

氏 名	ふじ 藤 原 宏 志
学位(専攻分野)	博 士 (情 報 学)
学 位 記 番 号	情 博 第 79 号
学位授与の日付	平 成 15 年 3 月 24 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	情 報 学 研 究 科 複 雑 系 科 学 専 攻
学 位 論 文 題 目	Numerical Analysis of Ill-Posed Problems Based on Multiple-Precision Arithmetic (多倍長計算を用いた非適切問題の解の数値的再構成と数値解析に関する研究)
論文調査委員	(主 査) 教 授 磯 祐 介 教 授 木 上 淳 教 授 佐 藤 亨

論 文 内 容 の 要 旨

本研究は微分方程式の逆問題など、Hadamard の意味での非適切問題 (ill-posed problems) の大規模数値計算の高速・高精度化を念頭においた多倍長数値計算環境の設計と実装を行い、さらに実装された多倍長計算環境を典型的な非適切問題の数値計算に適用してその有効性と問題点を精密に論じている。

逆問題の数学解析では、解の存在を仮定した上でその解の一意性と安定性が主として研究されているが、非破壊検査や各種断層撮影法のような応用上重要な逆問題を研究対象とする場合、解の再構成こそが最も重要な課題であると考えられる。しかし実用性を考慮した場合、非適切問題の厳密解を構成する有効な数学的手法は一般には無く、数値的近似解を求める手法に頼らざるを得ない。その一方で、非適切問題の離散化は問題の性質の上から数値的に不安定になることが避けられず、丸め誤差を伴う現行の FORTRAN 等の浮動小数点方式による科学技術計算においては、この問題に対して信頼できる数値計算が極めて困難であった。このような背景にあって、本論文では問題に応じて任意に十分な桁数を確保して実数の近似および演算を行うことが可能な多倍長数値計算を利用することにより、仮想的に丸め誤差のない数値計算を実現することによって、丸め誤差の混入に対して極めて敏感な問題に対しても信頼できる数値計算が可能となると考え、多倍長数値計算環境に関する研究を行なうとともに、その有効性を数値解析学の視点から論じて新たな知見を得た。

具体的な研究内容は、高速な多倍長数値計算環境の設計と実装に関する内容と、構築された環境を利用した非適切問題の数値解析の二点からなっている。設計・実装においては物理・工学・医学などに現れる微分方程式の逆問題の数値計算への適用を想定して、大容量メモリの利用や計算の効率化が重要と判断し、さらに今後の計算機の普及を予測し、64bit RISC アーキテクチャを対象に高速の多倍長計算環境の設計および実装を行なった。また数値解析の面では、典型的な非適切問題の数値計算として、解析関数の枠での楕円型初期値問題の差分解法と、解析関数を積分核とする第一種積分方程式を対象に研究が行なわれ、多倍長数値計算環境の有効性が示されている。特に後者では、Tikhonov 正則化法の適用における最適パラメータ選択問題を構築された多倍長数値計算環境上での数値実験から精密に論じ、これまで広く認められていた L-curve 法の問題点を指摘した。また精密な数値計算を重ねた結果、多倍長数値計算環境では採用される数値計算スキームの打ち切り誤差を計算誤差に見合って減少させることが重要であることを示し、この問題を解決するために2次元のある第一種積分方程式に対しては、スペクトル法にもとづく新たな離散化手法の提案も行なった。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

申請者の学位申請に係る研究は、高速な多倍長数値計算環境の設計と実装、および実装された環境を利用した Hadamard の意味での非適切問題の数値計算・数値解析に関するもので、非適切問題の数値解析を実用的な数値計算の視点から論じて多くの新たな知見を得ている。

現行の FORTRAN や C 言語等による科学技術計算では、実数は10進数で約15桁をもつ有限精度の浮動小数点数として

扱われることが多く、真値との間に丸め誤差と呼ばれる誤差が生じる。Hadamard の意味で適切 (well-posed) な問題に対しては、これまでも数値解の収束性と安定性が精密に論じられており、それらの理論を背景として丸め誤差を含む現行の浮動小数点方式による数値計算の有効性が論じられ、信頼できる多くの科学技術数値計算が行われてきた。これに対し、申請者の対象とする Hadamard の意味で非適切 (ill-posed) な問題では、数値計算のための問題の離散化に際し、問題が数値的に不安定 (ill-conditioned) となることが避けられず、現行の倍精度環境では計算過程において丸め誤差が異常に増大して計算結果が意味をなさなくなる場合が多い。申請者はこのような数値的に不安定な問題に対し、任意に十分な桁数を確保することによって仮想的に丸め誤差を除去する計算手法に目をつけ、この手法の有効性と問題点を数値解析の視点と数多くの数値実験から論じ、新たな知見を得ている。特に解析函数核を有する第 1 種積分方程式に Tikhonov 正則化法を適用した場合の最適パラメータ選択に関しては、多くの数値実験を精密に検討することによって、これまでは信じられていた Hansen の L-curve 法の有効性に対する問題点の指摘を行なっている。さらにスペクトル選点法を下敷とする新たな数値計算スキームを提案し、従来手法では困難であった、ある二次元の第 1 種積分方程式の高精度数値計算にも成功している。

これまでの多倍長数値計算環境は、応用上重要な非適切な函数方程式の数値計算が想定されていなかったため、メモリー容量と計算時間の点で大きな制約と問題点が有った。申請者はこの問題も解決し、次世代計算機と目される 64bit RISC アーキテクチャを対象に高速な多倍長数値計算環境の設計とその実装を行ない成功している。具体的には工学・医学等に現れる具体的な逆問題などの非適切問題の数値計算を想定し、10進法で500桁から1,000桁程度の精度と大規模メモリのアクセスを想定して多倍長計算環境の開発を行ない、成功している。この成果は、多倍長数値計算環境の計算力学への適用についての道を拓くものであり、高く評価されるものである。この研究内容は、申請論文の前半に纏められている。

本申請論文は、Hadamard の意味での非適切問題の数値計算に対して、多倍長数値計算環境の適用という新たな取り組みに加え、その数値計算を高速に実行する数値計算環境の設計と実装、数値解析の視点からの数値計算の検証と、数学と情報工学の両面から総合的に取り組む研究として極めて優れた研究と言える。よって本申請は、京都大学博士（情報学）の学位論文として十分価値のあるものであると認める。また平成14年12月20日に実施した論文内容とそれに関連した試問の結果、合格と認めた。