、能力とならないことを明確にしておくことである。さらに、児童・生徒に学力を付けさせることの出来る教師を、学力とは何かを（学力とは...云々...と垂れるのではなく）身を持って示すことの出来る教師を育成したいとの意図を明記しておきたい。学期・学年等を通して、児童・生徒にどれだけ学力が付いたかが重要であり、個々の授業はその一連の流れの中で捉えられなければならないと考える。

これまでは、‘高度な数学’を学んでおけば、数学教師になった場合、培われた数学の知識や能力を自ら活用して教材研究・教材開発を進めていける筈という暗黙の了解のようなものがあったと思われる。しかしながら、そのような暗黙の了解は成立しないことが顕著に認識されるようになってきた。やはり、教員養成のためには教科専門科目を活用する教材研究の方法を指導する必要がある。更には、教材研究は児童・生徒に身に付けさせるべき‘数学力’も包含すると考える必要がある。そして、対象である児童・生徒に関することと切離して考察することは出来ない。学生の向こうに児童・生徒を見て教材研究の方法を指導する必要がある。その為には、教育実習にも積極的に関わらねばならない。

教材研究方法の指導例の纏まったものとして、先ず次の文献を挙げさせて頂きたい。

- ・ 神直人：「折って作る放物線」の教材研究指導について II, 2009 年度 RIMS 共同研究「数学教師に必要な数学能力に関する研究」京都大学数理解析研究所講究録 1711, 131-142.
- ・ 神直人：高校入試問題を利用した授業の提案～教材研究能力を高めるために、2010 年度 RIMS 共同研究「数学教師に必要な数学能力に関連する諸問題」京都大学数理解析研究所講究録, to appear.

では、実際に大学で教材研究の方法を指導する‘コマ’はどうすればよいだろうか。た

だでさえ教員免許状取得に必要な教科専門の単位数は 20（中 2 種なら 10，小免の算数科内容については選択 2）という現状なのに，一方，実践系の講義や演習は行うよう勧められている．これに応じるように行われているものを積極的に活用すべきである．また，提起も必要であろう．2010 年度入学生から‘教職実践演習’（4 年次後期 2 単位）の履修が必要となる．教科指導に必要な探究力やリテラシーなども盛り込まれるべきだろう．教科専門担当者の積極的関わりを期待したい．専門科目の単位数が多い理工系学部・大学においては，その中で実施することも考慮してもよいのではないか．或いは，教科教育法科目の一部として行うことも考えて良いだろう．

References（補遺）

- ・ 2008 RIMS 共同研究「数学教師に必要な数学能力形成に関する研究」，京都大学数理解析研究所講究録 1657，p.105－p.127.
- ・ 2009 RIMS 共同研究「数学教師に必要な数学能力に関する研究」，京都大学数理解析研究所講究録 1711，p.130－p.165.
- ・ 2010 RIMS 共同研究「数学教師に必要な数学能力に関連する諸問題」，京都大学数理解析研究所講究録(本講究録)，
 ‘教科専門科目の内容を活用する教材研究の指導方法 III’，
 ‘数の概念の捉え方について’.
- ・ 2011 RIMS 共同研究「数学教師に必要な数学能力とその育成法に関する研究」，京都大学数理解析研究所講究録(to appear)，
 ‘折り紙作図を用いた教材研究のために ～正五角形と正七角形をベースとして～’.

3. パネルディスカッション

最初にパネラーから以下のような提言があった．

丹羽：子供たちにちゃんと数学を勉強して欲しいし，それを教える先生達が力をつけて欲しい．本当に力を持って，子ども達をちゃんと育て上げられるような教師を作っていくために，数学者が責任を持ってやっていこうじゃありませんか．

青山：数学を教えるだけでなく，教師になった時に自分の教師能力を高めていく方法も教えないといけないと思う．先生になる学生に何を教えなければならないかということを数学者として考えて欲しい．

浪川：梶山女学園大学教育学部の数学コースの設立にかかわり，そのカリキュラム作成について，数学リテラシーに基づいたもので，数学の体系的なつながりを大事にしたこと等の説明（本講究録「数学リテラシーに基づいた教員養成カリキュラム改革」参照）．学生の数学を理解したいというモチベーションは高いので，教育に結びつけた数学の話をする学生意欲も増すと思われます．

蟹江：数理研での共同研究に至った経緯とそこでの問題点を説明の後、教育問題を論じることの難しさと、まだ成果と言えるようなものは、ほとんどないが、中間発表的な意味で今回の教育シンポジウムを行った。

質疑として会場からの質問等を受けて、以下のような議論が行われた。

- ・モデル案にあるようなカリキュラムは、時間数、教員数が充分とは言えない現状では、難しいように思われるが、しっかりとした先生を育てるために、工夫して頑張っているところもある。
- ・掛け算の順序等の具体的な問題に関しても、小学校ならどのように扱うべきで、中学校、高校ならどのように、数学者ならどのように考えるかを、その理由も込めて学生に把握させることが重要である。
- ・優秀な数学の先生の養成は理学部でももらい、教育学部はいらないのではないかという意見もあったが、理学部の卒業生の場合に生徒指導にどうかとか、高校までの数学はよくできたから理学部に進学したが、大学で数学嫌いになって先生になるという話もあり、双方で特色のある先生を育てるのが望ましいと思われる。
- ・すぐに生徒に議論させるような授業にも問題がある。
- ・社会の趨勢による学力低下が大きく、数学者の責任とだけは言えないし、大学院を出たばかりの先生が教育実習生を指導するというような酷い状況もある。
- ・現実の学力低下をいくつかの具体例を通して紹介されたが、それにどのように対応してよいかわからないと嘆く意見もあった。
- ・子供に数学を教える或いは子どもと遊ぶことに憧れて教師を目指し、小中学校のレベルの算数・数学が分かれば先生になれると思っている学生が多くて困っている。子供が分からなくて困っているときに、それがどこで分からなくなっているのかを正しく分析するためには、数学が分かっているなくてはならない。そのような指導で、学生たちも数学は大事なもので、分かりたいとは思っている。
- ・高校教員に関しては修士課程を出ていると有利に働いているように思われる。また、博士課程で学ぶことを推薦している県もある。
- ・学校現場で非常勤講師の割合が非常に高い。
- ・教科専門の教員と教科教育の教員とが協力して教えるという教科内容学的な科目を新設するという動向については、教科専門の教員が5回、教科教育の教員5回、現場の先生5回と一応協力して行うシステムを作った大学があるとか、これ以上に負担増になるのは困るとか、国語や社会などに比べて算数・数学ははるかに進んでいるとか、2つ目の基調講演では、数学を勉強しているのを実際の教材研究にも使えるようにすることを主張しており、教育法と一緒に教えるということではない等の意見があった。

また、教員養成6年制への動向について以下のような説明があった。

「これは教員養成系だけでなく開放制により一般学部にも関わる。中教審のワーキンググ

ループで、今年の1月に中間報告というのが出た。2011年度中に最終答申を出すと聞いている（注：2012年8月に出た）。その答申の内容は基本的に新聞報道された中間報告の方針であろうと思われる。以下、個人的な情勢判断が入るが、やはり教員の教科を教える力が落ちてきていると中教審も充分認識している。先程話のあった、免許取得に必要な40単位を20単位に削ってしまったことが、深刻な影響を与えているとの認識はあるらしい。教育現場で生じているさまざまな問題や生徒指導等への対処に必要な内容もあり、単に以前の時間数に戻すわけにはいかない。となると、免許に必要な取得すべき範囲を増やさざるを得ない。その余裕を得るため、6年制を考える必要がある。というそのあたりまでは大体委員の認識は一致している。問題はそれをどういう形で実現するかで、いきなり6年制にしたら、逆に質の低下を招く恐れもある。そこで一例として、4年で基礎免許的なものを与え、後もう2年間で一般免許を与えるというシステムが提案されている。ただ、それはあくまでも考え方で、それを実際にどう実現するかは非常に難しい問題である。適切な表現ではないかもしれませんが、棚上げ状態になるのではないか。ただ、今までの例を見ると、大体4、5年経つと、何等かの形で現実化してくる。我々としてはそれを見越して対応していく必要がある。数学が大事ということは、社会全体の認識もあり、数学にとっては追い風だと思う。学力低下の時に世論が我々の後押しをしてくれたことが今回の学習指導要領改訂では決定的だった。今度は我々の責任で、私達数学者の側が、現在の課題に対して説得力のある実現可能な具体案を提示していけるかどうか重要だと思う。」

最後に、パネラーの一人から、以下のような提言があった。

「数理研での共同研究だけでなく、社会に対する提言とか何かそういう感じのことは出来ないかという中で、数学会そのものに教育を語る分科会を作ったという話をしていたことがある。そこの分科会の名前は、数学教育分科会では問題があるということで、教育数学分科会ではどうかということになり、教育数学を作ることになりました。数学の人が教育の問題を語る時に、数学の人はそれなりに真面目に語っているのだが教育の人には相手にもしてもらえないということや、数学の問題を語っているのに教育に関する部分が多くなると議論がかみ合わないということもよく起こります。数学の問題を教育の状況に即して語れるというか、数学者がきちっと数学の教育に絡んだような数学を語り、社会に対してもものを言えるようなプラットフォームを是非作りたい。」