

Callias-Bott-Seeley の Index Theorem の特殊な射影として理解できることを論じた。

詳しくは

M.Hirayama & T.Torii, Progr. Theor. Phys., **68** 1354 (1982).

を見られたい。又

R. Jackiw & G. Semenoff, '*Continuum Quantum Field Theory for a Linearly Conjugated Diatomic Polymer with Fermion Fractionization*', CTP # 1044, Submitted to Phys. Rev. Lett.

及び

H. Yamagishi, '*The Fermion-Monopole System Reexamined*' Princeton preprint. も参照されたい。

プラズマ中の多次元ソリトン

宇都宮大・工 西 田 靖

緒 論

非線形波であるソリトンが種々の分野で興味を持たれていることは周知のところである。特にプラズマ中のイオン波ソリトンは理論的及び実験的に勢力的な研究が行なわれ、種々の性質が明らかになって来ている [1, 2, 3]。最近は多次元ソリトンに関する研究が活発に行なわれ、ソリトン間の強い相互作用の存在が明らかとなったことは記憶に新しいところである。このことは「ソリトン間の相互作用は非常に弱い」という従来の概念をくつがえすものとなった [2, 3]。

ソリトン間の強い相互作用は、最初理論的研究において予言され、実験的研究も時を置かずして報告されている。すなわち、Newell & Redekopp [4] により共鳴的相互作用の存在に関する話題が提供され、矢嶋等 [5] により具体的な理論的結果が報告された。ほぼ同時期に、西田等は、[6] は円筒状ソリトンの円筒中心での衝突の際、多数のソリトンが形成される事実を見出し、ソリトン間の共鳴的散乱現象を用いて解釈を試みているが、パラメータ依存性は確認されておらず、結論に至らなかった。Ze 等 [7] は円筒状発散波を 2 個同時に放射し、それらの波面が交叉する附近で共鳴現象と思われる現象を見出した。全く同じ原理による実験結果が浅水波を用いても行なわれている。これらにおいても、パラメータ依存性が確認されておらず、理論の検証にまで至らなかった。やがて、Folkes 等 [8] 及び、

西田と長沢 [9] は平面状イオン波ソリトンを適当な角度で 2 次元的に衝突させ、ある条件を充すと共鳴的に強い相互作用が起きることを見い出し、パラメータ依存性を詳細に調べている。特に西田と長沢 [9] 及び長沢等 [10] は初期振巾と共鳴角度との関係等を調べ、矢嶋等及び加古と矢嶋 [11] の理論的結果と照合を行ないよく一致することを見い出し、イオン波ソリトンの共鳴散乱が起きることを見い出した。

この論文では、イオン波ソリトンの強い相互作用に関する現象を詳細に調べ、理論との比較検討を行なった結果 [12] の概要を報告する。

実験装置

実験装置の概略を図 1 に示す。真空容器は、外壁が多数の永久磁石で蓋われた直径 30 cm、

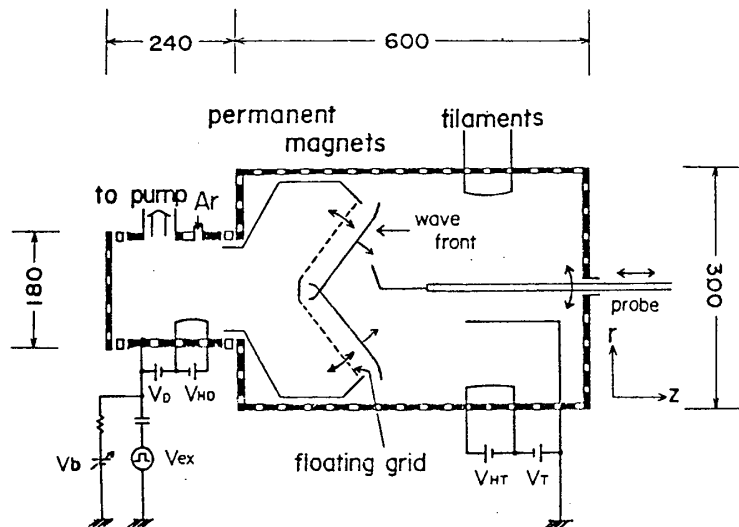


図 1. 実験装置の概略

長さ 60 cm の円筒状である。アルゴンプラズマは密度約 $10^8 - 10^9 \text{ cm}^{-3}$ 、電子温度 T_e 1–2 eV、イオン温度 $T_i \cong T_e/10 - 12$ を有し、中性ガス圧は約 $3 - 4 \times 10^{-4}$ Torr である。プラズマは、互いの間の角度の変更が可能な 2 板の平面状グリッドにより 2 つの部分に分けられているいわゆる 2 重プラズマ型である。2 つのプラズマは独立に制御され、一方のプラズマへ“正”の電圧パルス印加することにより、ソリトンを励起する。励起されたイオン波ソリトンは、 $5 \text{ mm } \phi \times 1.0 \text{ mm}$ 長の円筒状ラングミュア探針を用いて測定された。探針からの出力信号は、ボックスカー積分器により平均化されレコーダチャート上に記録される、あるいはオシロスコープ等により直接観測される。

実験結果

今、波数ベクトル K_1 及び K_2 を持つ 2 つのイオン波ソリトンを同時に励起し、それらのなす角度 φ 及びソリトンの振巾 $\delta n/n$ をパラメータとする。振巾を一定に保ちながら、交叉角 φ を種々変化すると、ある特定の角度で 2 つのソリトンは共鳴的に強い相互作用を行なう。その結果新しいソリトンが形成され、その振巾は初期ソリトンの振巾の約 4 倍になる。しかしながら、この特定の角度 φ_R 以外では顕著な振巾の増大は見られず、ほぼ初期振巾の和程度である。1 例を図 2 に示す。(a) は共鳴状態にあり、(b) は非共鳴状態に対応する。図から、

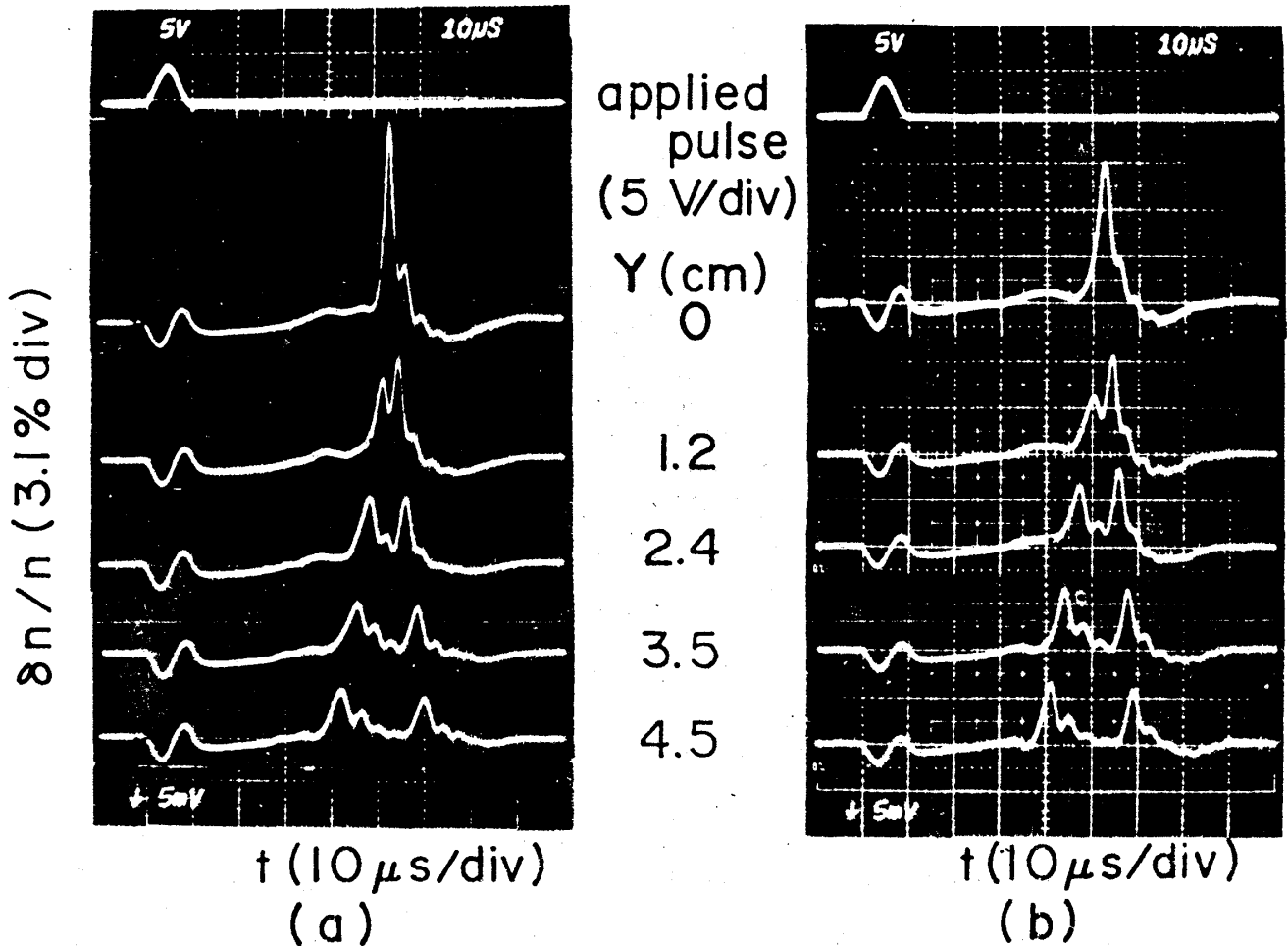


図 2. (a) 共鳴状態, (b) 非共鳴状態における波形

$Y=0$ cm 附近では (a) の例においては $Y=3.5$ cm 附近の値の約 4 倍になるが、(b) では 2.5 倍程度であることが分るであろう。この例では初期振巾は約 3.5 % 程度で一定に保たれている。振巾増大率 ε (= 新ソリトンの振巾/初期振巾) が最大になる角度 φ_R は初期振巾 $\delta n/n$ に依存する。結果の 1 例を図 3 に示す。次に振巾が最大となる共鳴的相互作用を行なう領域を詳細に調べてみる。共鳴角 φ_R より大きな角度で相互作用を行なう場合には、非線形方程式の定常解が存在

することが分っている[5]が、 ϕ_R より小さな角度では定常解は存在せず、系は非定常である。この状態においては相互作用を行なうソリトンは微細構造を持つことが加古と矢嶋[11]による計算機シミュレーションの結果予言されている。我々はこの状態を実験的に調べた。なお、同様の実験は塚林等[13]により、発散する2つの円筒状ソリトンを用いても行なわれた。平面状ソリトンを使用した結果の1例を図4に示す。

図中、 L_1 及び R_1 は相互作用を行なう前の2つのソリトンの波面であり、Aは相互作用の結果生じた新しいソリトン様のパルスである。 L_{B1} 及び R_{B1} は相互作用後に R_1 及び L_1 が再帰したソリトンである。ここで注目したいのは、“B”と名付けた小振巾のソリトン様パルスの存在である。これらの相互関係を明らかにする為に、波面をプロットした結果及び各パルスの振巾の空間変化を図5に示す。同図(a)より、相互作用を行なう領域、すなわち、 $X \approx 15$ cm、 $Y \approx 0$ cm近辺にて、ほぼ「台形様構造」が見られる。“B”のパルスは L_2 及び R_2 の第2番目のソリトンが相互作用を行なった結果生じたとも考えられるが、波面の前方への移相及び共鳴条件を充てていないことなどから、 L_2 及び R_2 のみの強い相互作用の結果とは考え難い。更にBの振巾は L_2 又は R_2 の

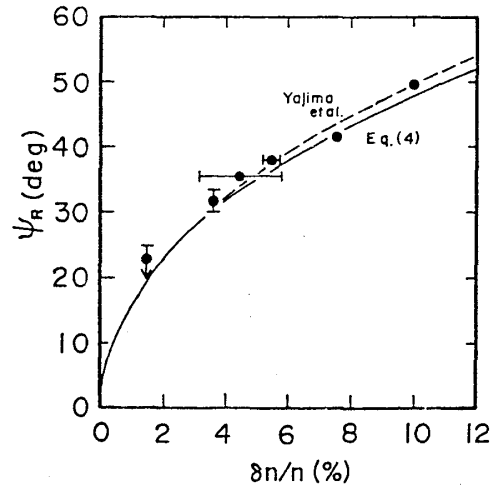
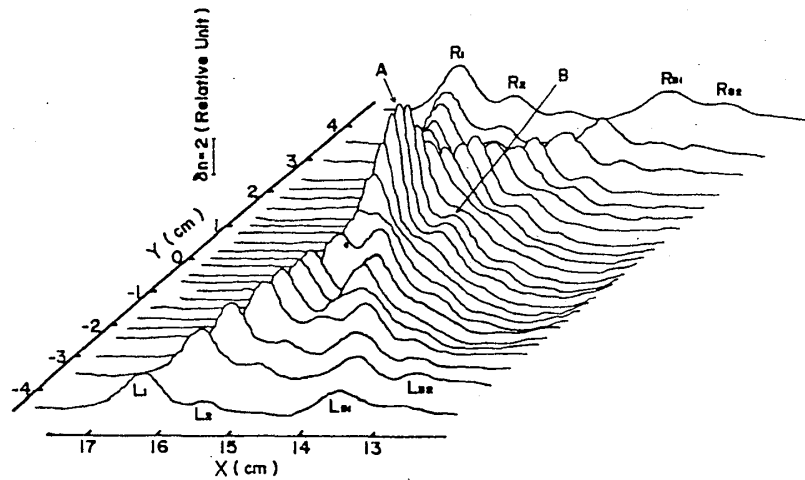


図3. 共鳴角 ϕ_R と初期振巾 $\delta n/n$



振巾の3倍あるいはそれ以上になっている(図5(b))。以上から、パルスBは擬似ソリトンにより形成された非定常状態の台形構造の一翼であるように考えられる。

台形構造は非定常状態であることを示す1例を図6に示す。時間の経過につれ、擬似ソリトンA及びBは益々明瞭になり、構造も発展していることが判るであろう。

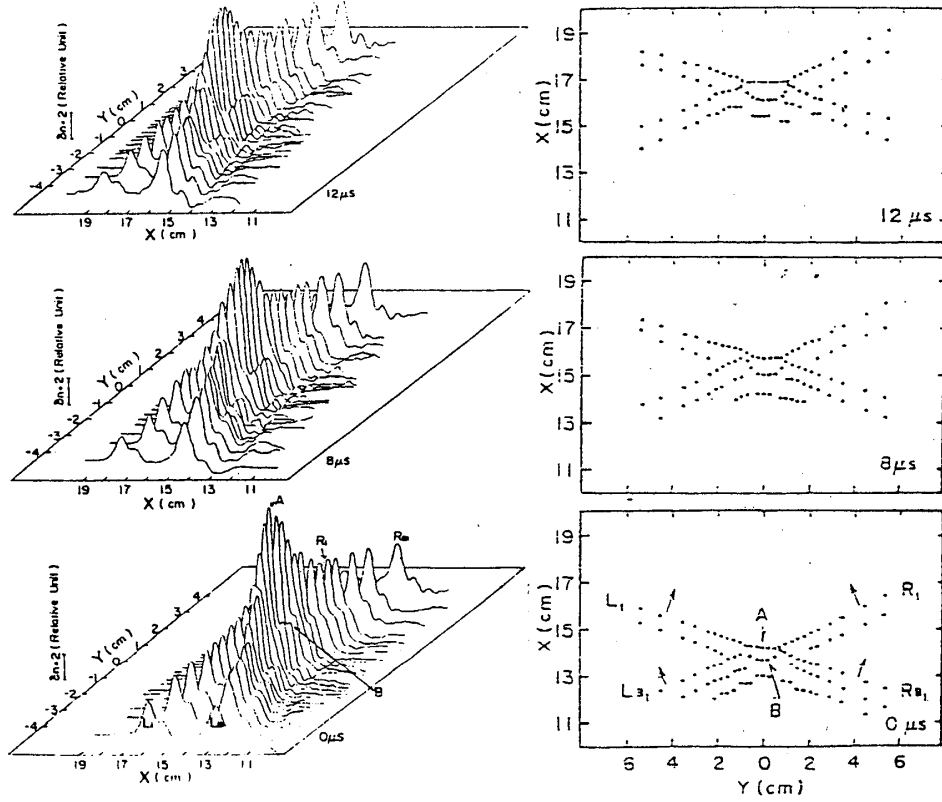


図6. 擬似ソリトンの時間発展の様子

討 論

ソリトンが相互作用を行なう様子は理論及び計算機シミュレーションを用いてもくわしく論じられている。

Kadomtsev-Petviashvili 方程式 [14] より、いわゆる共鳴条件は次式のように与えられる。

$$\Omega(K_3) = \Omega(K_1) + \Omega(K_2), \quad K_3 = K_1 + K_2 \quad (1)$$

この場合、共鳴角 φ_R と初期振巾 $\delta n/n$ との間には一意的関係が存在し、次式のように与えられる；

$$\varphi_R = 2 \tan^{-1} \sqrt{2 \delta n/n} \quad (2)$$

このとき新しく発生したソリトンの振巾の最大値は近似的に、

$$\delta n_m/n = 4\delta n/n. \quad (3)$$

(3) 式の数値計算結果を図 3 に実線で示す。

矢嶋等[5]は、非線形イオン波は Boussinesq 型の方程式を用いて記述できることを用いて 2 つのソリトンが相互作用する場合の解を得た。その結合係数 A_c は次式で表わされる：

$$A_c = -(1 - 8b\Omega_1\Omega_2) D(\Omega_1 - \Omega_2, \mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2) / D(\Omega_1 + \Omega_2, \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2),$$

$$D(\Omega, \mathbf{K}) = \Omega^2 - \mathbf{K}^2 - 4\Omega^2\mathbf{K}^2 = 0 \quad (4)$$

ここで、 $b = (K\lambda_D)^2$ はイオン波の分散効果を表わすパラメータ、 $D(\Omega, \mathbf{K})$ は非線形分散式である。 $A_c = 0$ 又は、 $A_c \rightarrow \infty$ になる点で共鳴状態となる。この結果、共鳴角 φ_R と $\delta n/n$ との関係を求めることができる。数値計算結果を図 3 に点線で示す。(2) 式の結果は小角度の近似が必要であったが、この場合には不要である。実験結果と良い一致を見ることが分るであろう。 $\varphi < \varphi_R$ の条件下では、定常解は存在せず、前出の台形構造が現われる。波面を表わす模式図を図 7 に示す。図中、例えば“a”点で(1)式に対応する共鳴条件を満たす。

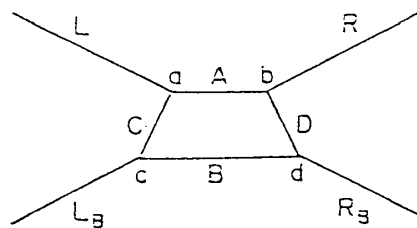


図 7. 台形構造の模式図。

結 論

互いに斜めに伝搬する 2 つのイオン波ソリトンの共鳴的相互作用を観測し、その結果生じる中間状態を、相互作用の角度および初期振巾を広範囲に亘って変化させることにより詳細に調べた。その結果、非線形方程式の定常解の存在する領域では、定常的な擬似ソリトンが発生するが、非定常状態では台形構造が観測されることが明らかとなった。

この論文は主として、長沢武との共同研究であることを付記して謝辞としたい。

参 考 文 献

- 1) For example: *Solitons in Action*, edited by K. E. Lonngren and A. C. Scott (Academic, New York, 1978).
- 2) 西田 靖, 日本物理学会誌 **37**, 396 (1982).
- 3) Y. Nakamura, IEEE Trans. on Plasma Sci., PS-1, 180 (1982).
- 4) A. C. Newell and L. G. Redekopp, Phys. Rev. Lett. **38**, 377 (1977).
- 5) N. Yajima, M. Oikawa, and J. Satsuma, J. Phys. Soc. Japan **44**, 1711 (1978).
- 6) Y. Nishida, T. Nagasawa, and S. Kawamata, Phys. Rev. Lett. **42**, 379 (1979).
- 7) F. Ze, N. Hershkowitz, and C. Chan, and K. E. Lonngren, Phys. Rev. Lett. **42**, 1747 (1979);
F. Ze, N. Hershkowitz, and K. E. Lonngren, Phys. Fluids **23**, 1155 (1980).
J. W. Miles, J. Fluids Mech. **79**, 157 (1977); **79**, 171 (1977).
- 8) P. A. Folkes, H. Ikezi, and R. Davis, Phys. Rev. Lett. **45**, 902 (1980).
- 9) Y. Nishida and T. Nagasawa, Phys. Rev. Lett. **45**, 1626 (1980).
- 10) T. Nagasawa, M. Shimizu and Y. Nishida, Phys. Lett. **87A**, 37 (1981).
- 11) F. Kako and N. Yajima, J. Phys. Soc. Japan **49**, 2063 (1980).
- 12) T. Nagasawa and Y. Nishida, (submitted to Phys. Rev. A).
- 13) I. Tsukabayashi, Y. Nakamura, F. Kako and K. E. Lonngren, (preprint).
- 14) B. B. Kadomtsev and V. I. Petviashvili, Dokl. Akad. Nauk SSSR, **192**, 753 (1970) [Sov. Phys. Dokl. **15**, 539 (1970)].

不安定系のソリトン

九大応力研 矢嶋信男, 河野光雄, 上田正二

分散媒質内を伝播する非線形波動現象でソリトンが重要な役割を果たすことはよく知られている。この場合、ソリトンモードは分散と非線形性のバランスによって安定に保たれるのである。一次元のときには、現象の本質的な部分はいわゆる KdV 方程式で記述されることが判っていて、ソリトンの安定性や衝突における個性保存など興味ある事柄が発見されている。その結果、ソリトン非線形ノーマルモードとして解釈する立場も生まれている。二次元系でもソリトンは重要である。波面に平行な方向の変動がゆるやかであって、弱二次元近似が許されるときには、現象は Kadomtsev-Petviashvili 方程式で表される。この方程式についても、いろいろの議論が行われているが、中でも興味深いのはソリトンレゾナンスである。一