

初期構造異方性を考慮したひずみ空間多重せん断モデルによる 応力誘導ファブリックの表現

Evolution of Stress-induced Fabric in a Strain Space Multiple Mechanism Model Accounting for Inherent Fabric Anisotropy

上田恭平・中原知洋⁽¹⁾

Kyohei UEDA and Tomohiro NAKAHARA⁽¹⁾

(1) 五洋建設株式会社

(1) Penta-Ocean Construction Co., Ltd.

Synopsis

Consideration of inherent anisotropy is crucial to gaining an improved understanding of the behavior of granular materials. For describing the sand behavior associated with inherent anisotropy, a constitutive model has been developed within a framework of a strain space multiple mechanism model. In the proposed model, a second-order fabric tensor is extended by incorporating a new function that represents the effect of inherent anisotropy along with three additional parameters: two of them control the degree of anisotropy and the third one expresses the principal direction of inherent anisotropy. This manuscript investigates the effect of inherent anisotropy (i.e., the effect of the additional parameters) on the evolution of stress-induced fabric corresponding to the strain space fabric, which is given as a projection of the macroscopic strain field onto an individual virtual simple shear mechanism oriented in arbitrary directions.

キーワード: 初期構造異方性, 構成式, ひずみ/応力空間ファブリック, 粒状体, 微視的力学

Keywords: inherent anisotropy, constitutive equation, strain/stress space fabric, granular material, micromechanics

1. はじめに

砂のような粒状体の強度・変形特性は、応力誘導異方性に加えて初期構造異方性の影響を強く受けることが知られている。粒状体が応力载荷を受け非弾性変形を生じた際に、粒子や空隙の配置の変化に伴って発生するのが一般的に応力誘導異方性 (Arthur et al., 1977; Oda et al., 1985) と定義される。他方、初期構造異方性は堆積環境等に応じて生成され、ある特定の方向に卓越した粒子配列や粒子接触に起因すると考えられている (Arthur and Menzies, 1972; Oda,

1972)。

粒状体の初期構造異方性に関する研究の歴史は古く、粘着力のない土の強度特性や応力～ひずみ関係に及ぼす初期構造異方性の影響について、1970年代より三軸試験機を用いた研究が行われている (Arthur and Menzies, 1972; Oda, 1972; Arthur and Philips, 1975; Oda and Koishikawa, 1978)。1990年代に入ると、中空供試体を用いたねじり試験による初期構造異方性に関する研究が盛んに実施されるようになる (Nakata et al., 1998; Uthayakumar and Vaid, 1998; Yoshimine et al., 1998; Lade and Kirkgaard, 2000)。さ

らに近年では、室内試験に加えて遠心場における模型実験 (Yu et al., 2013; Ueda et al., 2019) や、個別要素法 (DEM) による数値解析的な研究 (Li and Li, 2009; Fu and Dafalias, 2011) も行われている。これらの研究成果を基に、有限要素法 (FEM) に用いられる連続体ベースの構成則に、初期構造異方性の影響を組み込む試みもなされている (Dafalias et al., 2004; Gao and Zhao, 2012; Gao et al., 2014)。

筆者の一人もひずみ空間多重せん断モデル (Iai et al., 2011) と呼ばれる砂のような粒状体の構成モデルを対象に、初期構造異方性の影響を考慮した改良モデルを提案している (Ueda and Iai, 2019)。ひずみ空間多重せん断モデルは一般的な弾塑性構成則と異なり、降伏関数や硬化則等を用いていない。任意の方向に配置された (微視的な) 単純せん断機構 (せん断バネ) の集合体でもって、連続体としての (巨視的な) 応力やひずみを与えている。これにより、主応力軸の回転等に伴う粒状体の微視的構造の変化、特に応力誘導ファブリックの変化を柔軟に表現することが可能である (Iai et al., 2013)。本論文では、巨視的ひずみのプロジェクションとして与えられるひずみ空間ファブリックとそれに伴う応力誘導ファブリックとの関係が、初期構造異方性の影響によりどのように変化するか考察する。

2. 初期構造異方性を考慮した構成則 (復習)

本章では、既に提案されている初期構造異方性を考慮したひずみ空間多重せん断モデルについて簡単に復習する。

まず、粒状体における連続体としての (巨視的な) 有効応力が、粒子間の接触力の (体積) 平均として与えられると考える。接触力 $\mathbf{P}$ は、Fig. 1 に示すように粒子中心を結ぶブランチ方向の成分 f_n と、それに直行する成分 f_t に分解できる。

$$\mathbf{P} = f_n \mathbf{n} + f_t \mathbf{t} \quad (1)$$

ここに、

$$\mathbf{n}^T = [\cos \theta \quad \sin \theta], \quad \mathbf{t}^T = [\sin \theta \quad -\cos \theta] \quad (2)$$

であり、角度 θ は水平軸 (x 軸) に対して定義する。種々の方向の (すなわち角度 θ が異なる) 接触力を考慮に入れ、これらの体積平均を取ることで、以下のように巨視的な有効応力が定義される。

$$\boldsymbol{\sigma}' = \frac{1}{V} \sum l \mathbf{P} \otimes \mathbf{n} \quad (3)$$

ここに、 l は粒子間のブランチ長である。

次に、接触密度 (単位体積当たりの接触数) m_v ,

平均ブランチ長 $\bar{l}_0$, および接触分布関数 $E(\theta)$ を導入

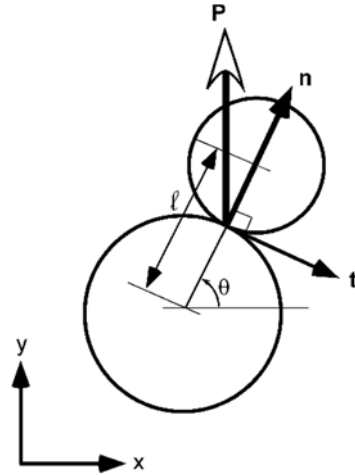


Fig. 1 Contact normal ($\mathbf{n}$) and tangential ($\mathbf{t}$) directions, and contact force $\mathbf{P}$

することで、式(3)は以下のように書き換えられる。

$$\boldsymbol{\sigma}' = m_v \bar{l}_0 \left[\int_0^{2\pi} F^*(\theta - \theta_0) f_n(\theta) E(\theta) \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} d\theta + \int_0^{2\pi} F^*(\theta - \theta_0) f_t(\theta) E(\theta) \mathbf{t} \otimes \mathbf{n} d\theta \right] \quad (4)$$

ここに、

$$\int_0^{2\pi} E(\theta) d\theta = 1 \quad (5)$$

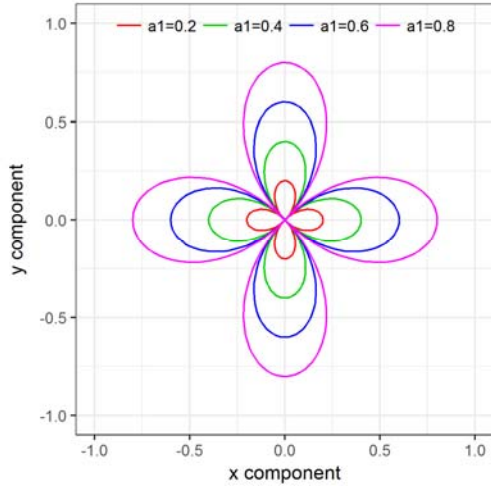
$$F^*(\theta) = 1 + a_1 \cos 2\theta + a_2 \cos 4\theta \quad (6)$$

であり、 $F^*(\theta)$ は初期構造異方性の影響を考慮するために新たに導入した異方性関数である。式(6)の右辺第2項および第3項を角度 θ の関数として xy 平面に図示すると、Fig. 2 に示すような Rose curve が得られる。Rose curve は初期構造異方性を考慮するためのモデルパラメータである a_1, a_2 によりその大きさを変え、このことからパラメータ a_1, a_2 は異方性の程度を表現することがわかる (一方、式(4)の θ_0 は異方性の発現方向を制御する)。これらの Rose curve を式(6)の右辺第1項 (xy 平面では等方的な円となる) に足し合わせることで、Fig. 3 に示すように $F^*(\theta)$ が初期異方性構造を表現することになる。パラメータ a_2 の導入により、Fig. 3(b) のようにより高次の異方性構造を表現できるモデルとなっている点の特徴である。

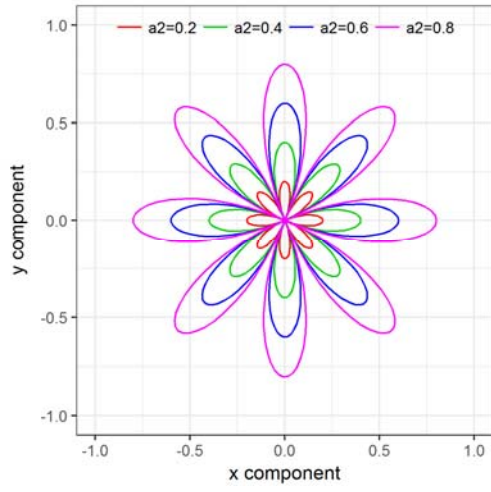
続いて、式(4)においてモーメントのつり合い、すなわち、

$$\int_0^{2\pi} f_t(\theta) E(\theta) (\mathbf{t} \otimes \mathbf{n} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{t}) d\theta = 0 \quad (7)$$

を考慮すると、以下のように有効応力が等方成分と偏差 (軸差および単純せん断) 成分の和として与えられることがわかる。

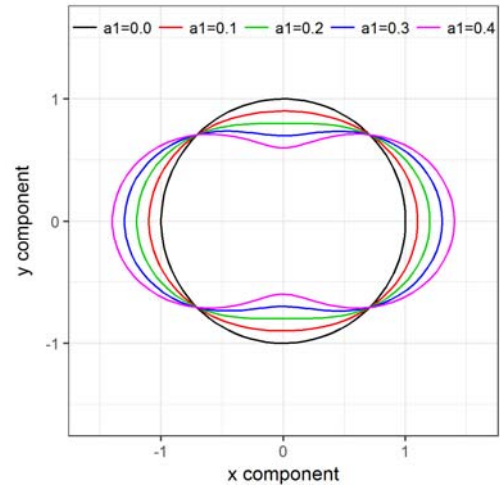


(a) $a_1 \cos 2\theta$

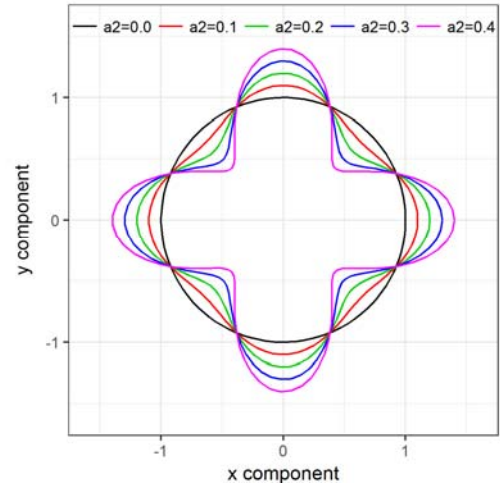


(b) $a_2 \cos 4\theta$

Fig. 2 Rose curves



(a) Effects of the anisotropic parameter a_1 with $a_2 = 0.0$



(b) Effects of the anisotropic parameter a_2 with $a_1 = 0.0$

Fig. 3 Distribution of the function $F^*(\theta)$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}' = & \frac{1}{2} m_v \bar{l}_0 \int_0^{2\pi} F^*(\theta - \theta_0) f_n(\theta) E(\theta) |\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}| d\theta \\ & + \frac{1}{2} m_v \bar{l}_0 \int_0^{2\pi} F^*(\theta - \theta_0) f_n(\theta) E(\theta) \langle \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \rangle d\theta \\ & + \frac{1}{2} m_v \bar{l}_0 \int_0^{2\pi} F^*(\theta - \theta_0) f_t(\theta) E(\theta) \langle \mathbf{t} \otimes \mathbf{n} \rangle d\theta \end{aligned} \quad (8)$$

ここに,

$$\begin{aligned} |\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}| &= \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} + \mathbf{t} \otimes \mathbf{t}, \\ \langle \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \rangle &= \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} - \mathbf{t} \otimes \mathbf{t}, \quad \langle \mathbf{t} \otimes \mathbf{n} \rangle = \mathbf{t} \otimes \mathbf{n} + \mathbf{n} \otimes \mathbf{t} \end{aligned} \quad (9)$$

式(8)の右辺第1項(等方成分)は、以下のように書くことができる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} m_v \bar{l}_0 \int_0^{2\pi} F^*(\theta - \theta_0) f_n(\theta) E(\theta) |\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}| d\theta \\ &= \frac{1}{2} m_v \bar{l}_0 \int_0^{2\pi} f_n(\theta) E(\theta) |\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}| d\theta = \frac{1}{2} m_v \bar{l}_0 \bar{f}_0 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (10)$$

ここに,

$$\bar{f}_0 = \int_0^{2\pi} f_n(\theta) E(\theta) d\theta \quad (11)$$

残る偏差成分(式(8)の右辺第2項と第3項)については、軸差せん断と単純せん断の主応力方向の違いを考慮すれば一つにまとめることができ、式(8)は以下のように簡略化して表現できる。

$$\boldsymbol{\sigma}' = -p' \mathbf{I} + \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} q \langle \mathbf{t} \otimes \mathbf{n} \rangle d\omega \quad (12)$$

ここに,

$$\langle \mathbf{t} \otimes \mathbf{n} \rangle = \begin{bmatrix} \cos \omega & \sin \omega \\ \sin \omega & -\cos \omega \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$p' = -\frac{1}{2} m_v \bar{l}_0 \bar{f}_0 \quad (14)$$

$$q = m_v \bar{l}_0 \left[\left\{ F^* \left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) f_n \left(\frac{\omega}{2} \right) E \left(\frac{\omega}{2} \right) - \bar{f}_0 \bar{E}_0 \right\} + F^* \left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) f_t \left(\frac{\omega}{2} + \frac{\pi}{4} \right) E \left(\frac{\omega}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad (15)$$

$$\bar{E}_0 = \frac{1}{2\pi} \quad (16)$$

なお、式(15)は各単純せん断機構における仮想単純せん断応力であり、以下のように書き換えられる。

$$q = F^* \left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) q_{\text{Iso}}(\omega) + q_{\text{Aniso}}(\omega) \quad (17)$$

ここに、

$$q_{\text{Iso}}(\omega) = m_v \bar{l}_0 \left[\left\{ f_n \left(\frac{\omega}{2} \right) E \left(\frac{\omega}{2} \right) - \bar{f}_0 \bar{E}_0 \right\} + f_t \left(\frac{\omega}{2} + \frac{\pi}{4} \right) E \left(\frac{\omega}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad (18)$$

$$q_{\text{Aniso}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left\{ F^* \left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) - 1 \right\} m_v \bar{l}_0 \bar{f}_0 = -\frac{1}{\pi} \{ a_1 \cos(\omega - \omega_0) + a_2 \cos 2(\omega - \omega_0) \} p' \quad (19)$$

すなわち、初期構造異方性がある場合の仮想単純せん断応力 q は、ない場合の仮想単純せん断応力 q_{Iso} を F^* によりスケリングし、さらに初期構造異方性に伴う付加項 q_{Aniso} を考慮すればよいことがわかる。ここで、式(19)に示すように q_{Aniso} は等方圧力 p' に比例し、拘束圧が大きいほど異方性の程度が強くなるモデルとなっている。

最後に、式(12)における積分区間を（仮想単純せん断機構における応力・ひずみの π 反対称性を用い）従来モデルと同じ $0 \sim \pi$ とすると（この処理は特に必須というわけではない）、初期構造異方性を考慮したひずみ空間多重せん断モデルが以下のように与えられる。

$$\boldsymbol{\sigma}' = -p' \mathbf{I} + \int_0^\pi q \langle \mathbf{t} \otimes \mathbf{n} \rangle d\omega \quad (20)$$

ここに、

$$q = \frac{1}{2} \left\{ F^* \left(\frac{\omega}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) + F^* \left(\frac{\omega + \pi}{2} - \frac{\omega_0}{2} \right) \right\} q_{\text{Iso}}(\omega) + \frac{1}{2} \{ q_{\text{Aniso}}(\omega) - q_{\text{Aniso}}(\omega + \pi) \} = F(\omega - \omega_0) q_{\text{Iso}}(\omega) + q_{\text{Aniso}}(\omega) \quad (21)$$

$$q_{\text{Iso}}(\gamma(\omega)) = \frac{\gamma(\omega) / \gamma_v}{1 + |\gamma(\omega) / \gamma_v|} q_v \quad (22)$$

$$\gamma(\omega) = \langle \mathbf{t} \otimes \mathbf{n} \rangle : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (23)$$

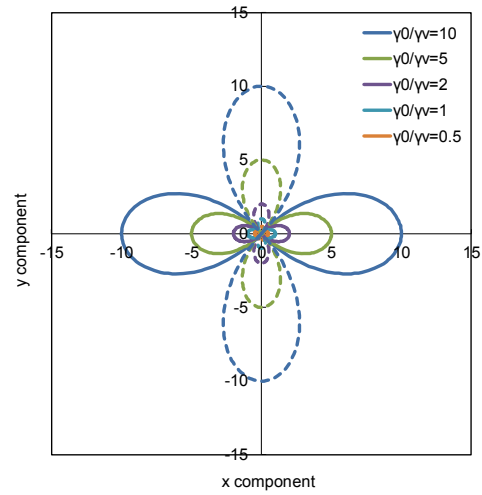
$$q_{\text{Aniso}}(\omega) = -\frac{1}{\pi} a_1 \cos(\omega - \omega_0) p' \quad (24)$$

$$F(\omega) = 1 + a_2 \cos 2\omega \quad (25)$$

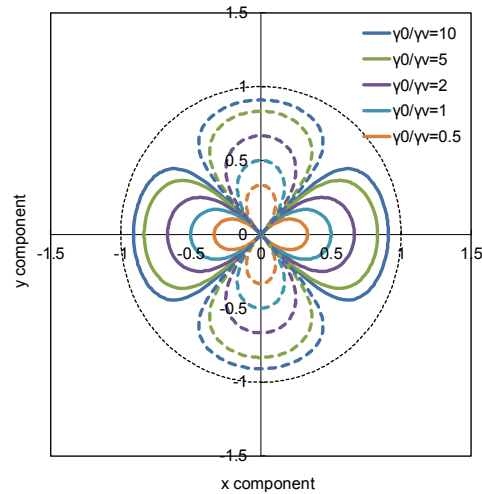
3. 単調軸差せん断時の誘導ファブリック

本章では、排水条件下で単調軸差せん断が作用する場合の誘導ファブリックに関して、初期構造異方性（パラメータ a_1, a_2 ）がどのように影響を及ぼすかについて検討する。せん断が作用する前の等方圧密時における有効拘束圧 p' は、本章および次章とも共通で100kPaに設定した（排水条件のため、せん断中に p' は変化しない）。また、土の強度定数として、せん断強度 τ_m は30kPaに、初期せん断剛性 G_0 は84,500kPaに設定した。

Fig. 4(a)に単調軸差せん断時のひずみ空間ファブリックを示す。载荷ひずみレベル（図中の γ_0/γ_v ）が大きくなるにつれて、（少しスリムな）四つ葉のク



(a) strain space fabric



(b) stress space fabric corresponding to q_{Iso}/q_v

Fig. 4 Evolution of fabric during monotonic biaxial shear

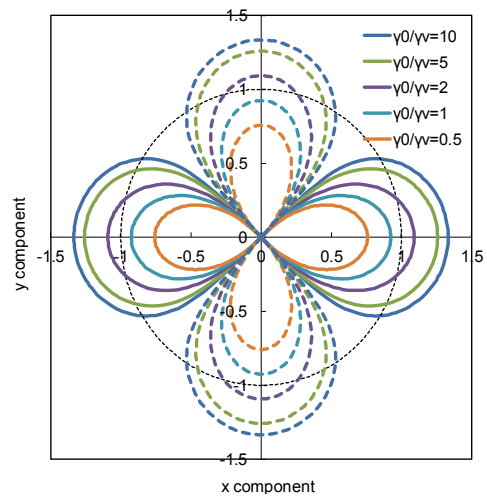
ローバー状にファブリックが進展する様子が確認できる．ここに、 γ_0 は式(23)において $\omega=0$ とした仮想単純せん断ひずみ、すなわち $\gamma(0)$ を、 κ は各仮想単純せん断機構におけるせん断基準ひずみを表す．なお、図中の実線／破線は式(23)の仮想単純せん断ひずみが正／負であることを示している (Fig. 4(b)でも同様) ．

次に、Fig. 4(b)はひずみ空間ファブリック (Fig. 4(a)) に基づき計算された応力空間ファブリックである．この応力空間ファブリックは、式(22)で表される初期構造異方性がない場合の仮想単純せん断応力 q_{Iso} (を各仮想単純せん断機構のせん断強度 q_v で正規化した値) の進展を表している．すなわち、Fig. 4(b)に示す応力空間ファブリックは、初期構造異方性パラメータ (a_1, a_2) の影響を受けず、以下の3.1～3.3節で共通となる．Fig. 4(a)のひずみ空間ファブリックがひずみの進展とともに形状を変えずに (相似的に) 拡大しているのに対し、応力空間ファブリックはひずみが大きくなるに従い四つ葉のクローバーの形状に近づいていき、最終的には単位円の大部分を占める (土の状態が破壊に近づく) 結果となる．

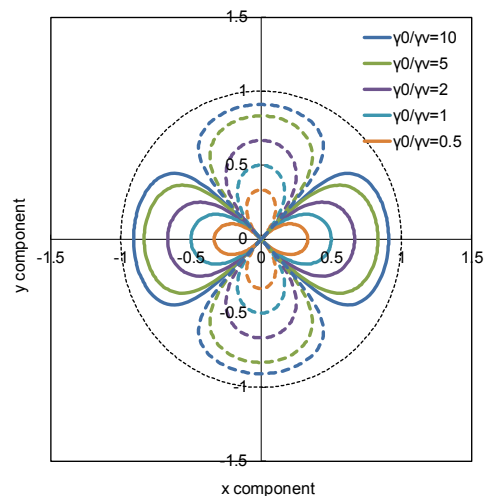
3.1 パラメータ a_1 ($=0.2$) の影響

本節以降では、初期構造異方性パラメータ (a_1, a_2) を考慮した場合の応力空間ファブリックの進展について考察する．なお、残る一つの初期構造異方性パラメータ ω に関しては、一般的な室内試験 (三軸試験や中空ねじり試験等) の条件にならない、特に断りがない限り180度 (堆積面が水平方向に相当) とする．

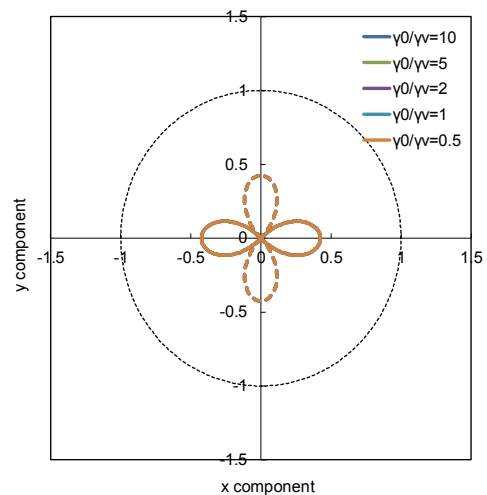
まず、パラメータ a_1 ($=0.2$) のみを考慮 (a_2 は無視) した場合の結果をFig. 5に示す．式(25)に示すとおり、仮想単純せん断応力 q_{Iso} のスケール関数 F は a_2 のみの関数であり a_1 の影響は受けない．そのため、Fig. 5(b)に示す応力空間ファブリック (式(21)の右辺第1項に相当) は、Fig. 4(b)の結果と等しいことがわかる．一方、式(24)に示すように q_{Aniso} はパラメータ a_1 (および有効拘束圧 p') の関数となっており、Fig. 5(c)に示すようなファブリックが得られる．Fig. 5(b)等とは異なり、载荷したひずみ振幅によらず同一の応力空間ファブリックが得られているのが特徴である．式(21)に示す通り、Fig. 5(b)と(c)の結果を足し合わせることで、Fig. 5(a)に示す仮想単純せん断応力 q に対応した応力空間ファブリックが与えられる．初期構造異方性がない場合の応力空間ファブリック (Fig. 4(b)) と比較して、同じひずみレベルにおいて四つ葉のクローバーの大きさが拡大するとともに、形状も少し異なっているのが確認できる．応力空間ファブリックが単位円 (破壊円に相当) を上回っていることから、初期構造異方性パラメータ a_1 ($=0.2$) の導入により、破



(a) components corresponding to q/q_v



(b) components corresponding to Fq_{Iso}/q_v



(c) components corresponding to q_{Aniso}/q_v

Fig. 5 Evolution of stress space fabric during monotonic biaxial shear ($a_1=0.2, a_2=0.0$)

壊条件が初期構造異方性がない場合から変化していると考えられる．Fig. 5(a)の結果を例えば個別要素法

(DEM) から得られた応力空間ファブリックと比較することで、パラメータの是非について検証できるものと考えられ、これについては今後の研究課題である。

3.2 パラメータ a_2 ($= 0.2$) の影響

次に、パラメータ a_2 ($= 0.2$) のみを考慮 (a_1 は無視) することで、応力空間ファブリックの進展について考察する。まず、式(24)に示すように q_{Aniso} はパラメータ a_2 の影響を受けないため、Fig. 6(c) では q_{Aniso} に対応した応力空間ファブリックは常にゼロとなっている。一方、仮想単純せん断応力 q_{Iso} のスケーリング関数 F は a_2 の関数 (式(25)) であることから、Fig. 6(b) に示す応力空間ファブリックは Fig. 4(b) の形状とは異なっている。 q_{Aniso} がゼロであるために、最終的に得られる仮想単純せん断応力 q に対応した応力空間ファブリックは、Fig. 6(a) に示すとおり同図(b)と同一の結果となる。Fig. 5(a) と Fig. 6(a) を比較すると、パラメータ a_1 の方が応力空間ファブリックに及ぼす影響は大きいですが、パラメータ a_2 のみを考慮した場合であっても破壊円が拡大している様子が確認できる。

3.3 パラメータ a_1 , a_2 の影響

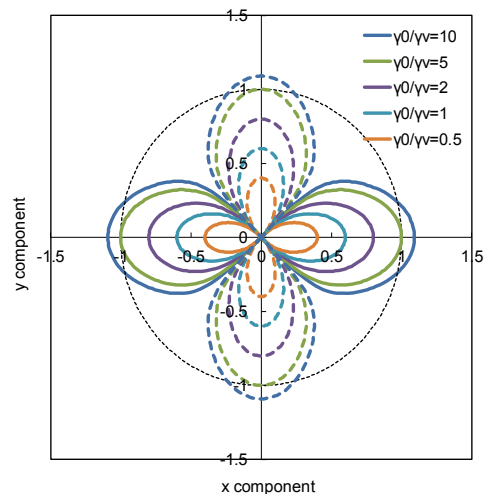
本節では、初期構造異方性パラメータ a_1 , a_2 の両者を考慮 (いずれも 0.2 に設定) した場合の結果について示す。以下に示すように、ここでは残る一つの異方性パラメータである ω_0 を 3 種類 (π , $3\pi/2$, 2π) に変化させ、その影響について調べることにした。

(1) 堆積角 0 度 ($\omega_0 = \pi$) の場合

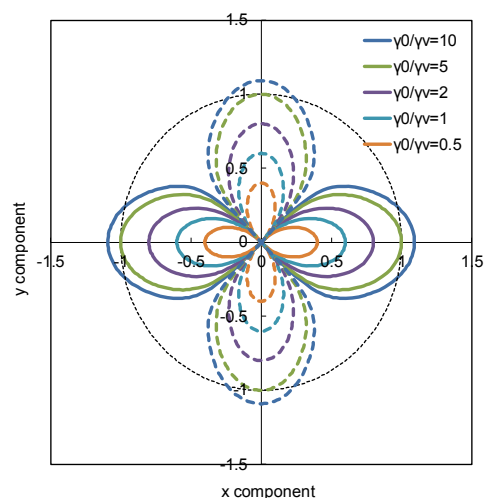
まず、 $\omega_0 = \pi$ とした場合の結果を Fig. 7 に示す。このケースは 3.1 節および 3.2 節の両者の条件を足し合わせたものに相当し、Fig. 7(b) は Fig. 6(b) と、Fig. 7(c) は Fig. 5(c) と同一の応力空間ファブリックとなっている。Fig. 7(a) に示す仮想単純せん断応力 q に対応した応力空間ファブリックは、Fig. 5(a) と Fig. 6(a) におけるパラメータ a_1 および a_2 の影響を、合算したような形になっていることが確認できる。

(2) 堆積角 45 度 ($\omega_0 = 3\pi/2$) の場合

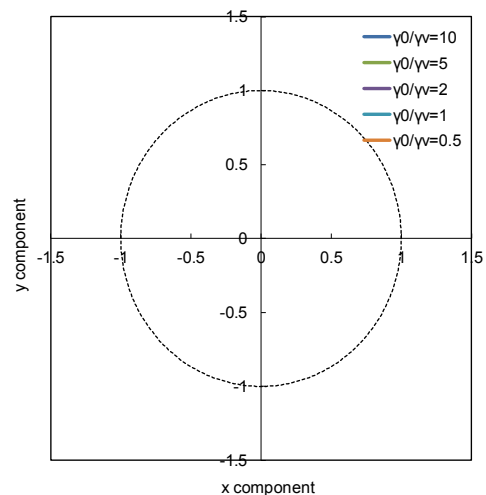
次に、 $\omega_0 = 3\pi/2$ (すなわち堆積角 45 度相当) とした場合の結果を Fig. 8 に示す。まず同図(c) に示す q_{Aniso} の応力空間ファブリックを見ると、Fig. 7(c) の結果を反時計回りに 45 度回転させたような分布形状となっている。一方、Fig. 8(b) に示す Fq_{Iso} に対応した応力空間ファブリックは、Fig. 7(b) の結果を x 軸および y 軸に沿って押し縮めたような分布形状となっている。ひずみが増大するにつれて、四つ葉のクローバーの各々の葉の形がハート型に近づく傾向にある。Fig. 8



(a) components corresponding to q/q_v



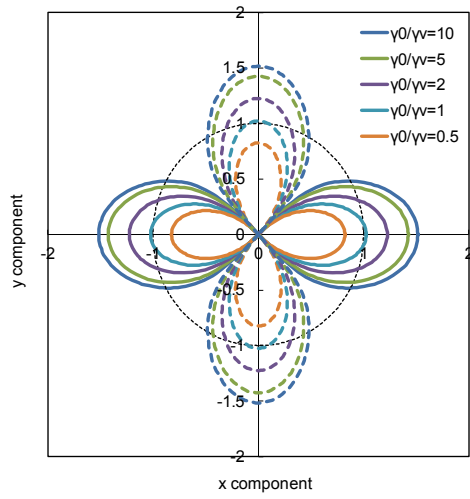
(b) components corresponding to Fq_{Iso}/q_v



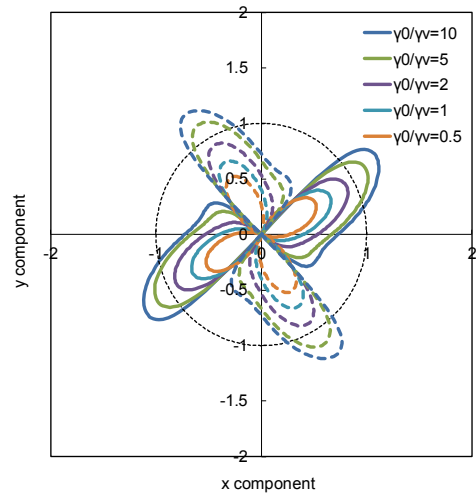
(c) components corresponding to q_{Aniso}/q_v

Fig. 6 Evolution of stress space fabric during monotonic biaxial shear ($a_1=0.0$, $a_2=0.2$)

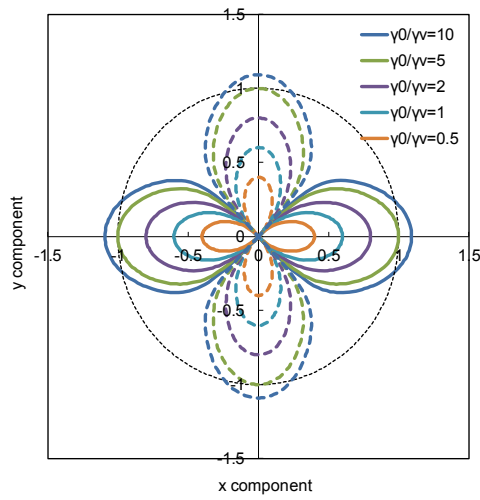
(a) では同図(b)と(c)を合算することで、Fig. 7(a) を反時計回りにおよそ 45 度回転し、よりスリムに歪ませ



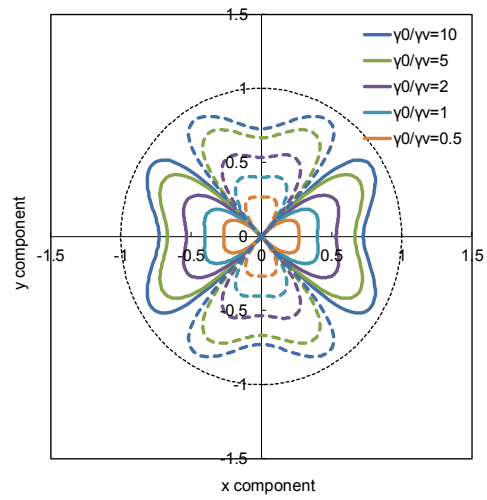
(a) components corresponding to q/q_v



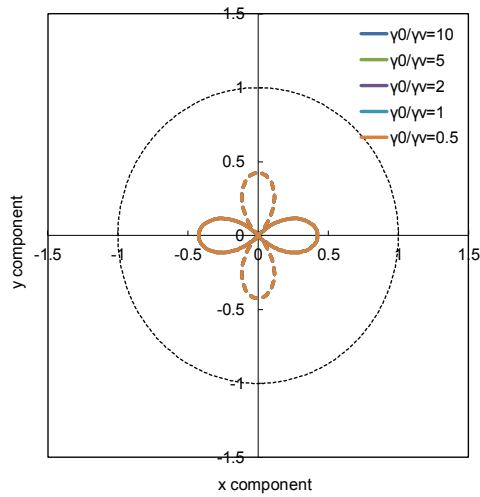
(a) components corresponding to q/q_v



(b) components corresponding to Fq_{Iso}/q_v

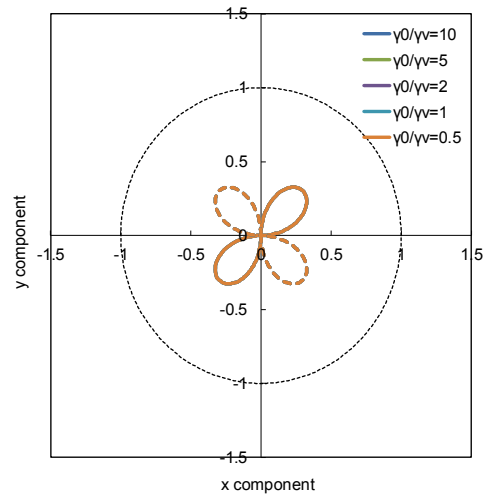


(b) components corresponding to Fq_{Iso}/q_v



(c) components corresponding to q_{Aniso}/q_v

Fig. 7 Evolution of stress space fabric during monotonic biaxial shear ($a_1=0.2$, $a_2=0.2$, $\omega_0=\pi$)



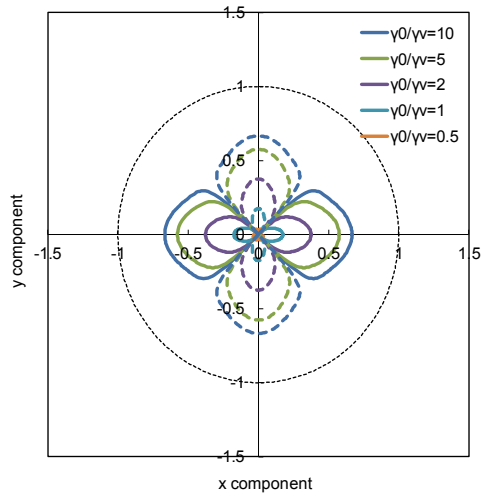
(c) components corresponding to q_{Aniso}/q_v

Fig. 8 Evolution of stress space fabric during monotonic biaxial shear ($a_1=0.2$, $a_2=0.2$, $\omega_0=3\pi/2$)

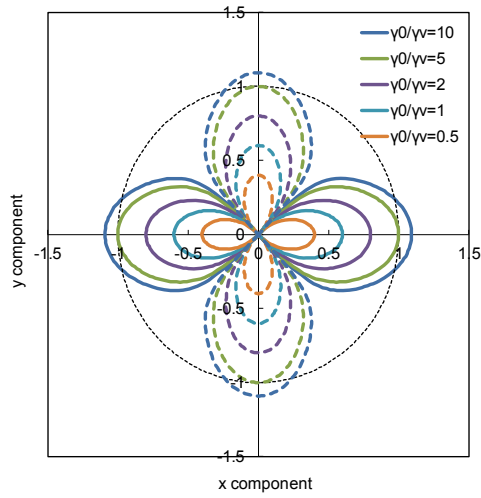
た、いわゆる扇風機の羽根のような分布形状が得られている。

(3) 堆積角90度 ($\omega_0 = 2\pi$) の場合

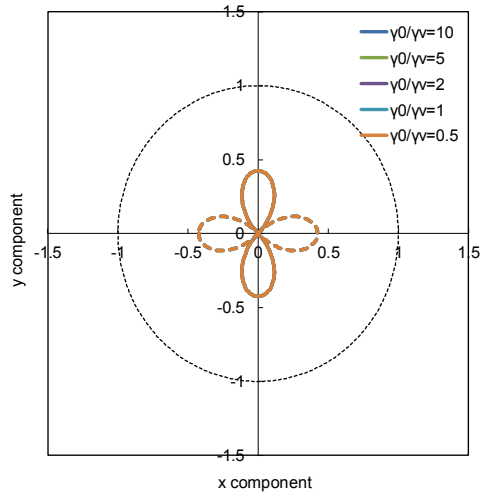
最後に、 $\omega_0=2\pi$ (すなわち堆積角90度相当) とした



(a) components corresponding to q/q_v



(b) components corresponding to Fq_{Iso}/q_v



(c) components corresponding to q_{Aniso}/q_v

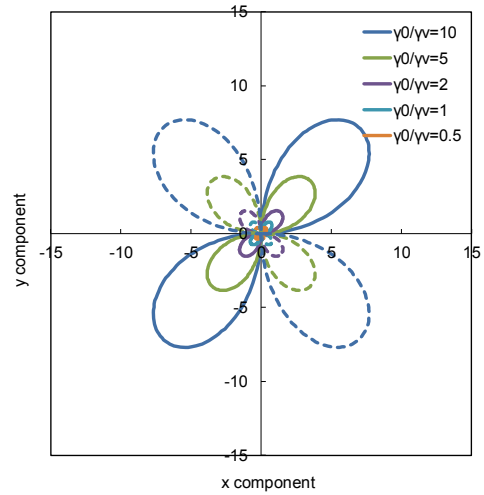
Fig. 9 Evolution of stress space fabric during monotonic biaxial shear ($a_1=0.2$, $a_2=0.2$, $\omega_0=2\pi$)

場合の結果をFig. 9に示す. 同図(c)に示す q_{Aniso} の応力空間ファブリックは一見するとFig. 7(c)と同じに見

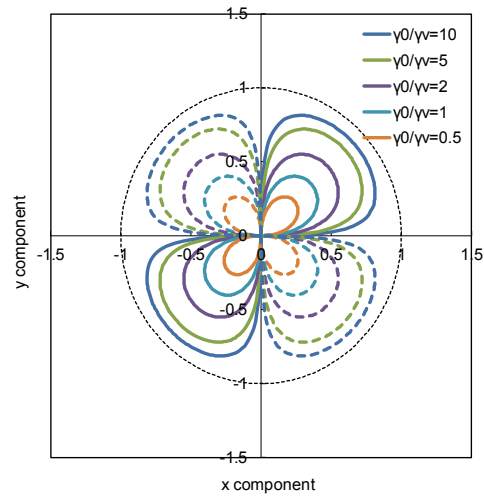
えるが, q_{Aniso} の正負が反転しているのが確認できる. 一方, Fig. 9(b)についてはFig. 7(b)と同一の結果であり, これは式(21)の右辺第1項において $\omega_0=2\pi$ もしくは $\omega_0=\pi$ のいずれを代入しても値が変わらないことから理解される. 結果として, Fig. 9(a)に示す仮想単純せん断応力 q に対応した応力空間ファブリックはFig. 7(a)と大きく異なっており, これは両者の条件で q_{Aniso} の正負が反転することに起因している.

4. 単調単純せん断時の誘導ファブリック

本章では, 排水条件下で単調単純せん断が作用した場合の誘導ファブリックに関して検討する. 用いたモデルパラメータは基本的に前章と同様である. Fig. 10(a)は単調単純せん断時のひずみ空間ファブリック, 同図(b)はひずみ空間ファブリックに基づき計算された初期構造異方性がない場合の応力空間ファ



(a) strain space fabric



(b) stress space fabric corresponding to q_{Iso}/q_v

Fig. 10 Evolution of fabric during monotonic simple shear

ブリック (q_{Iso} に相当)である。軸差せん断と単純せん断の違いは基本的に主応力方向の違いだけであるので、Fig. 10はFig. 4の結果を（ここでは反時計回りに）45度回転したような分布形状となっている。

4.1 パラメータ a_1 ($= 0.2$)の影響

まず、パラメータ a_1 ($=0.2$)のみを考慮 (a_2 は無視)した場合の結果をFig. 11に示す。式(24)に示すように q_{Aniso} はパラメータ a_1 (および有効拘束圧 p') のみの関数であり、同図(c)に示す応力空間ファブリックは軸差せん断時のFig. 5(c)と同一であることがわかる。一方、Fig. 11(b)に示す Fq_{Iso} に対応した応力空間ファブリックは、軸差せん断時のFig. 5(b)を（反時計回りに）45度回転した分布形状となっている (F がパラメータ a_1 に依存せず1.0のため)。Fig. 11(b)と(c)を足し合わせることで、同図(a)に示すような仮想単純せん断応力 q の応力空間ファブリックが得られることとなる。同図(b)と(c)で四つ葉のクローバーの方向が異なるため、合算の結果は軸差せん断時のFig. 5(a)とは異なり、扇風機の羽根のような分布形状となっているのが特徴的である。

4.2 パラメータ a_2 ($= 0.2$)の影響

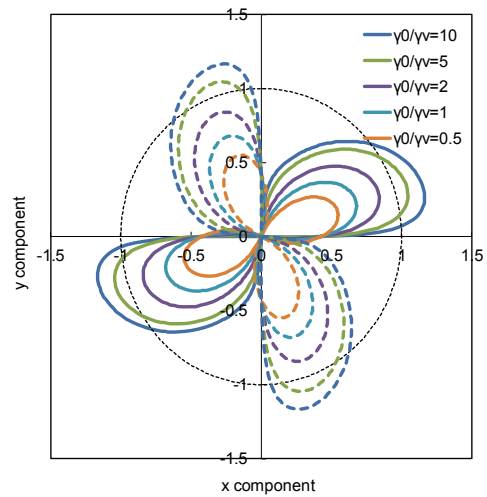
次に、パラメータ a_2 ($=0.2$)のみを考慮 (a_1 は無視)した場合の結果をFig. 12に示す。Fig. 6(c)と同様に、 q_{Aniso} はパラメータ a_2 の影響を受けないため、Fig. 12(c)では応力空間ファブリックが常にゼロとなっている。一方、Fig. 12(b)ではひずみの増大とともに四つ葉のクローバーの各々の葉の形がハート型に近づく傾向にある。このような分布形状は軸差せん断時のFig. 6(b)を回転させることでは得られず、これは q_{Iso} のスケリング関数である F が、式(25)に示すようにパラメータ a_2 と角度 ω に応じて変化するためである。最終的に得られる仮想単純せん断応力 q に対応した応力空間ファブリックは、Fig. 12(a)に示すように同図(b)と同一の分布形状となっている。

4.3 パラメータ a_1, a_2 の影響

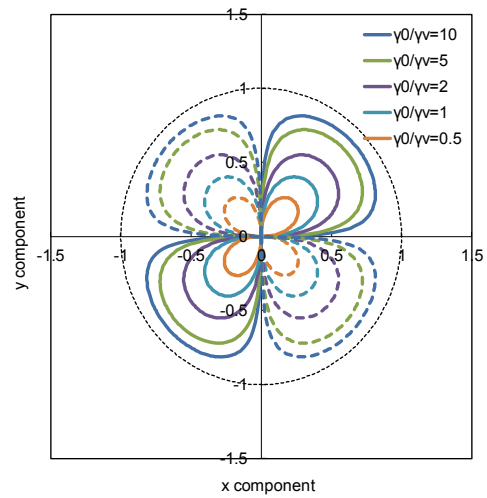
ここでは3.3節と同様に初期構造異方性パラメータ a_1, a_2 の両者を考慮 (いずれも0.2に設定) し、 ω についても3種類 ($\pi, 3\pi/2, 2\pi$) に変化させ、その影響について調べることにした。

(1) 堆積角0度 ($\omega_0 = \pi$) の場合

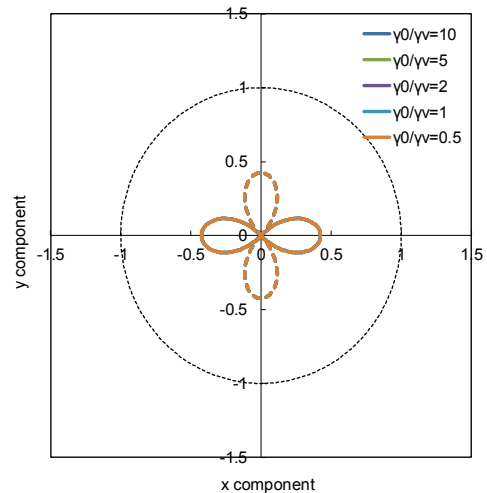
まず、 $\omega_0 = \pi$ とした場合の結果をFig. 13に示す。このケースは4.1節および4.2節の両者の条件を足し合わせたものに相当し、Fig. 13(b)はFig. 12(b)と、Fig. 13(c)はFig. 11(c)と同一の応力空間ファブリックとなっている。Fig. 13(a)に示す仮想単純せん断応力 q 対



(a) components corresponding to q/q_v



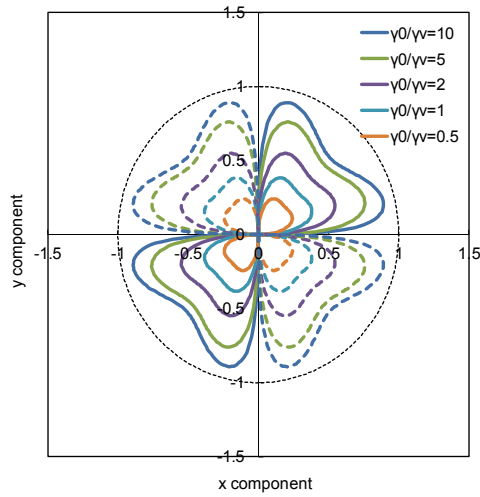
(b) components corresponding to Fq_{Iso}/q_v



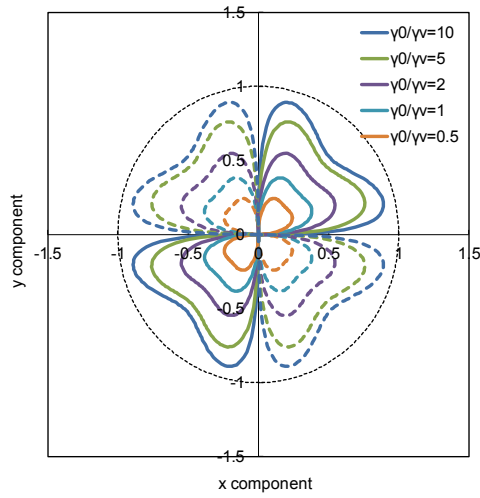
(c) components corresponding to q_{Aniso}/q_v

Fig. 11 Evolution of stress space fabric during monotonic simple shear ($a_1=0.2, a_2=0.0$)

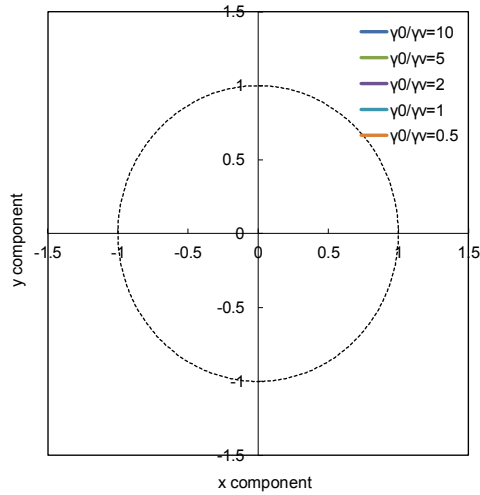
応した応力空間ファブリックは、Fig. 11(a)とFig. 12(a)におけるパラメータ a_1 および a_2 の影響を、合算



(a) components corresponding to q/q_v



(b) components corresponding to Fq_{Iso}/q_v



(c) components corresponding to q_{Aniso}/q_v

Fig. 12 Evolution of stress space fabric during monotonic simple shear ($a_1=0.0$, $a_2=0.2$)

したような形になっていることが確認できる。

(2) 堆積角45度 ($\omega_0 = 3\pi/2$) の場合

次に, $\omega_0=3\pi/2$ (すなわち堆積角45度相当) とした場合の結果をFig. 14に示す. まず同図(c)に示す q_{Aniso} の応力空間ファブリックを見ると, Fig. 13(c)の結果を反時計回りに45度回転させたような分布形状となっている. 一方, Fig. 14(b)に示す Fq_{Iso} に対応した応力空間ファブリックについては, Fig. 13(b)の結果を ± 45 度の傾きを持つ二軸方向に引き伸ばしたような分布形状であることがわかる. これらを合算することで, Fig. 14(a)に示す仮想単純せん断応力 q に対応した応力空間ファブリックが得られる. 同図(b)(c)において各象限での応力の正負が同じであるため (例えば, 第1象限では Fq_{Iso} および q_{Aniso} ともに正となっている), Fig. 13(a)の結果よりも単位円を大きく上回っている様子が確認できる.

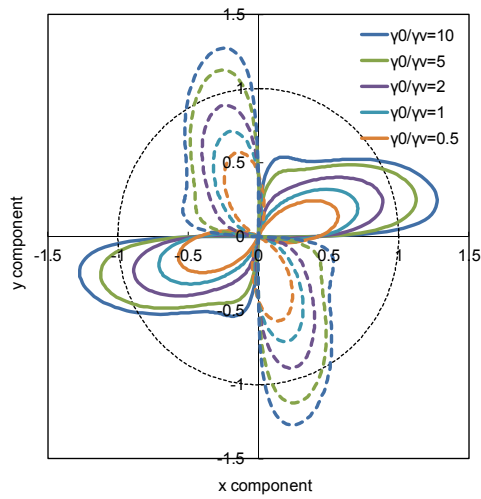
(3) 堆積角90度 ($\omega_0 = 2\pi$) の場合

最後に, $\omega_0=2\pi$ (すなわち堆積角90度相当) とした場合の結果をFig. 15に示す. 同図(c)に示す q_{Aniso} の応力空間ファブリックは一見するとFig. 13(c)と同じに見えるが, q_{Aniso} の正負が反転しているのが確認できる. 一方, Fig. 15(b)についてはFig. 13(b)と同一の結果であり, これは式(21)の右辺第1項において $\omega_0=2\pi$ もしくは $\omega_0=\pi$ のいずれを代入しても値が変わらないことから理解される. 結果として, Fig. 15(a)に示す仮想単純せん断応力 q に対応した応力空間ファブリックは, Fig. 13(a)の分布形状をx軸もしくはy軸に対して反転し, さらに応力の正負を入れ替えたような結果になっている.

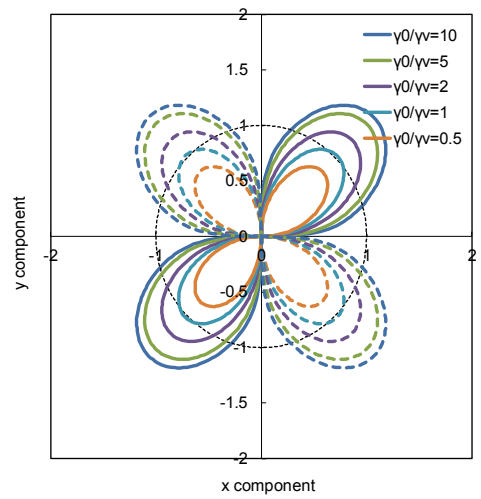
5. まとめ

本論文では初期構造異方性を考慮できるように拡張されたひずみ空間多重せん断モデルを対象に, ひずみ空間ファブリックの進展に応じて応力空間ファブリックがどのように変化するか考察した. 排水条件下での単調軸差せん断および単調単純せん断挙動を取り上げ, 初期構造異方性がない場合の仮想単純せん断ひずみ q_{Iso} に応じた応力ファブリックに加え, スケーリング関数 F を乗じた Fq_{Iso} , 初期構造異方性に伴う付加項 q_{Aniso} , さらにそれらの合算である仮想単純せん断ひずみ q に関して, 応力誘導ファブリックに及ぼす初期構造異方性パラメータ (a_1 , a_2 , ω_0) の影響について基礎的な検討を実施した.

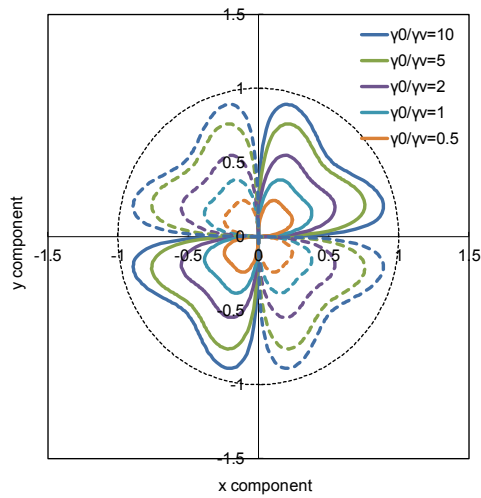
検討の結果, 各せん断条件において応力誘導ファブリックが初期構造異方性パラメータの影響を受け複雑に変化すること, 特にひずみの振幅レベルが大きくなるにつれてより複雑な挙動を示すことがわかった. また, 正規化した応力空間における破壊円が,



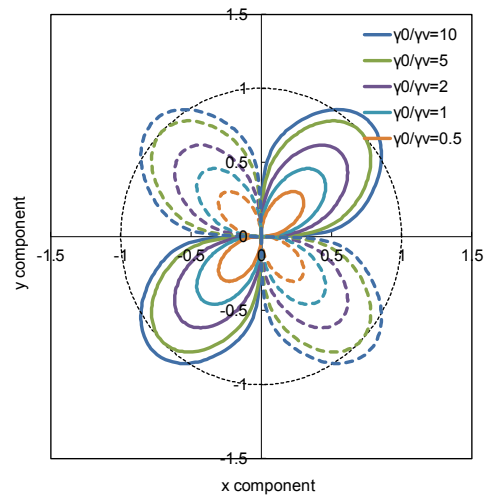
(a) components corresponding to q/q_v



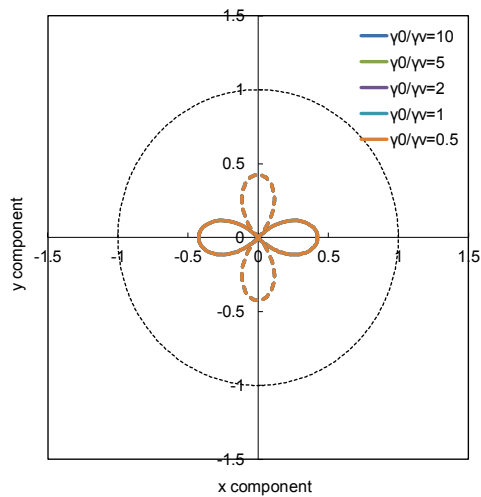
(a) components corresponding to q/q_v



(b) components corresponding to Fq_{Iso}/q_v

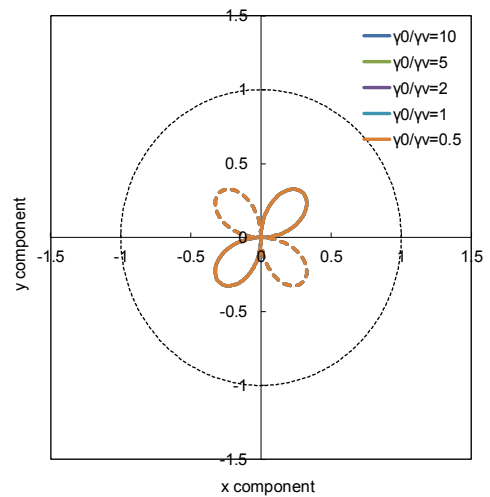


(b) components corresponding to Fq_{Iso}/q_v



(c) components corresponding to q_{Aniso}/q_v

Fig. 13 Evolution of stress space fabric during monotonic simple shear ($a_1=0.2$, $a_2=0.2$, $\omega_0=\pi$)

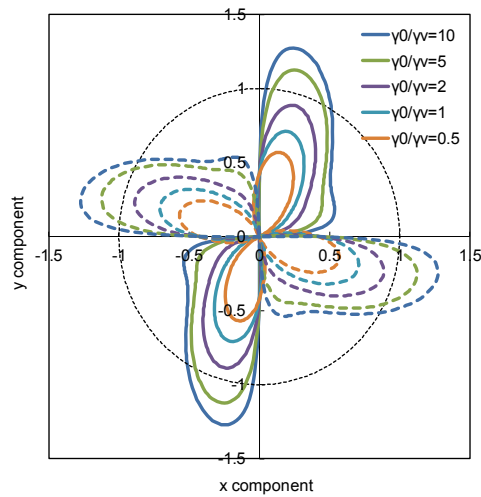


(c) components corresponding to q_{Aniso}/q_v

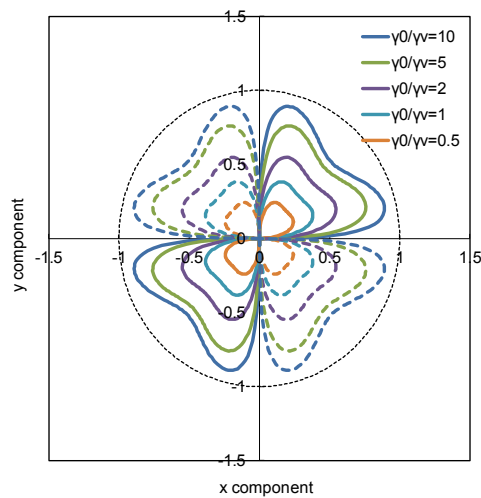
Fig. 14 Evolution of stress space fabric during monotonic simple shear ($a_1=0.2$, $a_2=0.2$, $\omega_0=3\pi/2$)

初期構造異方性パラメータを導入することで単位円とは異なる結果となり、条件次第で拡大も縮小もし

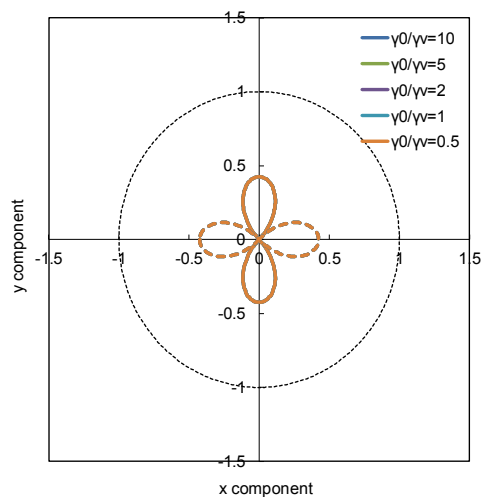
得ることが示された。今後は個別要素法（DEM）や室内試験等により得られた応力誘導ファブリックと



(a) components corresponding to q/q_v



(b) components corresponding to Fq_{Iso}/q_v



(c) components corresponding to q_{Aniso}/q_v

Fig. 15 Evolution of stress space fabric during monotonic simple shear ($a_1=0.2$, $a_2=0.2$, $\omega_0=2\pi$)

の比較を通じて、提案モデルの妥当性についてより定量的な検討を実施していきたい。

参考文献

- Arthur, J.R.F., Chua, K.S. and Dunstan, T. (1977): Induced anisotropy in a sand, *Géotechnique*, Vol. 27, No. 1, pp. 13-30.
- Arthur, J.R.F. and Menzies, B.K. (1972): Inherent anisotropy in a sand, *Géotechnique*, Vol. 22, No. 1, pp. 115-128.
- Arthur, J.R.F. and Phillips, A.B. (1975): Homogeneous and layered sand in triaxial compression, *Géotechnique*, Vol. 25, No. 2, pp. 799-815.
- Dafalias, Y.F., Papadimitriou, A.G. and Li, X.S. (2004): Sand plasticity model accounting for inherent fabric anisotropy, *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, Vol. 130, No. 11, pp. 1319-1333.
- Fu, P. and Dafalias, Y.F. (2011): Study of anisotropic shear strength of granular materials using DEM simulation, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 35, No. 10, pp. 1098-1126.
- Gao, Z. and Zhao, J. (2012): Constitutive modeling of artificially cemented sand by considering fabric anisotropy, *Computers and Geotechnics*, Vol. 41, pp. 57-69.
- Gao, Z., Zhao, J., Li, X.S. and Dafalias, Y.F. (2014): A critical state sand plasticity model accounting for fabric evolution, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 38, No. 4, pp. 370-390.
- Iai, S., Tobita, T. and Ozutsumi, O. (2013): Evolution of induced fabric in a strain space multiple mechanism model for granular materials, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 37, No. 10, pp. 1326-1336.
- Iai, S., Tobita, T., Ozutsumi, O. and Ueda, K. (2011): Dilatancy of granular materials in a strain space multiple mechanism model, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 35, No. 3, pp. 360-392.
- Lade, P.V. and Kirkgard, M.M. (2000): Effects of stress rotation and changes of b-values on cross-anisotropic behavior of natural, K0-consolidated soft clay, *Soils and Foundations*, Vol. 40, No. 6, pp. 93-105.
- Li, X. and Li, X.S. (2009): Micro-Macro

- Quantification of the Internal Structure of Granular Materials, *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, Vol. 135, No. 7, pp. 641-656.
- Nakata, Y., Hyodo, M., Murata, H. and Yasufuku, N. (1998): Flow deformation of sands subjected to principal stress rotation, *Soils and Foundations*, Vol. 38, No. 2, pp. 115-128.
- Oda, M., Nemat-Nasser, S. and Konishi, J. (1985): Stress-induced anisotropy in granular masses, *Soils and Foundations*, Vol. 25, No. 3, pp. 85-97.
- Oda, M. (1972): Initial fabrics and their relation to mechanical properties of granular material, *Soils and Foundations*, Vol. 12, No. 1, pp. 17-36.
- Oda, M. and Koishikawa, I. (1977): Anisotropic fabric of sands, *Proc. 9th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering (Tokyo)*, Vol. 1, pp. 235-238.
- Ueda, K. and Iai, S. (2019): Constitutive modeling of fabric anisotropy in a strain space multiple mechanism model for granular materials, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 43, No. 3, pp. 708-737.
- Ueda, K., Uratani, K. and Iai, S. (2019): Influence of inherent anisotropy on the seismic behavior of liquefiable sandy level ground, *Soils and Foundations*, Vol. 59, pp. 458-47.
- Uthayakumar, M. and Vaid, Y.P. (1998): Static liquefaction of sands under multiaxial loading, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 35, pp. 273-283.
- Yoshimine, M., Ishihara, K. and Vargas, W. (1998): Effects of principal stress direction and intermediate principal stress on undrained shear behavior of sand, *Soils and Foundations*, Vol. 38, No. 3, pp. 179-188.
- Yu, H., Zeng, X., Li, B. and Ming, H. (2013): Effect of fabric anisotropy on liquefaction of sand, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 139, No. 5, pp. 765-774.

(論文受理日 : 2019年6月17日)