

カルマンフィルターを用いた断層破壊過程の同定

土岐 憲三・佐藤 忠信
清野 純史・市原 和彦

IDENTIFICATION OF FAULT RUPTURE MECHANISMS USING KALMAN FILTER

By *Kenzo TOKI, Tadanobu SATO, Junji KIYONO*
and *Kazuhiko ICHIHARA*

Synopsis

The Kalman filter is applied to deconvolute a seismic wave into a system response function and a train of impulses. Based on several criteria of minimum error, we propose a method to identify a rupture process of a fault using the deconvoluted train of impulses.

A simulated wave and a waveform recorded in a blasting are analyzed in order to examine the validity of the proposed deconvolution method. The records obtained at seven JMA local stations during Nihonkai Chubu Earthquake are used to identify its fault mechanism. Since deconvoluted seven trains of impulses contain informations about the fault mechanism, the rupture process defined by such focal parameters as the rupture velocity, the starting point of rupture, the direction of the rupture propagation and the rise time can be estimated by minimizing the error between deconvoluted trains of impulses and theoretically calculated ones by selecting proper values of fault parameters in the rupture process.

The identified rupture process compares well with that investigated from different approach.

1. ま え が き

カルマンフィルターは、情報処理工学の分野で開発された情報処理のアルゴリズムである。通信・制御の基礎的な背景としての情報処理に関する理論的研究の必要性を提唱し、信号と雑音を確率過程として捉え、雑音に乱された信号から信号成分だけを抽出するフィルタリング理論を最初に確立したのは N. Wiener であった。これがウィナーフィルターと言われるものであり、時系列解析の解法としてあらゆる分野に応用されて行った。その後1960年代に入り R. E. Kalman らが状態変数表現に基づいてフィルターの新たなアルゴリズムを提唱し、近代制御理論の確立に貢献した。

ウィナーフィルターの理論は周波数領域で取り扱われる古典制御理論であり、カルマンフィルターの理論は時間領域で取扱いが行われる現代制御理論である。ウィナーフィルターを始めとする古典制御理論から導かれるフィルターでは、入力すべきデータを全て一度に入力してから処理する。これに対し、カルマンフィルターはデータを逐次入力して逐次処理するシーケンシャル処理を行うため、ウィナーフィルターに比べて計算に必要な記憶容量が少なく済み、また変動に対する追従性がよい。このため最近ではディジタル計算機の急速な発達に伴ない多くの分野で利用と研究が進み、同定、制御、推定問題などの解析に有効な方法となっている。たとえば、星谷・斎藤^{1,2)}は振動系の同定問題にカルマンフィルターを導入し、同定結果が高い安定性を示すような手法を提案している。同様な時間領域の解析法としては、観測波形を AR-MA 過程によりモデル化し、その係数と動特性との関係式を用いて構造物の動特性を推定する方法³⁾もある。

本研究では、このカルマンフィルターを組み込んだ deconvolution の手法によって断層破壊過程を同定す

る。このためには、実際の断層および断層運動を忠実に捉えられる断層モデルを考えなければならない。

断層運動を最初に定量的に表現したのは Haskell⁴⁾ である。このモデルは震源過程を記述するのに、断層の長さ L , 幅 W , 破壊の伝播速度 v_R , ぐいちがい量 D , ライズタイム τ の5つのパラメータを用い、断層運動の結果として発生する地震波の特性が完全に規定できることを示した。

その後、Hartzell⁵⁾ は大地震の地震動を余震記録から合成する方法を提案した。一般に、大地震の震源域には余震がほぼ全域にわたって発生する。余震を本震の断層面の一部が破壊を起こしたものと見なせば、余震時と本震時の当該部分からの地震動の経路は等しいので、余震の波形を本震との相似則によって規定される時間遅れに基づいて重ね合わせることで、本震の地震動を再現できる。この方法は震源や伝播経路などの情報を取り入れることができるため地震動の再現性はかなり良好である。しかも、複雑な数値解析が不要であるために各種の解析にしばしば利用され、改良が加えられている。我が国においても、入倉・村松⁶⁾ がこの手法を進展させ、伊豆半島東方沖地震における本震の合成に成功している。

入倉・村松の方法は、余震をある時間遅れにしたがって重ね合わせて本震を再現するので、本震の地震波の観測記録は余震とインパルス列の合成積で表すことができる。このインパルス列は断層の破壊過程の時系列的な表現になっているので、インパルス列が観測記録から分離できれば断層の破壊過程が同定できることになる。このようなインパルス列を抽出する問題は、本震と余震の観測記録を用いた deconvolution 問題に変換できる。これは、あるシステムにインパルス列を入力した時に得られる波形から、インパルスの時系列とシステムの応答関数を分離する問題と同じである。この問題の解析に関しては、Wiener 以来多くの研究がウィナーフィルタを用いて行われたが、カルマンフィルタを用いた解析は、Bayless と Brigham⁷⁾ によるものが最初である。本研究では Crump が爆破地震学の分野で用いた方法⁸⁾ を基にして、これに数値的安定性を保証する UD 分解フィルタを導入して解析プログラムを構築し、その有効性について検討を加える。解析の対象とした地震は日本海中部地震であり、気象庁1倍強震計で観測された7地点の変位記録を用いた。

2. カルマンフィルタと deconvolution 問題

信号の時系列は通常雑音に乱されている。この雑音成分を分離して信号成分だけを抽出することをフィルタリング、これを物理的に実現するものはフィルタと呼ばれる。また、時系列の推定(予測、濾波、平滑)を行なうアルゴリズムも広義のフィルタとして捉えることができる。

カルマンフィルタを要約すれば、(1)信号を生成する線形システムの動特性、(2)雑音の統計的性質、(3)初期値に関する先見耳な情報および時々刻々与えられる観測データ、を用いて、システムの状態の最小2乗推定値を逐次的に与えるオンラインデータ処理アルゴリズムである⁹⁾。したがって、カルマンフィルタではウィナーフィルタとは異り、観測データを全て貯えておく必要がなく、コンピューターで計算する場合記憶容量が比較的小さくてすみ有利である。カルマンフィルタのアルゴリズムは、線形システムに対する状態空間表現と最小分散推定の理論を組み合わせることにより、直交射影の定理やベイズの定理などを用いて誘導される。このカルマンフィルタは、推定、フィルタリング問題だけでなく、システム同定や最適制御御問題など種々の分野に応用されている。

2.1 カルマンフィルタ

システムは複数の要素から構成されているが、各要素にはその応答を支配する物理法則が与えられている。電気回路であればオームの法則、力学系であればニュートンの運動法則、化学プロセスであれば質量保存則といったような基本法則である。このような基礎的な関係式を用いると、1入力1出力の入出力関係は、それがどのような要素から構成されているとしても、系の応答特性は一般に微分方程式によって表現され、初期条件を与えることにより一意的に応答値が決定される¹⁰⁾。

いま、信号過程が白色雑音を入力する線形確率微分方程式の出力として次式のように記述される場合を考える。

$$\frac{dX(t)}{dt} = Ax(t) + Bw(t) \dots\dots\dots(1)$$

また、観測過程は次式で表されるものとする。

$$y(t) = Hx(t) + v(t) \dots\dots\dots(2)$$

ここに、ベクトル x, w, y, v は n, m, p, p の次元をもつ確率過程であり、行列 A, B, H は $n \times n, n \times m, p \times n$ の次元をもつ確定量である。式(1), (2)は連続時間システムのものであるが、多くの場合、実際に得られるデータは連続時間信号をサンプリングすることにより得られる離散値であるから、システムをモデル化する場合、離散時間システムが用いられることが多い。したがって、連続時間システムで表現された式(1), (2)を離散時間システムに変換する。

まず、式(1)の両辺に e^{-At} を乗じ、整理することによって次式を得る。

$$\frac{d}{dt}(xe^{-At}) = Bwe^{-At} \dots\dots\dots(3)$$

式(3)を区間 $[t_0, t]$ で積分すると、

$$x(t) = x(t_0)e^{A(t-t_0)} + \int_{t_0}^t Bw(p)e^{A(t-p)}dp \dots\dots\dots(4)$$

ここで

$$\begin{aligned} t_0 &\rightarrow k\Delta t, t \rightarrow (k+1)\Delta t \\ w(t) &= w(k\Delta t), \quad x(t) = x(k\Delta t) = X(k); \\ k\Delta t &\leq t < (k+1)\Delta t \end{aligned} \dots\dots\dots(5)$$

なる階段関数を仮定すると、

$$x(k+1) = x(k)e^{A\Delta t} + \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} e^{A(p-k\Delta t)} Bw(k)dp \dots\dots\dots(6)$$

さらに

$$\Phi = e^{A\Delta t}, \quad G = \left(\int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} e^{A(p-k\Delta t)} Bdp \right) \dots\dots\dots(7)$$

とおくと、式(6)式

$$x(k+1) = \Phi x(k) + Gw(k) \dots\dots\dots(8)$$

したがって、式(1), (2)の離散時間システムの状態変数表現は

$$\begin{cases} x(k+1) = \Phi x(k) + Gw(k) \\ y(k) = Hx(k) + v(k) \end{cases} \dots\dots\dots(9)$$

となる。ここで改めて $k \rightarrow t, k+1 \rightarrow t+1$ と置き変えると次式のような線形離散時間確率システムが得られる。

$$\begin{cases} x_{t+1} = \Phi_{t+1/t} x_t + G_t w_t \\ y_t = H_t x_t + v_t \end{cases} \dots\dots\dots(10)$$

ここに

x_t 時刻 t における n 次元状態ベクトル
 y_t 時刻 t における p 次元観測ベクトル
 w_t m 次元ガウス白色雑音
 v_t p 次元ガウス白色雑音
 $\Phi_{t+1/t}$ $n \times n$ 状態遷移マトリクス
 G_t $n \times m$ システムノイズ係数マトリクス
 H_t $p \times n$ 観測マトリクス
 $E\{w_t w_s^T\} = Q_t \times \delta_{ts}, \quad Q_t$: システムノイズ共分散マトリクス
 $E\{v_t v_s^T\} = R_t \times \delta_{ts}, \quad R_t$: 観測ノイズ共分散マトリクス
 E は期待値, δ はクロネッカのデルタ

式(10)で表される線形確率システムを時系列信号にあてはめて考える時, x_t は信号成分に, w_t はシステムノイズに, y_t は観測量に, v_t は観測ノイズに相当する。式(10)で与えられる離散時間確率システムに対するカルマンフィルターのアルゴリズムは, 以下に示すステップ①～⑦で与えられる。

① 初期条件の設定

$$x_{0/0} = x_0, \quad \bar{P}_{0/0} = \Sigma_0$$

② 状態ベクトルの推定値の計算

$$x_{k+1/k} = \Phi_{k+1/k} x_{k/k}$$

③ 推定誤差共分散マトリクス $P_{k+1/k}$ の計算

$$P_{k+1/k} = \Phi_{k+1/k} P_{k/k} \Phi_{k+1/k}^T + G_k Q_{k+1/k} G_k^T$$

④ カルマンゲイン K の計算

$$K_{k+1} = P_{k+1/k} H_{k+1}^T [H_{k+1} P_{k+1/k} H_{k+1}^T + R_{k+1}]^{-1}$$

⑤ 観測値 y_{k+1} の取り入れ

$$x_{k+1/k+1} = x_{k+1/k} + K_{k+1} [y_{k+1} - H_{k+1} x_{k+1/k}]$$

⑥ 新たな推定誤差共分散マトリクス $P_{k+1/k+1}$ の計算

$$P_{k+1/k+1} = [I - K_{k+1} H_{k+1}] P_{k+1/k}$$

⑦ $k=k+1$ としてステップ②に戻る

ステップ②, ③は時間更新アルゴリズムと呼ばれるステップであり, ステップ⑤, ⑥は観測更新アルゴリズムと呼ばれるステップである。 $x_{k/k}$ と $x_{k+1/k}$ は各々濾波推定値, 予測推定値と呼ばれる。濾波推定値 $x_{k/k}$ は, 時刻 k までのデータをもとにした時刻 k の最確推定値のことであり, 予測推定値 $x_{k+1/k}$ は時刻 k までのデータをもとにした時刻 $k+1$ の最確推定値のことであり, ステップ②で濾波推定値 $x_{k/k}$ から予測推定値 $x_{k+1/k}$ を求め, ステップ⑤で観測値 y_{k+1} の取り入れ, これを使って予測推定値 $x_{k+1/k}$ から濾波推定値 $x_{k+1/k+1}$ を求める。この過程で, t_0 から t までの測定データを線形演算処理して得られる x_k の推定値 $\hat{x}_k$ と x_k の誤差 $e_k = \hat{x}_k - x_k$ の共分散を最小にするようにカルマンゲイン K が決定されるわけである。

ところが, 上記のアルゴリズムにしたがって演算を実行すると, ステップ⑤の過程で桁落ちが発生し, 共分散マトリクス P の対称性や非負定値性がくずれることがあり, 濾波推定値 $x_{k/k}$ や予測推定値 $x_{k+1/k}$ が発散することがある。そこで, 本研究ではステップ④～⑥において, P の対称性や非負定値性を常に維持できるように UD 分解フィルター¹¹⁾を導入した。

2.2 deconvolution 問題への応用

deconvolution の手法は爆破地震学の分野で地下構造の推定などのために用いられている。爆破によって得られる地震記録は, 震源から発せられた波が層構造をもつ地盤のインピーダンスの変化に応じて境界で反射・屈折を繰り返し, それが地表で記録されたものである。したがって, 地表で得られた記録は境界面での反射係数を用いて反射波の重ね合わせで表すことができる。deconvolution は, 得られた記録から逆に反射係数と反射波を分離することである。これは, システムにインパルスの時系列を入力した時に得られる波形から, インパルス時系列とシステムの応答関数を分離する問題と同じである。以下に, 前節で述べたカルマンフィルターを deconvolution 問題に適用するための方法論を展開する。

地震波 $y(k)$ がインパルス列 $r(j)$ と伝播経路の特性を表す関数 $h(i)$ で次式のように表わされたとする。

$$y(k) = \sum_{j=N}^k [r(j)h(k-j)] + v(k) \quad \dots\dots\dots(11)$$

ただし, 観測値には観測ノイズ $v(k)$ が含まれていると仮定する。ここに L は関数 $h(i)$ のサンプリングの個数であり, N は

$$N = \begin{cases} 1 & (k < L) \\ k-L+1 & (k \geq L) \end{cases} \quad \dots\dots\dots(12)$$

である。

(11)式を行列形式で表現すると

$$y(k) = H(k)x(k) + v(k) \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$H(k) = [h(0)h(1)\dots\dots\dots h(L-1)]$$

$$x(k) = [r(k)r(k-1)\dots\dots\dots r(k-L+1)]^T$$

(ただし, $r(k)=0$ ($k<0$))

また, $r(k)$ に対しては自己回帰モデルを仮定し, 次式で与えられる関係を用いた。

$$r(k) = \sum_{i=1}^L [b_i(k-1)r(k-i)] + Gw(k-1) \quad \dots\dots\dots (14)$$

式(14)を行列形式で書けば,

$$x(k) = \Phi_{k/k-1}x(k-1) + u(k-1) \quad \dots\dots\dots (15)$$

(ただし, $u(k-1) = Gw(k-1)$)

ここに

$$\Phi_{k/k-1} = \begin{bmatrix} b_1(k-1) & b_2(k-1) & \dots & \dots & \dots & \dots & b_L(k-1) \\ 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & 0 & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & & & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

式(13), (14)は, 線形確率システム(10)と同じ形をしているので, 前節で述べたカルマンフィルタのアルゴリズムを実行することによって状態変数 $x(k)$ の値を推定することができ, これから直ちに状態変数に組み込まれている $r(k)$ の推定が行われる。

ステップ①～⑦を1回実行すれば, フィルタのウィンドウは Δt だけ進むので, 結局 $t > (L-1)\Delta t$ なる時刻に対しては, ウィンドウが通過し終るのにステップ①～⑦が L 回実行されることになる。すなわち, どの時刻も L 回フィルタリングされることになる。

3. 解析手法の検証

模擬波形に対して前章の手法を適用し, その妥当性に検討を加える。適当なサンプリング波形を任意時間間隔で重ね合せ, ノイズを付加して模擬波形を作成し, この波形に前述の手法を適用してインパルス列が抽出できることを確かめる。

しかし, 実際の信号過程や測定過程に前章で扱ったような理論がそのまま適用できるとは限らない。これはカルマンフィルタを構成するための仮定が実際問題に適用する際に制約となるためである。こうした観点から, 発破記録を用いた検討を行った。

3.1 模擬波形を用いた解析

フィルタリングを実行するためには, 以下に述べるパラメータの値を初期値として与える必要がある。

- (1) 遷移行列 $\Phi_{k/k-1}$ すなわち $b_i(k-1)$ ($i=1, 2, \dots, L$)
- (2) 誤差の共分散行列 $Q_t (=qI)$, $R_t (=rI)$
- (3) 初期条件 $x_{0/0}$, $P_0 (=pI)$

ここでは, 上に挙げたパラメータに関して合成波を用いた若干の考察を行なう¹²⁾。まず, **Fig. 1(a)(b)(c)**の上段に示すように任意の基本波形(継続時間2.0秒)を作成し, これを0.0, 1.0, 3.0, 4.0, 4.5, 5.0, 6.0秒の7ヶ所で重ね合わせ, さらに R. M. S. 値として1%のホワイトノイズを付け加えたものを模擬波形とした。図 (a), (b), (c) は波形のサンプリング時間間隔 Δt をそれぞれ0.10秒 ($L=20$ 個), 0.02秒 ($L=100$ 個), 0.01秒 ($L=200$ 個)とした場合のものである。また, p, q, r についてはそれぞれ $10^{-2}, 10^{-4}, 1/L$ とし

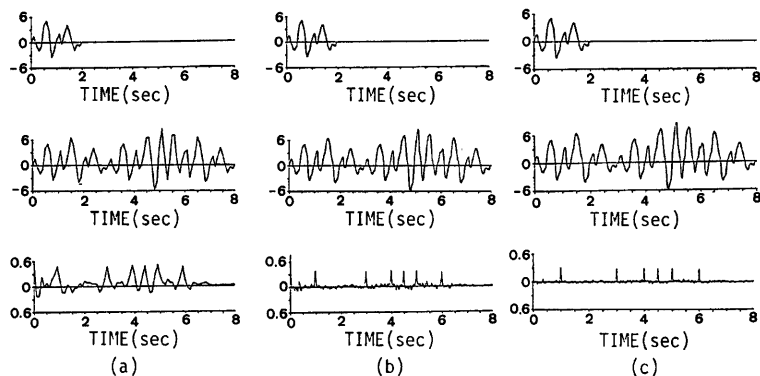


Fig. 1 Dissolutions of a train of impulses for several sampling intervals. upper: fundamental wave, middle: superposed wave, lower: estimated train of impulses, sampling time interval Δt : (a) 0.1 sec, (b) 0.02 sec, (c) 0.01 sec.

た。図より Δt が小さくなればなる程 (L が大きくなる程) 同定の精度は向上する。 $\Delta t=0.10$ 秒の場合でも、大まかではあるが7つの入力時刻は判断できる。しかし、明確な入力時刻を推定するには L の値として100~200が必要であることがわかる。

$b_i(k)$ については

$$\text{i) } \frac{r(k-i)}{\sum_{i=1}^L r(k-i)} \quad \text{ii) } \frac{1}{L} \quad \text{iii) } \frac{L-i+1}{\sum_{i=1}^L i}$$

の3種類を考えた。i) は時刻 k におけるインパルスはそれ以前の時刻における個々のインパルスの振幅に比例した重みの影響を受けると仮定したもの、ii) は時刻 k におけるインパルスはそれ以前の時刻における個々のインパルスから等しい影響を受けると仮定したもの、iii) は時刻 k におけるインパルスはそれ以前のより近い時刻におけるインパルスからはより大きい影響を受けるとし、その重みを線形的に変化させたものである。フィルタリングを実行した結果、 $b_i(k)$ を $1/L$ にすると比較的良好な結果が得られた。 p, q, r のフィルタリングにおよぼす影響について調べた結果、 p と q, p と r の比を変えても結果はあまり変化しないことがわかった。また、 q の値に比して r の値を大きくすると決定されるインパルス列のピークがはっきりせず、逆に q の値に比して r の値を小さくするとピークが鋭くなることがわかった。以上の考察より、パラメータのとりべき値の目安、ならびにカルマンフィルタを用いた手法の有効性が確認できた。

3.2 発破記録を用いた解析

前節では模擬波形に対する解析手法の有用性を示したが、これを本震・余震記録で代表される実地震記録に適用する前に、振動源の物理特性や波形自体が既知である発破記録を用いて解析手法の有用性を検証する。まず、本研究で用いた発破記録の性質について簡単に述べる。

大規模な建設工事における岩盤掘削や石灰岩や石炭の露天掘鉱山における掘削では、低コストで大きな破砕効果のある発破は不可欠である。しかも、こうした発破作業を市街地や重要な構造物に隣接した場所で行なわなければならない場合も少なくない。このためには、発破振動に対する規制が必要になるが、これは振動規制法(昭和51年制定)に公害振動の評価法として定義された振動レベルを基準にして行われることが多い。したがって、発破による振動の人家や構造物への影響を最小限にいとめ、なおかついかに効率よく発破を行なうかを考えることが必要となり、発破記録の詳細な検討が必要となる¹⁹⁾。特に、振動レベルを正確に評価するための方法論の開発が必要である。

国松, 中川, 三浦ら¹³⁾は発破記録から振動レベルを推定するための評価式を提案している。解析対象とした発破記録は後に述べるように単発記録と段発記録の2種類があるが, 段発記録を評価するためにはその秒時差が正確に把握されていなければならない。この秒時差に関しては, 公称秒時差と言って使用雷管により種々の間隔で起爆された時差が計時されている。ここではこの秒時差をカルマンフィルターによる逐次アルゴリズムによって求め直し, 公称秒時差との比較検討を行う。振動の測定は, 山口県美祿市宇部興産伊佐鉱山内で行なわれたもので, 石灰岩岩盤上と砂質地盤上での単発・段発記録が得られている。その中から岩盤上での段発記録 (TESTOOA, TESTOOD)

ならびに砂質地盤上での段発記録 (ISA16) に関する諸元を **Table 1** に示す。段発発破とは, 同一地点でわずかな時間間隔を置いて数回連続して発破をかけることである。段発発破をかけた時と単発発破をかけた時の, 発破をかけた位置から観測地点までの伝播経路は全く同一である。しかも単発発破記録そのものがその伝播経路の特性を表すグリーン関数に相当すると考えることができ, 段発発破記録は単発発破記録と発破時刻列を表すインパルス列の合成積で表現できると考えられる。すなわち段発発破記録と単発発破記録の関係は入倉・村松が行った方法の, 本震と代表させる余震の関係と同じである。秒時差の推定は3組の発破記録に対して行った。**Fig. 2** にその結果を示す。各図とも (a) は段発発破記録であり前節の模擬波形に, (b) は単発発破記録であり前節の基本波形に相当する。インパルス列は段発発破の発破をかけた時刻に相当し, インパルス列を抽出することにより秒時差を同定することができる。ただし, 段発発破において発破をかけた回数は先見情報として与えられていた。そこで (a), (b) にカルマンフィルターを用いて得られるインパルス列のうち大きい値のものから発破をかけた回数の個数だけ拾った。それを示したものが (c) に示した矢印で

Table 1 Blasting data

Soil Condition	Shot Data	nominal Time Delay (msec)	Distance (m)
Rock	TESTOOA (**)	60	100
		65	
		75	
	TESTOOD (**)	60	150
		65	
		75	
Sand	ISA16 (**)	20	5.91
	ISA11 (*)	20	

* single shot

** a series of single shot with a time delay

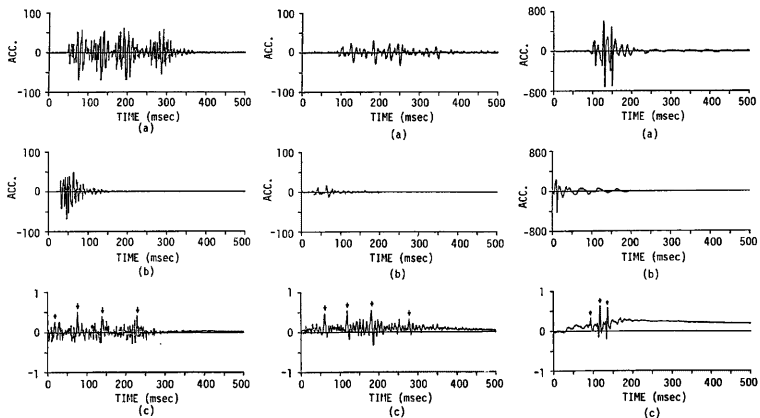


Fig. 2 Estimated time intervals of a delayed blasting from recorded waveforms. (a) series of single shots, (b) single shot, (c) estimated time of each shot.

Table 2 Comparison of nominal time delays with estimated time delays

Soil Condition	Shot Data	Nominal Time Delay t_1 (ms)	Estimated Time Delay t_2 (ms)	Δt ($t_2 - t_1$)
Rock	TESTOOA	60	57	-3
		65	62	-3
	TESTOOB	75	90	+15
	TESTOOD	60	57	-3
		65	63	-2
	TESTOOF	75	97	+22
Sand	ISA16	20	19	+4
	ISA11	20	24	-1

ある。**Table 2** は公称秒時差と解析によって得られた秒時差とを比較したものである。また **Fig. 3** に本解析で得られた秒時差を用いて合成した波形と公称秒時差を用いて合成した波形を示した。(a) は原波形であり、(b) は公称秒時差を用いて単発発破記録を重ね合わせた波形、(c) は同定した秒時差を用いた結果である。波形の位相を詳細に比較すると (b) より (c) が (a) に一致していることがわかり、すなわちこの段発発破は公称秒時差どおりに雷管が爆発していなかったことがわかる。

以上の結果より、実記録に対してもかなり正確にその重ね合せ時刻が把握でき、実地震記録に対しても十分適用可能であることが推測できる。

4. 実施記録を用いた断層破壊過程の同定

式(11)の形を用いると、本震は余震とインパルス列の合成積 (convolution) としてモデル化できる。したがって本震の観測波形を余震の観測波形とインパルス列の合積および観測ノイズの和で表現できると仮定し、カルマンフィルターを用いた手法を実際の地震の観測波形に適用してこのインパルス列を抽出する。そして、この抽出されたインパルス列を用いて断層破壊過程の同定を行う。同定の対象とするパラメーターは破壊開始点、余震のライズタイム τ_s 、破壊速度 v_R 、波の伝播速度 v_S の4つである。解析の対象とする観測波形には、1983年の日本海中部地震の際に気象庁1倍強震計によって室蘭、森、八戸、宮古、秋田、酒田、新潟の7ヶ所で観測された本震と最大余震の記録15成分を用いた。

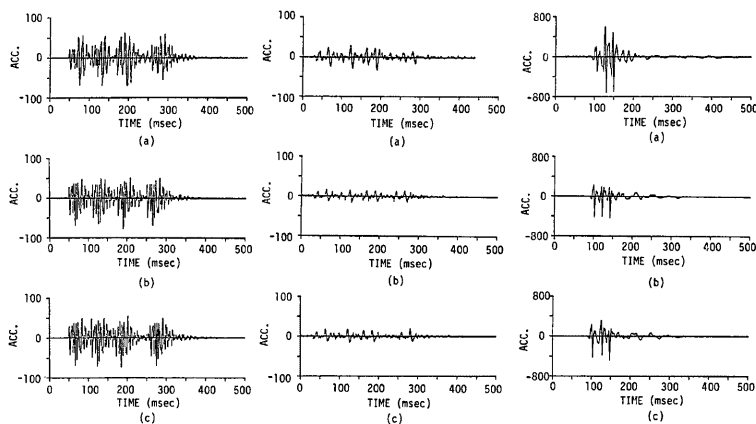


Fig. 3 Comparison between the wave superposed with the nominal time delay and that superposed with estimated time delay. (a) original wave, (b) the wave superposed with the nominal time delay, (c) the wave superposed with the estimated time delay.

4.1 断層破壊のモデル

日本海中部地震の本震は5月26日に発生し、マグニチュードは7.7、最大余震は6月21日に発生し、マグニチュードは7.1であった。本研究で用いた記録の各観測地点の位置と、本震と最大余震の震央は Fig. 4 に示すとおりである。

この地震に伴う地殻活動は平沢ら¹⁴⁾によると次のとおりである。

1) 東北大学部及び弘前大学の余震観測のデータ解析から、余震分布域は、北緯約40.1度から41.3度の南北に長く逆「く」の字型を呈する。余震域の幅は30~35 kmで、震源の深さはすべて20 km以浅であり、陸側に約20度傾斜した面上で発生しているように見える。

2) 東北大・理、弘前大・理、および北海道大・理の地震観測網のほか、気象庁などの観測網のP波初動のデータから、ほぼ東西圧縮の逆断層型の地震であることが明確となった。

3) 近地地震記録の特徴から、本震が2つの主要な破壊から成る多重震源であることが示された。2つの破壊は約50 kmの間隔を有し発生時刻差は約24秒となっている。

日本海中部地震の本震の断層の形状等については、すでに詳しく研究されているので^{14,15)}、ここではこれらの資料を基にして本震の断層モデルを作成した。以下にdeconvolutionで得られたインパルス列と断層の破壊過程をシミュレートすることによって求めるインパルス列との比較を行うが、破壊過程のシミュレーションには入倉・村松⁶⁾提案した重ね合せ則を利用する。

入倉・村松の方法によれば、本震の観測記録はいくつかの余震の観測記録を適当な時間遅れを付加して重ね合わせたものとして表現できる。本震の断層面は矩形であり、Fig. 5のようにこれをいくつかの小地震断層面に分割する。この時、観測点 Q における本震時の地震動 $u(Q, t)$ は以下に示す式で表される。

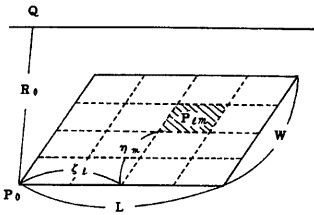


Fig. 5 Segmentation of the fault.

$$u(Q, t) = \sum_k \sum_l \sum_m^{n_D} u_{lm}(Q, P_{lm}, t) \quad \dots \dots \dots (16)$$

u_{lm} は、小区域 P_{lm} から発する波の Q 点で観測される地震動への寄与である。

式(16)の u_{lm} をその小区域 P_{lm} 内で発生した余震記録でおきかえるわけであるが、一般に、本震の震源域全体に分布した余震が全て得られることはないので、1つの余震記録で代表させる。更に、本震と余震の間に次の相似則を仮定する。

$$\begin{aligned} L/L_a &= W/W_a = D/D_a \\ &= \tau/\tau_a = (M_0/M_{0a})^{1/3} \\ &= n = n_L = n_W = n_D \quad \dots \dots \dots (17) \end{aligned}$$

ここに、 L は断層面の長さ、 W は断層面の幅、 D は断層のぐいちがい量、 τ は本震のライズタイム、 M_0 は地震モーメントを表し、添字 a は本震断層面をいくつかに分割した小区域で発生する小地震を表す。

式(17)の相似則によれば、式(16)と断層のぐい違い関数 $D(t)$ は次式で表わされる。

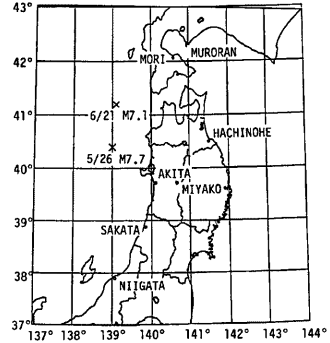


Fig. 4 Epicenters of the mainshock and an aftershock in Nihonkai Chubu Earthquake and observation stations.

$$u(Q, t) = \sum_k \sum_l \sum_m u_a(Q, P_{lm}, t - R_0/c - (k-1)\tau_a - \xi(\zeta_l, \eta_m)) \quad \dots\dots\dots(18)$$

$$D(t) = \sum_k D_a(t - (k-1)\tau_a) \quad \dots\dots\dots(19)$$

ここに R_0/c は破壊開始点から観測点までの波の伝播による時間遅れの項, $(k-1)\tau_a$ はライズタイムによる時間遅れの項, $\xi(\zeta_l, \eta_m)$ は破壊開始点からの破壊の伝播に費やす時間遅れの項である。ただし小区域 P_{lm} で発生する小地震は l/m に関係なく1つの余震で代表させ, また破壊形式は円形破壊を仮定している。

本震の観測波形を余震の観測波形とインパルス列の合成で表現する時, 以上に挙げた仮定によれば本震時の断層破壊は, 本震の断層面を n^2 個に等分した小区域内で n 回の小地震による断層破壊が発生し, 本震断層面全体としては n^3 回の小地震による断層破壊が発生することと等価である。 n の値は本震と余震の地震モーメント M_0 の比の1/3乗で表せる。 M_0 の値は以下に示す Geller¹⁶⁾ の提案した式により, マグニチュード M_s から求める。

$$\begin{aligned} \log M_0 &= M_s + 18.89 \quad (M_s < 6.76) \\ \log M_0 &= 3/2 M_s + 5.51 \quad (6.76 < M_s < 8.12) \\ \log M &= 3M_s + 3.33 \quad (8.21 < M_s < 8.22) \\ M_s &= 8.22 \quad (28.0 < \log M_0) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(20)$$

本震及び余震のマグニチュードはそれぞれ7.7および7.1であるから, これらの値を Geller の式に代入して n の値を求めると, 1.995という値が得られる。したがって $n=2$ という値を採用することにする。断層モデルは余震域をカバーするような矩形を考える。Fig. 6 は弘前大学により決定された余震の震央分布であり, Fig. 7 は Fig. 6 から決定した矩形断層モデルである。断層は余震域を包含するような南北に長い矩形断層であり, 長さ L は150 km, 幅 W は50 km, 深さは10 km, また, 水平面から20°の傾きをもつように設定した。このモデルでは, 本震断層面は4つの小断層面から成り, 各小断層面の中心で余震のライズタイムなる時間間隔を置いて2回ずつ, 計8回の小地震が起こるので, 本震はこれを重ね合わせて表現できることになる。

4.2 観測波形の補正について

解析に用いた記録は, 気象庁1倍強震計によって, 秋田・八戸・宮古・森・室蘭・新潟・酒井の各観測点で観測されたものである。記録入手時において零線, 紙送りむら, 円弧, 波形のゆがみ, 成分間の時間同時性などの補正¹⁷⁾が施してあったので, 本研究ではこれに計器補正を加えて解析に用いた。本震記録の原点は原記録のまま用いたが, 余震記録は変動開始点を適宜判断してそこを原点とした。

気象庁1倍強震計は倍率1の変位計であり, 固有周期 T_0 は水平動で約6秒, 上下動で約5秒, 減衰定数は約0.55である。一般に変位計は長周期において感動の低下が著しく, 短周期においては位相遅れが著しい。Fig. 8 は気象庁1倍強震計の振幅特性を

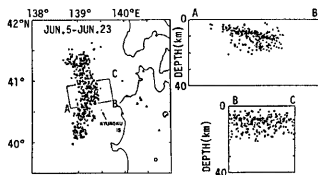


Fig. 6 Aftershock area of Nihonkai Chubu Earthquake.

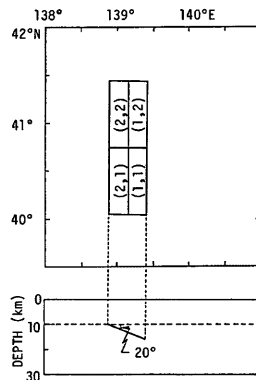


Fig. 7 Fault model of Nihonkai Chubu Earthquake.

表した図である。計器補正はこの振幅特性と位遅れを補正するものであり、野田ら¹⁷⁾によって行われた方法に準じた。

計器補正は、通常フーリエ変換を用いるデジタルフィルタの方法¹⁸⁾に依っており、記録の数値化の精度が低いと考えられる短周期成分、および数値化誤差などによって現れる見掛けの長周期成分を取り除く次式のような補正フィルタ $F(T)$ を用いる。

$$F(T) = \frac{\exp\{i\phi(T)\}}{R(T)} B(T) \quad \dots\dots\dots (21)$$

ここに

$$R(T) = \sqrt{\{(T/T_0)^2 - 1\}^2 + 4h^2(T/T_0)^2}$$

$$\phi(T) = \tan^{-1} \left\{ \frac{2h(T/T_0)^2}{(T/T_0)^2 - 1} \right\}$$

$$B(T) = \begin{cases} 0 & (T < T_{LL}) \\ \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{T - T_{LL}}{T_{LV} - T_{LL}} \pi \right) & (T_{LL} \leq T \leq T_{LV}) \\ 1 & (T_{LV} \leq T \leq T_{VL}) \\ \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{T - T_{VV}}{T_{VV} - T_{VL}} \pi \right) & (T_{VL} \leq T \leq T_{VV}) \\ 0 & (T_{VV} < T) \end{cases}$$

Fig. 9 はこの補正フィルタ $F(T)$ の振幅特性と位相特性を示したものである。しかしながら式(21)で定義されるようなフィルタは、一般には因果律を満足しないので、初動付近の波形は相当に歪み、その上に初動の前に実際には存在しない波が出現する¹⁹⁾。そこで本研究では band-pass filter として等リップル通過帯域型 Chebyshev band-pass filter²⁰⁾ を導入した。等リップル通過帯域型 Chebyshev band-pass filter は因果律を満足する漸化フィルタであり、これを用いると式(21)は次式で表されるような補正フィルタ $F_c(f)$ に書き変えることができる。

$$F_c(f) = \frac{\exp\{i\phi(f)\}}{R(f)} \cdot A(f) \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここに

$$R(f) = \sqrt{\{(f_0/f)^2 - 1\}^2 + 4h^2(f_0/f)^2}$$

$$\phi(f) = \tan^{-1} \left\{ \frac{2h(f_0/f)^2}{(f_0/f)^2 - 1} \right\}$$

$A(f)$: 等リップル通過帯域型
Chebyshev band-pass filter

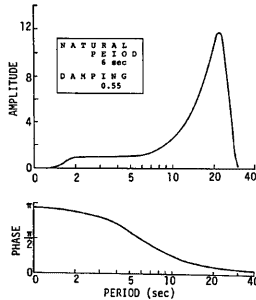


Fig. 9 Amplitude and phase characteristic of correction filter.

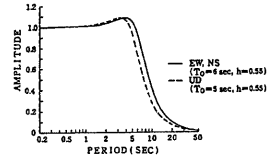
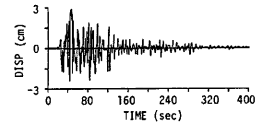
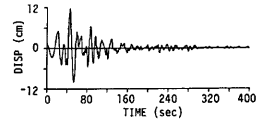


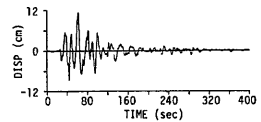
Fig. 8 Amplitude characteristic of JMA seismograms.



(a) original record (AKITA UD)



(b) corrected record



(c) corrected record (Chebyshev filter)

Fig. 10 Example of corrected seismograms.

観測波形, 補正フィルター $F(T)$ を用いて補正を行った波形, そして補正フィルター $F_c(f)$ を使って補正を行った波形を Fig. 10(a), (b), (c) に示す。

4.3 実地震地への適用と断層破壊過程の推定

前節で述べた計器補正を施された本震と余震の地震波形15組を第2章の手法に適用し, インパルス列の抽出を行った。複数の成分について解析を行った観測地点もあるが1観測地点につき1成分だけ選びだした。結果を Fig. 11 に示す。各図とも上段は本震波形, 中段は余震波形, 下段はフィルタリングされたインパルス列である。

4.1 で述べたように本解析の対象とした本震と余震の組み合わせでは, 本震は8回の余震を重ね合せたものと等価であるはずである。そこで, フィルタリングによって得られたインパルス列のうち大きい値を持つものから順番に8個取り, これをインパルス列とした。以上のようにして得られたインパルス列を使って以下に述べる方法で断層破壊過程の同定を行う。

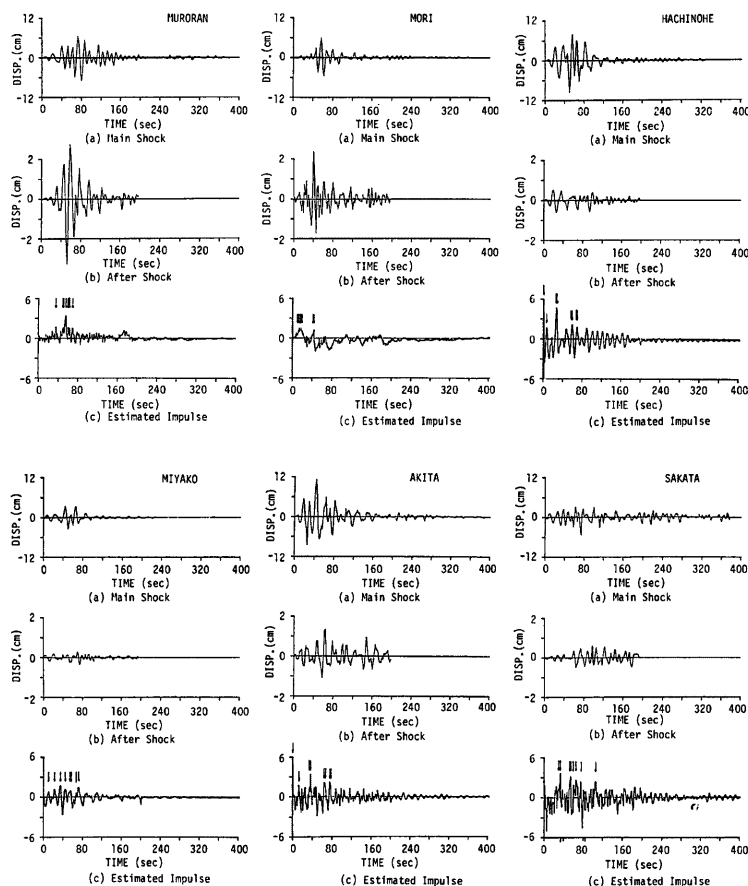


Fig. 11 Estimated trains of impulses at various stations using mainshock and aftershock records.

同定すべきパラメータとしては、破壊を開始した小断層の位置、余震のライズタイム τ_a 、破壊速度 v_a 、波の伝播速度 v_s の4つを選んだ。ただし、各小断層における破壊点はその長方形の重心に一致させている。また波の伝播速度に関しては、ここで扱った波形には実体波のみならず表面成分も含まれているが、その主要部はS波であると考えてS波の伝播速度を仮定した。これらのパラメータを妥当な範囲でそれぞれ独立に変化させる。ここで破壊開始点は(1,1)～(2,2)までの4通り、余震のライズタイムは1.0から10.0まで0.1秒ごとに100通り、破壊速度は1.0 km/sec から 5.0 km/sec まで 0.1 km/sec ごと41通り、波の伝播速度は1.0 km/sec から 6.0 km/sec まで 0.1 km/sec ごとに51通りのすべての組み合わせに対して、各観測点で得られるインパルス列を理論的に計算した。そして、計算されたインパルス列とフィルタリングによって得られたインパルス列を比較し、ある基準に対して最もよい一致を示すものを選ぶ。この時のパラメータが本研究を通じて同定された断層破壊に関するパラメータである。

上述のように、同定されるべきパラメータは“仮定した断層モデルによる計算結果が観測波形から直接求めたものによく適合するように定められるのが最良”と考えるのが普通である。ところが、何をもってよく適合していると判断するのかが問題である。通常、観測値と計算値との食い違い（あるいは適合度）の程度をある関数 J で定め、これを最小（最大）にするようなパラメータの組を最適値と考える。この $J \rightarrow \text{minimum}$ の条件が評価基準である。

観測値を Q_0 、計算値を Q_c とすると、 Q_0 と Q_c の食い違いの程度を評価するための評価基準については一般に次のようなものが考えられる²¹⁾。

$$J = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |Q_{0i} - Q_{ci}| \quad (\text{絶対基準}) \quad \dots\dots\dots(23)$$

$$J = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|Q_{0i} - Q_{ci}|}{Q_{0i}} \quad (\text{相対基準}) \quad \dots\dots\dots(24)$$

$$J = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|Q_{0i} - Q_{ci}|}{\sqrt{Q_{0i}}} \quad (\chi\text{-基準}) \quad \dots\dots\dots(25)$$

$$J = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Q_{0i} - Q_{ci})^2 \quad (2 \text{ 乗基準}) \quad \dots\dots\dots(26)$$

$$J = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(Q_{0i} - Q_{ci})^2}{Q_{0i}^2} \quad (\text{相対 2 乗基準}) \quad \dots\dots\dots(27)$$

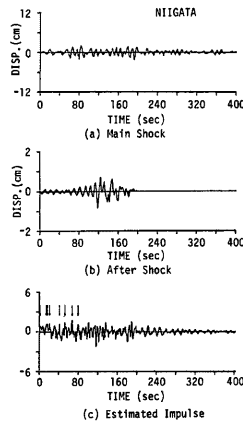


Fig. 11 Continued.

Table 3 Identified optimum fault parameters.

No.	Starting Point of Rupture	Rise Time (sec)	Rupture Velocity (km/sec)	Shear Wave Velocity (km/sec)	Judgement
1	(1, 1)	2.00	2.40	3.60	0.40222
2	(1, 1)	2.00	2.40	3.50	0.40222
3	(1, 1)	2.00	2.40	3.40	0.40259
4	(1, 1)	2.00	2.40	3.70	0.40266
5	(1, 1)	2.00	2.40	3.60	0.40269
6	(1, 1)	2.00	2.40	3.50	0.40269
7	(1, 1)	2.00	2.50	4.00	0.40272
8	(1, 1)	2.00	2.50	3.90	0.40278
9	(1, 1)	2.00	2.50	3.80	0.40284
10	(1, 1)	2.00	2.50	4.10	0.40285

$$f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(Q_{0i} - Q_{ci})^2}{Q_{0i}} \quad (\chi^2\text{-基準}) \quad \dots\dots\dots (28)$$

ここに添字 i は各観測点におけるインパルス列の時刻を表している。

これらの基準のうちどれが最良かは一概に言えず、評価基準を変えると同定結果が大きく変わることがある²¹⁾。これらの同定結果は大きく2つのグループに分けることができる。余震のライズタイムが2秒前後のものとは10秒以上になるものである。余震のライズタイムが10秒以上になるというのは先験情報から判断して不適当であり、2秒前後のものが適当であるので、そのような結果が得られる評価基準のうち他との比較のしやすい式(24)の相対基準を評価基準として用いた。ただし、最終的な評価式としては、すべての観測点の相加平均をとっている。

式(24)を用いて求めた最適パラメータの上位10個を表にしたものが、Table 3 である。

観測波形をカルマンフィルタによってフィルタリングして求めたインパルス列と、評価基準によって最適値として求められたインパルス列を並べて図示したものが Fig. 12 である。

これより、破壊は断層の南側から始まり、破壊速度 2.4 km/sec 前後で北へ伝播したことがわかる。また、この時の余震のライズタイムは2秒程度である。破壊速度に関しては、平沢らによる研究成果『2つの破壊は約 50 km の間隔を有し発生時刻差は約24秒』とも矛盾していない。また、ライズタイムに関しては入倉ら¹⁴⁾が震源近傍での加速度スペクトルの trough frequency より本震のライズタイムを約4.7秒と定めたが、

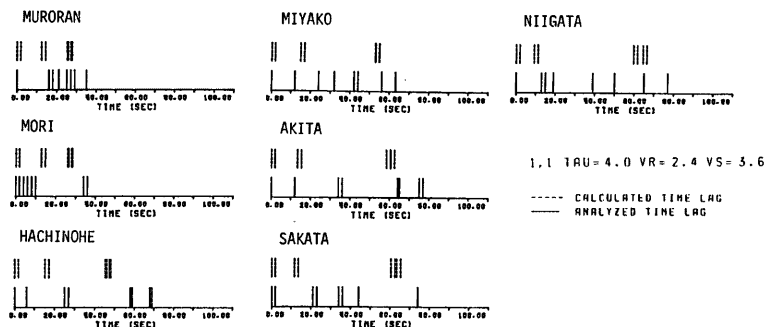


Fig. 12 Comparison of a train of impulses calculated by using optimum fault parameters with that obtained by using Kalman filter.

これによれば余震のライズタイムは約2.4秒であり、本研究の結果とはほぼ一致している。波の伝播速度 v_s に関しては、地殻のS波速度が3.0~4.5 km/sec であること、破壊速度 v_R に関しては $v_R < v_s$ という条件も満足しており、かなり妥当な同定が行われていることがわかる。

本研究では同定するパラメータは4つであり、その組み合わせも高々数万のオーダーであるので、いかにして最適値を見いだすかという手法上の問題は避けることができたが、パラメータの個数が多くなるとこの定数の変え方をうまく行わないと計算が膨大になってしまう。したがって効率のよい定数決定法が必要となり、いわゆる Powell の方法や DEP (Davidson-Fletcher-Powell) 法などの最適化手法を取り入れなければならない。

5. 結 論

本研究ではカルマンフィルターを用いた deconvolution 手法を日本海中部地震の余震、本震記録に適用し、断層の破壊過程を同定した。

本研究で行ったことおよび得られた結果を以下に述べる。

- (1) Crump が爆破地震学の分野で開発したカルマンフィルターによる deconvolution 手法に、数値的安定性を保証する UD 分解フィルターを導入し、これを実際問題へ応用した。
- (2) カルマンフィルターのアルゴリズムにおける遷移行列 Φ の第一行の各成分としては、状態変数ベクトルの次元を L とした場合、 $1/L$ なる定数を与えると比較的良好的結果が得られた。すなわち、時刻 t におけるインパルスはそれ以前のインパルスから等しい重みを受けるとした場合が最も好ましいフィルタリング結果が得られた。
- (3) 推定誤差の共分散 p の初期値は解析結果にあまり影響を及ぼさない。システムノイズの共分散 q に比して観測ノイズの値を小さくする程良好な結果が得られた。
- (4) 発破記録を用いた解析により、本研究で作成した同定アルゴリズムを用いると発破の遅れ時間をかなり正確に把握でき、実地震記録にも十分使用できるものであることがわかった。
- (5) 日本海中部地震の断層破壊過程の同定を行なった結果、以下のことが確認された。

破壊は南北に長い矩形断層の南側から始まり、破壊速度 2.4 km/sec 前後で北へ伝播した。本震のライズタイムは約4秒であり、波の平均的な伝播速度は 3.6 km/sec であると推定された。

以上の結果は、他の日本海中部地震に関する研究と比較しても良好な同定結果であり、余震、本震記録から比較的簡単に破壊過程を求められる方法として有効であると考えられる。

謝 辞

本研究では京都大学工学部土木工学科・野田茂助手が収集された気象庁1倍強震計の記録と、山口大学工学部建設工学科・三浦房紀助教授、国松直助手が整理された発破記録を利用させて頂いた。ここに記して感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) 星谷 勝・斉藤悦郎：拡張カルマンフィルターを用いた同定問題の各種振動系への応用，土木学会論文報告集，第339号，1983，pp. 59-67.
- 2) 星谷 勝・斉藤悦郎：線形多自由度系の動特性の推定，土木学会論文集，第344号／I-1，1984，pp. 289-298.
- 3) 土岐憲三・佐藤忠信：時系列理論による強地震動特性の推定，京都大学防災研究所年報，第22号B-2，1979，pp. 25-36.

- 4) Haskell, N. A.: Total Energy and Energy Spectral Density of Elastic Wave Radiation from Propagating Faults, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 54, No. 6, 1964, pp. 1811-1841.
- 5) Hartzell, S. H.: Earthquake Aftershock as Green's function, *Geophys. Res. Letters*, Vol. 5, No. 1, 1978, pp. 1-4.
- 6) 村松郁栄・入倉孝次郎: 余震・前震など小地震の合成による本震時の強震動の予測, 東海地方における大地震の被害予測に関する研究, 自然災害科学研究班, No. A-56-3, 1981, pp. 33-46.
- 7) Bayless, J. W. and E. O. Brigham: Application of the Kalman Filter to Continuous Signal Restoration, *Geophysics*, Vol. 35, No. 1, pp. 2-23, 1970.
- 8) Crump, N. D.: A Kalman Filter Approach to the Deconvolution of Seismic Signals, *Geophysics*, Vol. 39, No. 1, 1974.
- 9) 片山 徹: 応用カルマンフィルタ, 朝倉書店, 1983.
- 10) 相良節夫・秋月影雄・中溝高好・片山徹: システム同定, 計測自動制御学会, 1981.
- 11) Bierman, G. J.: Measurement Updating using the U-D Factorization, *Automatica*, Vol. 12, 1976, pp. 375-382.
- 12) 清野純史・土岐憲三・佐藤忠信: カルマンフィルタを用いた地震動のフィルタリング, 土木学会第40回年次学術講演概要集, 第1部, 1985, pp. 789-790.
- 13) 国松 直・中川浩二・三浦房紀・今村 威・坂本匡規: 露天掘鉱山における振動レベルの推定, 山口大学工学部研究報告, 第36巻, 第1号, 1985, pp. 89-96.
- 14) 平沢朋郎ら: 地殻活動に関する調査研究; 1983年日本海中部地震による災害の総合的調査研究, 自然災害特別研究突発災害研究成果, 自然災害科学総合研究班, 1984, pp. 17-68.
- 15) 福山英一・入倉孝次郎: 日本海中部地震の破壊過程のインバージョン, 地震学会秋季大会 概要集, 1985, p. 117.
- 16) Geller, R. J.: Scaling Relation for Earthquake Source Parameters and Magnitudes, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 66, No. 5, 1976, pp. 1501-1523.
- 17) 山田善一・野田 茂・富本 信: 日本海中部地震時の気象庁1倍強震計記録に基づく周期10秒前後の地震動特性, 京大防災研究所年報, 第28号B-2, 1985. 4, pp. 1-29.
- 18) 建設省土木研究所地震防災部振動研究室: 気象庁1倍強震計記録に基づく長周期地震動特性の解析——1968年十勝沖地震記録の解析——, 建設省土木研究所資料, 第1869号, 1983.
- 19) 武尾 実・阿部勝征: 漸化フィルター法による加速度記録解析, 地震, 第2輯, 第34巻, 第4号, 1981, pp. 351-364.
- 20) 斎藤正徳: 漸化式デジタル・フィルターの自動設計 (技術報告), 物理探鉱, 第31巻, 第4号, 1978, pp. 112-135.
- 21) 永井明博・角屋 睦: 流出解析手法 (その11) ——SDFP 法による貯留関数の最適同定——, 農業土木学会誌, 第48巻11号, 1980