

氏 名	竹 内 康 博 たけ うち やす ひろ
学位の種類	工 学 博 士
学位記番号	工 博 第 626 号
学位授与の日付	昭 和 54 年 9 月 25 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	工 学 研 究 科 数 理 工 学 専 攻
学位論文題目	Stability analysis of systems of the generalized Volterra type (一般化ボルテラ型システムの安定性解析)

論文調査委員 (主 査)
教 授 得 丸 英 勝 教 授 榎 木 義 一 教 授 布 川 晃

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は一般化ボルテラ型システムを対象とし、その平衡状態の大域的漸近安定性を解析したものである。すなわち、平衡点の存在条件とその大域的漸近安定条件を、リアプノフの直接法を用いて導き、またシステムの構造と安定性の関係を考察したものであって、5章から成りたっている。

第1章は緒論であって、一般化ボルテラ型システムの安定性解析に関する研究の歴史的概観を簡潔に述べ、以後の各章で取り扱う問題の位置づけと目的を明らかにしている。

第2章では一般化ボルテラ型システムの安定性解析の基礎をなす問題である非負の大域的に漸近安定な平衡点の存在について述べている。まず、システムと退化システムの安定性の定義を、非負の解集合に対して与えている。リアプノフの直接法により非負の平衡点が、大域的に漸近安定となるための条件を導出し、数理計画法の一分野である線型相補性問題の知られている結果を適用して、平衡点の存在条件を求めている。この結果、従来知られていた安定条件より広い条件を得、しかもその条件は平衡点の存在を保証していることを示している。さらに、システムの構造が特殊な場合について考察し、非負の大域的に漸近安定な平衡点が存在するための必要十分条件をも与えている。また、存在条件が成り立つためのいくつかの必要条件と十分条件を求めている。さらに、線型相補性問題の解が一般化ボルテラ型システムの安定な平衡点となることを示し、これより安定平衡点は、線型相補性問題のアルゴリズムにより容易に求められることを明らかにしている。

第3章では一般化ボルテラ型システムの構造と安定性の関係が考察されている。一般化ボルテラ型システムの安定性解析はこれまでもなされているが、システムの構造という観点からは十分に研究されていない。まず、システムの構造をグラフ理論におけるグラフを用いて表現する方法を与えている。すなわち、システムの状態量を点で表わし、状態量間の関係を有向枝で表わすグラフを用いている。システムに対応するグラフのサイクルの性質により一般化ボルテラ型システムの構造を分類している。この構造の分類がシステムの構造と安定性の関係を系統的に解析する際に有力な概念であることを示している。さらに、こ

の章では各種の構造をもつシステムの安定性が考察されており、安定平衡点をもつための必要十分条件が幾つかの場合に与えられている。さらに要素間の相互作用の大きさには依存しない形で、非負の安定平衡点が存在するための必要十分条件を、行列の定性的安定性の概念を用いて求めている。

第4章は、二つのサブシステムから構成され、サブシステム間の相互作用が競争的であり、サブシステム内部の相互作用が共同的であるシステムについて考察している。サブシステム間の相互作用の大きさにより、大域的に漸近安定な平衡点の個数や位置がどのように変化するかを示している。得られた結果は、生物学的意味に合致したものである。

第5章では、一般化ボルテラ型システムに対して前の章で与えられた安定性解析手法をさらに一般の非線型システムに拡張することについて考察している。非線型相補性問題とシステムの安定性解析問題の関係を明らかにし、後者の安定平衡点が、前者の解となっていることを示している。

論文審査の結果の要旨

生態系、化学反応系あるいは経済系などではその動的特性が一般化ボルテラ型方程式系で記述されるシステムがしばしばみられる。この方程式系は2次の非線型項を含む連立常微分方程式系であるが、2種の生物からなる集団の挙動を表現するモデルとしてこの種の2元連立方程式系が1920年代に V. Volterra 等により研究されたことから、このようによばれている。以来この系は、主として生態系のモデルとして研究されてきたが、近年工学の種々の分野においてもこの系によって表現されるシステムの動特性が問題となり研究が行われるようになった。しかし、これまでの主要な研究は変数の数がきわめて少ない場合か、特殊な構造をもつ場合に限られており、一般的多変数の場合について体系的な研究成果は得られていなかった。本論文は平衡状態の安定性解析を一般的多変数の場合について行ったものであり、得られた主要な成果は次のとおりである。

1. 著者は非線形システムの安定性解析の一般的手法であるリアプノフの直接法に基づいて、一般化ボルテラ型システムの大域的安定性を解析する一般的方法を提案している。一般化ボルテラ型システムでは平衡状態は唯一つではないため、大域的考察は非常に困難である。また、モデルの本来の意味から非負の状態空間を全空間とする安定性解析法を確立する必要があるという困難性も存在した。著者はこれらの困難を巧みなリアプノフ関数を構成することにより解決したものであり、高く評価される。
2. 変数の数が多い場合には平衡状態の数も多く、平衡状態を求めること自体が困難な問題であるが、著者は非負空間における平衡状態を求める問題が数値計画法の分野における線型相補性問題 (LCP) と深い関連をもつことを見出し、LCP の研究成果をこの問題に適用することにより、安定な平衡状態を数値的に求めるのに既知のアルゴリズムを適用できることを示した。このことは具体的な対象の安定性解析において大きな意義をもつものである。
3. この分野の一つの重要な研究課題はシステムの構造と安定性との関係を明らかにすることである。著者はシステムの構造を類別するためにグラフ理論における有向グラフを用いた。すなわち、状態量を点で表わし、状態量間の関係を有向枝で表わしたグラフを用いてシステムを類別した。グラフにおけるサイクルの存在とその性質がシステムの平衡状態の存在と安定性に密接に関係することを明らかにし、また特殊

な幾種類かのシステムについて安定性解析を行った。このことは今後のこの分野での研究に一つの重要な視点を提供するものとして評価される。

以上要するに、本論文は工学の種々の分野でみられる一般化ボルテラ型システムの安定性について、可能な限り一般的な形で論じ、解析の手法を与えたものであり、学術上、實際上寄与するところが少ない。

よって、本論文は工学博士の学位論文として価値あるものと認める。