

大学の研究・動向**高速電磁界解析とHPC（High Performance Computing）技術**

工学研究科 電気工学専攻 電磁工学講座 電磁エネルギー工学分野

教授 島 崎 眞 昭

simasaki@kuee.kyoto-u.ac.jp

助教授 松 尾 哲 司

tmatsuo@kuee.kyoto-u.ac.jp

工学部情報センター助教授 上 原 哲太郎

tetsu@info.kogaku.kyoto-u.ac.jp

助手 美 舩 健

mifune@fem.kuee.kyoto-u.ac.jp

1. はじめに

近年、電気機器、電子機器の環境負荷の低減、高効率化が求められ、その実現のため実用電気機器、電子機器の最適設計において電磁界数値シミュレーションの高精度化、高速化・高効率化への要望が高まっている。電気学会、IEEEなどで活発に研究が行われているだけでなく、1998年以降Mathematics of Computation, SIAM Journal on Scientific Computation, SIAM Journal on Numerical Analysis 等に“Maxwell”をタイトルの一部とする論文が多く出版されるなど応用数学分野の研究者の増加も見られ、研究の輪が広がっている状況である。

電磁界解析の高精度化、高速化・高効率化には、1) 高速の数値計算アルゴリズムの開発、2) 電磁界解析におけるHPC（High Performance Computing）技術の応用が重要である。また、現在は線形電磁界解析が使用されることが多いが、電磁界問題の数値解析においては多くの場合、非線形特性の磁性材料が関係し、損失の解析の高精度化には、3) 磁性材料の精度の高いモデル化手法の開発が必要である。

我々はこれらに関する基本的な要素技術の研究開発に焦点を絞り、研究を進めている。

上記の1)と2)に関しては、大規模連立一次方程式の高速解法が必須の要素技術である。なぜなら、電磁界など物理的な界を記述する偏微分方程式は、有限要素法あるいは有限差分法などを用いた離散化により大規模な連立一次方程式に帰着されるが、通常、この連立一次方程式の求解部分が解析全体の計算コストの大部分を占めるからである。このため有限要素法・有限差分法で導かれる連立一次方程式に対する高速解法が、古くから盛んに研究されてきた。電磁界数値解析分野において現在最も広範に使用されている線形解法は、不完全コレスキー分解前処理つき共役勾配（Incomplete Cholesky Conjugate Gradient, ICCG）法である。当研究室では、上述した背景に加えて、最近のHPC分野における並列計算機の急速な台頭を考慮し、並列計算機を使用した高速電磁界解析のための並列ICCG法について、現在学術情報メディアセンター所属の岩下助教授と共同研究を行ってきた。また、加えて当研究室では、ICCG法より高速な解法として最近注目されている代数的マルチグリッド（AMG）法の研究を進めている。

並列ICCG法に関しては、解くべき連立一次方程式の未知数の順序付けを変更することでICCG法の並列処理を可能にする手法を中心的に扱い、これまでに、PICCG-RP法[1]・代数学的多色順序付

けによる並列ICCG法〔2〕・ブロック化赤—黒順序付けによる並列ICCG法〔3〕等を提案している。PICCG-RP法、ブロック化赤—黒順序付けによる並列ICCG法についてはそれぞれCUE第4号、第10号でとりあげており、2に代数学的多色順序付けによる並列ICCG法について述べる。

また、連立一次方程式の未知変数の数を n としたとき、 n が増大するほど、連立一次方程式の反復解法の収束までの計算量の n に関するオーダーが問題となる。AMG法は、このオーダーがICCG法よりも低い解法として近年注目されている。当研究室では、電磁界解析に対するAMG法の研究を進めており、その最近の状況について3に述べる。

最後に、非線形磁気特性、特にヒステリシス特性のモデル化、実測結果との比較などについて4に述べる。

2 代数学的多色順序付けによる並列ICCG法

CG法のIC分解による前処理においては、(完全な) コレスキー分解による直接解法と同様、前進代入計算(下三角係数行列を持つ連立方程式の求解)・後退代入計算(上三角係数行列を持つ連立方程式の求解)が行われる。前進代入計算・後退代入計算はそれぞれ逐次的な前進処理・後退処理を必要とするため、本質的に並列処理が困難である。また、2つの三角行列を得るためのIC分解そのものも、同様に並列処理が困難である特性をもつ。

しかしながら、有限要素法・有限差分法から導かれる係数行列はほとんどの成分が零値をとるスパース性を持つことから、行列のスパースパターン(非零成分の位置分布)を考慮して未知数の順序付けを変更することによって、IC前処理アルゴリズムを並列に処理することが可能となる。

多色順序付け法では、方程式の未知数を複数のグループ(色)に分類(塗り分け)する。ただし係数行列の i, j 成分が非零であるときに、第 i 番目の未知数と第 j 番目の未知数が同色に塗られないように、未知数を塗り分けるのが特徴である。未知数を各グループ(色)ごとに並び替えることで、係数行列は図1のような並列処理に適したスパースパターンを持つようになる。

従来の多色順序付け法では、主に有限差分解析が扱われており、その場合有限差分グリッドの規則性を用いて色の塗り分けが行われていた。これに対して、係数行列のスパースパターン情報を用いて自動的に塗り分けが行われるのが、代数学的多色順序付け法の特徴である。これによって、有限要素解析で現れるようなランダムスパース行列に対して有効な並列ICCG法を開発することが可能となった。

約100万自由度の電磁界有限要素解析において、代数学的多色順序法による並列ICCG法の有効性を確認している。図2は、求解の並列化による速度向上を示したものである。

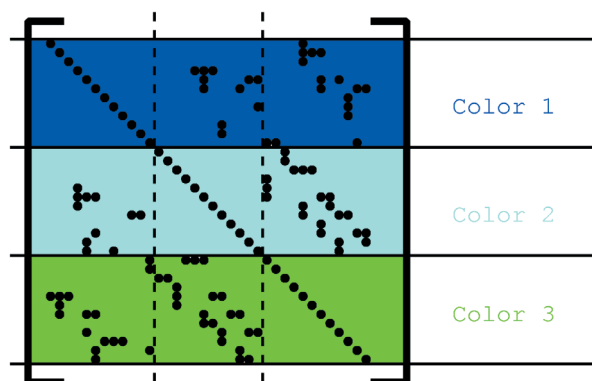


図1：多色順序付け後の行列

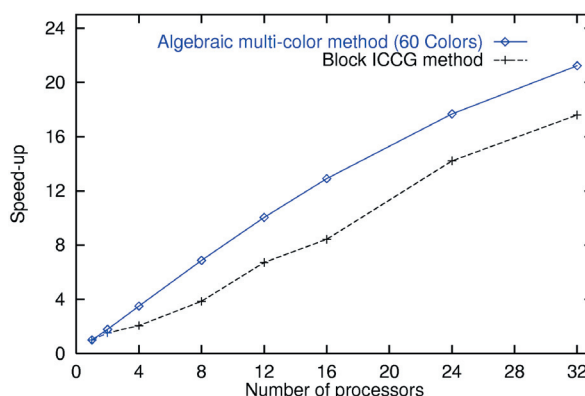


図2：並列処理による求解速度向上
(青実線：提案手法、黒破線：従来手法)

3. 代数マルチグリッド (Algebraic MultiGrid, AMG) 法による高速電磁界解析

CG法の前処理としてIC分解を用いるICCG法は、その高速性と汎用性から、実用的電磁界解析の多くの場面で用いられている。しかし最近では、IC分解と比較してさらに効果的な前処理技術として、マルチグリッド法を導入するケースも増加しつつある。マルチグリッド法は、偏微分方程式の離散化から導かれる連立一次方程式に対する効果的な前処理として近年注目を浴びている手法である。当研究室においても、並列ICCG法の開発に並行してマルチグリッド法の適用について検討を進めている。

マルチグリッド (多重格子) 法は、偏微分方程式の離散化に使用するグリッド以外に、粗密の異なる複数のグリッドを利用する手法である。求解を行うグリッドに対して自由度を小さく設定したグリッド (コースグリッド) を複数使用することで、前処理の効果を高めることに特徴がある。初期のマルチグリッド法においては、解析領域の幾何的形狀を考慮してコースグリッドを (ユーザが) 作成し、グリッド間の写像計算にもグリッドの座標データを用いるのが通常であった。現在ではこのような手法は、後に述べる代数マルチグリッド法と区別して幾何マルチグリッド法と呼ばれている。

代数マルチグリッド法では、幾何マルチグリッド法と異なり、コースグリッドはアルゴリズム内で自動的に作成される。このことにより、代数マルチグリッド法は、計算ライブラリとして利用しやすく、マルチグリッド法の知識を持たないユーザにとっても容易に使用可能であるという長所を持つ。当研究室では、電磁界解析分野における代数マルチグリッド法の応用に関して研究・開発 [4] [5] を行っている。

これまでの研究の成果としては、電気機器の解析で頻繁に使用される辺要素有限要素法に対して開発された代数マルチグリッド法 [5] が挙げられる。代数マルチグリッド前処理の構築に際してシフトパラメータを導入することで、係数行列が特異であるという辺要素有限要素解析に特有な問題を解決し、解析の高速化を実現した。

表1は、約16万自由度の電磁界辺要素有限要素解析に代数マルチグリッド法を適用した例の計算結果である。ICCG法と比較して解析が大幅に高速化されていることが分かる。

表1 数値計算結果

求解法	CPU時間 [s]	CG反復回数
AMGCG	114	34
ICCG	388	201

4. 磁気ヒステリシス特性のモデル化手法の開発

世界の電力の大きな部分が電動機によって消費されており、また今後、環境への負荷が少ない電気自動車の普及が予想され、電動機の一層の高効率化ならびに小型軽量化が求められている。しかし、電気機器の鉄心材料である電磁鋼板は磁気ヒステリシス特性を持っており、この特性を正確に表現することは容易でない。このことが、前章までに述べたような高速大規模電磁界計算技術の進展にもかかわらず、電磁界解析の高精度化を阻む大きな要因となっている。そこで、当研究室では、電磁鋼板の磁気ヒステリシス特性の効率的で正確なモデル化手法の開発に取り組んでいる。

表現能力と記述の容易さを兼ね備えたヒステリシスモデルとしては、プライザッハモデルが有名であるが、記憶容量と計算コストの点から大規模電磁界計算に不向きである。当研究室では、プライザッハモデルと同等の表現能力を持ちながら、より効率的なヒステリシスモデルであるストップモデルとプレイモデルに着目して、これらの電磁鋼板の磁気特性表現への応用を行っている。特に、ストップモデルは、磁束密度を入力として磁界を出力とするのに適したモデルであることから磁気ベクトルポテンシャルを用いた解析に有用であるが、同定法が確立していないなど研究が進んでいないため、

当研究室では、同モデルの同定法の開発を含めた研究を進めている。

図3にストップモデルを用いて無方向性電磁鋼板（JIS: 50A290）の直流磁気特性を表現した例を示す [6]。ただし、図3の“モデル1”はストップモデルの性質を利用した同定法 [7] による結果であり、この結果の問題点から、モデルと同定法を改良した結果が“モデル2”である。図3（a）は、偏磁したB-Hループ、同（b）では高調波を含むB-Hループを示している。モデル1では電磁鋼板のヒステリシス特性が大まかに表現されているが、モデル2では表現がより正確になっていることがわかる。なお、磁気特性の測定は単板磁気試験器によって行っている。

当研究室ではその他に、プレイモデルによる磁気特性表現に関する研究 [8]、ベクトルヒステリシスモデルに関する研究 [7]、ヒステリシスモデルの電磁界解析への応用に取り組んでいる。

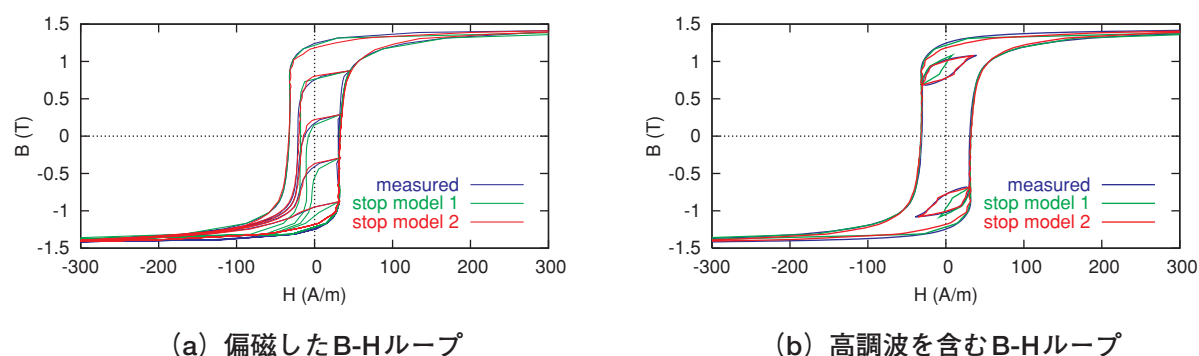


図3 ストップモデルによるヒステリシス特性の表現

5. おわりに

次世代の高精度、高速の電磁界解析の要素技術として重要な並列化ICCG法、AMG法、磁気ヒステリシスのモデル化手法について述べた。最近、HPC技術の世界では、グリッドコンピューティングが注目されている。われわれも、グリッドコンピューティング時代における電磁界解析について、要素技術の研究に取り組んでいく予定である。

参考文献

- [1] T. Iwashita and M. Shimasaki: “Parallel Processing of 3-D Eddy Current Analysis with Moving Conductor Using Parallelized ICCG Solver with Renumbering Process,” IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 36, pp. 1504-1509, 2000.
- [2] T. Iwashita and M. Shimasaki: “Algebraic Multicolor Ordering for Parallelized ICCG Solver in Finite-Element Analyses,” IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 38, pp. 429-432, 2002.
- [3] 岩下武史, 島崎眞昭: “同期点の少ない並列化ICCG法のためのブロック化赤—黒順序付け,” 情報処理学会論文誌, 第43巻第4号, 893-904, 2002.
- [4] T. Mifune, T. Iwashita and M. Shimasaki: “A Fast Solver for FEM Analyses Using the Parallelized Algebraic Multigrid Method,” IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 38, pp. 369-372, 2002.
- [5] T. Mifune, T. Iwashita and M. Shimasaki: “New Algebraic Multigrid Preconditioning for Iterative Solvers in Electromagnetic Finite Edge-Element Analyses,” IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 39, pp. 1677-1680, 2003.
- [6] T. Matsuo, Y. Terada and M. Shimasaki: “Comparison of Identification Methods for Stop Model with Input-Dependent Shape Function,” 14th Conference on Computation of Electromagnetic Fields (COMPUMAG 2003), Vol. III, pp. 178-179, 2003.
- [7] T. Matsuo and M. Shimasaki: “Isotropic Vector Hysteresis Represented by Superposition of Stop Hysteron Models,” IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 37 (5), pp. 3357-3361, 2001.
- [8] 松尾哲司, 安藤啓一, 寺田靖, 島崎眞昭: “ストップモデルとプレイモデルによるヒステリシス特性表現に関する検討,” 電学論C, 123巻 (11), pp. 1958-1963, 2003.