

KNOT SURGERY DESCRIPTIONS OF
SOME CLOSED ORIENTABLE 3-MANIFOLDS

津田塾大学 円山憲子

本稿の目的は、homology 3-球面内の knot の exterior を二つ張り合せて得られる closed orientable 3-manifolds の knot surgery 表現を求めることである。

§ 1 準備

1.1 定義. smooth oriented category の議論を進める。 Σ を homology 3 球面, K を Σ 内の oriented knot とする。 $N(K)$ を K の 0-framed tubular neighborhood とする。即ち、 $N(K) \cong S' \times D^2$, $S' \times \{*\} \sim 0$ in $\Sigma - N(K)$, $* \in \partial D^2$ となっている。 $X = \Sigma - N(K)$ と置いたものを K の exterior という。 X の向きは、 Σ と K から自然に決まるものである。 ∂X はいつでも $S' \times \partial D^2$ と同視され、座標は (θ, φ) , $0 \leq \theta, \varphi < 2\pi$ で入れる。 $\ell = S' \times \{*\}$ ($* \in \partial D^2$), $m = \{*\} \times \partial D^2$ ($* \in S'$) なる ∂X 上の loops を各々 K の longitude, meridian という。 $\lambda = [\ell]$,

$\mu = [m]$ は $H_1(\partial X) \cong \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$ の生成元である。

1.2 $M(K_1, K_2; A)$: K_i を homology 3-球面 Σ_i 内の oriented knot, X_i を K_i の exterior とする ($i=1, 2$)。 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in GL(2, \mathbb{Z})$ st. $\det A = -1$ に對して,

$$h(\theta_1, \varphi_1) = (a\theta_1 + b\varphi_1, c\theta_1 + d\varphi_1)$$

により、向き逆転の同相写像 $h: \partial X_1 \rightarrow \partial X_2$ が決まる。よって

$h_*: H_1(\partial X_1) \rightarrow H_1(\partial X_2)$ は,

$$h_* \langle \lambda_1, \mu_1 \rangle = \langle \lambda_2, \mu_2 \rangle \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

となることがわかる。この h で X_1 と X_2 を張り合せて得られる 3-manifold $X_1 \cup_h X_2$ は、 h が向き逆転であるから X_1 と X_2 のそれから決まる自然な向きを持っている。この closed orientable 3-manifold を $M(K_1, K_2; A) (= X_1 \cup_h X_2)$ と表わす。

$M(K_1, K_2; A)$ の性質を上げておく:

$$(1) \quad M(K_1, K_2; A) = X_1 \cup_h X_2 \cong X_2 \cup_{h^{-1}} X_1 = M(K_2, K_1; A).$$

$$(2) \quad M(0, K; A) \cong \mathcal{X}_\Sigma(K; \frac{a}{c}),$$

ただし、 0 は S^3 内の trivial knot, K は homology 3-球面 Σ 内の knot で、 $\mathcal{X}_\Sigma(K; \frac{a}{c})$ は Σ を K に沿って type a/c の Dehn surgery を施して得られる closed orientable 3-manifold。

$$(3) \quad M(K_1, K_2; A) \text{ は}$$

$$H_1(M(K_1, K_2; A)) \cong \mathbb{Z}/|c|\mathbb{Z}.$$

(2) は, $N(K) \cong S^1 \times D^2$ と $X(0) \cong D^2 \times S^1 \cong S^3 - N(0)$ との同相写像 (向き逆転) が $(x, y) \mapsto (y, x)$ で与えられること, Dehn 構成にて得られるものの topological type が $N(K)$ の meridian の行き先で決まるところからわかることを注意しておく。

1.3 Surgery on solid torus. J を solid torus $S^1 \times D^2$ 内部の simple closed curve (s.c.c.) で, $J \not\subset B^3$ in $S^1 \times D^2$ かつ $J \neq \text{core of } S^1 \times D^2$ を満たすようにとる。

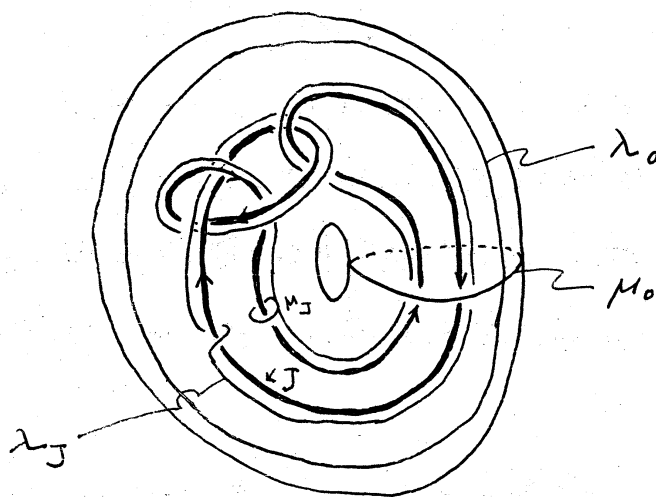


図 1. $J \subset S^1 \times D^2$ ($w=0$)

J の winding 数 w は, $\text{Im} [H_1(J) \rightarrow H_1(S^1 \times D^2)] = w\mathbb{Z}$ によって決まる non negative integer である。 $\lambda_0 = [S^1 \times *]$ ($* \in \partial D$), $\mu_0 = [* \times \partial D^2]$ ($* \in S^1$) $\in H_1(S^1 \times \partial D^2)$ とする。 $S^1 \times D^2$ 内の J の 0-framed tubular neighborhood $N(J)$ は, $g: S^1 \times D^2 \xrightarrow{\cong} N(J)$

s.t. $g(S' \times \{0\}) = J$, $g(S' \times \{*\})$ ($* \in \partial D^2$) $\sim W\lambda_0$ in $S' \times D^2 - N(J)$ に与えらる。 μ_J を $N(J)$ の null homotopic loop の $H_1(\partial N(J))$ の class, $\lambda_J = [g_*(S' \times *)]$ ($* \in \partial D^2$) $\in H_1(\partial N(J))$ とする。 λ_J, μ_J が J の $S' \times D^2$ における longitude & meridian である。 $Y = S' \times D^2 - N(J)$ を J の $S' \times D^2$ における exterior いう。 $\partial Y = S' \times \partial D^2 \cup \partial N(J)$ である。 以下 $\partial_0 Y = S' \times \partial D^2$ と表わす。 従って, $\partial Y = \partial_0 Y \cup \partial N(J)$. 以上より, $m/n \in \mathbb{Q} \cup \infty$ ($\infty = \frac{\pm 1}{0}$) に対し, J に沿って solid torus (= Dehn surgery) を施すことができる。 詳しく言えば, $h: \partial N(J) \xrightarrow{\cong} \partial N(J)$ s.t. $h_*[\mu_J] = m\mu_J + n\lambda_J \in H_1(\partial N(J))$ なる同相写像 Y に $N(J)$ を張り直すことに伴い境界を持つ 3-manifold が得られる。 それを $(J; \frac{m}{n}) = Y \cup_h N(J)$ と表わす。
 $\partial(J; \frac{m}{n}) = \partial_0 Y$ である。

次の補題は [G, Lemma 3.3.] から得られる。

補題 1. $(W, m) = 1$ かつ $n \neq 0$ とする。

(1) $H_1(J; \frac{m}{n}) \cong \mathbb{Z}$.

(2) $\text{Ker}[H_1(\partial(J; \frac{m}{n})) \rightarrow H_1(J; \frac{m}{n})] (\cong \mathbb{Z})$ は,

μ_0 ($W=0$) 又は $nW^2\lambda_0 + m\mu_0$ ($W \neq 0$) によって生成される。

1.4 定義. $\varphi_k: S' \times D^2 \xrightarrow{\cong} S' \times D^2$ を

$$\varphi_k(\theta, (r, \varphi)) = (\theta, (r, k\theta + \varphi))$$

で与えられる同相写像とする。 φ_k を k -twist homeomorphism と呼ぶことにする。 $(\varphi_k|_{\partial})^*: H_1(S^1 \times \partial D^2) \rightarrow H_1(S^1 \times \partial D^2) \neq$

$$(\varphi_k|_{\partial})^* \langle \lambda_0, \mu_0 \rangle = \langle \lambda_0, \mu_0 \rangle \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{pmatrix}$$

となっている。

J を 1.3 のように $S^1 \times \mathring{D}^2$ 内の s.c.c. とする。 $J_k = \varphi_k(J)$ と置く。
 K を homology 3-sphere 内の knot とし, $f: S^1 \times D^2 \xrightarrow{\cong} N(K)$ を
 K の 0-framing とする。 $J(K) = f(J)$ を K の satellite,
 $J_k(K) = f(J_k)$ を K の k -twisted satellite という。

§2. 主定理

定理 1. K_i を homology 3 球面 Σ_i 内の knot, X_i を K_i の exterior とする ($i=1, 2$)。 winding 数 w を 有する simple closed curve $J \subset S^1 \times \mathring{D}^2$ に対し, $J \cap B^3 \subset S^1 \times \mathring{D}^2$ かつ J は $S^1 \times D^2$ の core と異なる点が存在し, かつ $\frac{m}{n} \in \mathbb{Q} \cup \{\infty\}$ に対し $(m, n) = 1$ を満たす点が存在し, $X_1 = (J; \frac{m}{n})$ とし, $f: \partial(J; \frac{m}{n}) \rightarrow \partial X_1$ に対し $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ($w=0$) 又は $\begin{pmatrix} -s & t \\ m & -nw^2 \end{pmatrix}$ ($w \neq 0$) $\det B = -1$ として与えられるとする。 さらに $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & k \end{pmatrix}$ ($w=0$) 又は $\begin{pmatrix} nw^2 & t \\ m+nw^2 & kt+s \end{pmatrix}$ ($w \neq 0$), $k \in \mathbb{Z}$ とする。 この時, $M(K_1, K_2; A)$ は, Σ_2 上の K_2 の k -twisted satellite $J_k(K_2)$ に沿って type $\frac{m}{n} + kw^2$ の Dehn surgery を施し得られる。

$$M(K_1, K_2; A) \cong \mathcal{X}_{\Sigma_2}(J_k(K_2); \frac{m}{n} + kW^2).$$

証明. 仮定より $g = h \circ f: \partial(J; \frac{m}{n}) = \partial_0 Y = S' \times \partial D^2 \xrightarrow{f} \partial X_1 \xrightarrow{h} \partial X_2$ は, $AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{pmatrix}$ で与えられる. よって,
 $g_*: H_1(S' \times \partial D^2) \rightarrow H_1(\partial X_2)$ は, $g_* \langle \lambda_0, \mu_0 \rangle = \langle \lambda_2, \mu_2 \rangle \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{pmatrix}$
と表わされる. $M(K_1, K_2; A) = X_1 \cup_h X_2 \cong (J; \frac{m}{n}) \cup_g X_2$
であるが, $(J; \frac{m}{n}) = Y \cup_j N(J)$ (j は type $\frac{m}{n}$ の surgery map)
より, まずは J に沿った surgery を忘れ, $S' \times D^2$ を g で X_2
に張った後, J に対応するような $S' \times D^2 \cup_g X_2$ 内の s.c.c. に沿
って適当な係数の surgery を施せば $M(K_1, K_2; A)$ と同相な
ものが得られる. g は上の π から solid torus a meridian μ_0 を
 K_2 の meridian μ_2 に対応させていることがわかり, $S' \times D^2 \cup_g X_2$ は
ちょうど K_2 に沿って Σ_2 に type $\frac{1}{0} (= \infty)$ の surgery を施した
ものであり, i.e. $S' \times D^2 \cup_g X_2 = \mathcal{X}_{\Sigma_2}(K_2; \frac{1}{0}) \cong \Sigma_2$.
一方, $\Sigma_2 = N(K_2) \cup X_2$, $\partial N(K_2) \rightarrow \partial X_2$ は $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ で与えら
れているので, 上の同相は, $S' \times D^2 \cong N(K_2)$ なる同一視を
とて $\varphi_K \cup \text{id}$, $\varphi_K: S' \times D^2 \rightarrow S' \times D^2$ k -twist homeomorphism,
 $\text{id}: X_2 \rightarrow X_2$ で与えられていることがわかる. よって, J は
 $N(K_2)$ 内に $\varphi_K(J) = J_k$ で入っており, J から J_k への surgery の係
数の変化は, k -twist をうけて $\frac{m}{n} + kW^2$ となる. 従って
 $M(K_1, K_2; A)$ は Σ_2 内の knot K_2 の satellite $J_k(K_2)$ に

沿って type $\frac{m}{n} + kW^2$ の surgery を施して得られることが言える。□

さて、どんな closed orientable 3-manifold も必ず S^3 内にある link に沿って S^3 を surgery して得られることはよく知られたことである。定理1の $M(K_1, K_2; A)$ のそのような表現について考える： $\Sigma_2 \cong \chi_{S^3}(L; \mathbb{H})$ ，ここに L は有限個の成分からなる S^3 内の link， $\mathbb{H}$ を L の各成分に対応する surgery の係数の組（係数が ∞ となることはないとしてよい）とすれば、定理1の $M(K_1, K_2; A)$ を表わすに必要な link は、 Σ_2 に関する link $L \subset S^3$ に $J_k(K_2) \subset \Sigma_2$ に対応する knot をやはり $J_k(K_2)$ と呼び付け加えたものである。 $J_k(K_2)$ の S^3 に於ける surgery の係数は $(L; \mathbb{H})$ の linking matrix を Γ とし、 $(L; \mathbb{H}) \cup (J_k(K_2); 0)$ の linking matrix $\Gamma(0)$ とした時、[Mt, corollary 2.1.1] より $(\frac{m}{n} - kW^2) = \frac{\det \Gamma(0)}{\det \Gamma}$ となることが言える。まとめると、

系1.1. 定理1の $M(K_1, K_2; A)$ は次のようにして得られる。

$$M(K_1, K_2; A) \cong \chi_{S^3}(L \cup J_k(K_2); \mathbb{H}, r),$$

$$r = (\frac{m}{n} - kW^2) = \frac{\det \Gamma(0)}{\det \Gamma}.$$

次に定理1の仮定を満たすような S^3 内の knots の族を考えよう。

1.4に従って, T を $S^1 \times D^2$ 内部の s.c.c. 2', O を trivial knot とした時, $T(O)$ が再び trivial knot となるような n とする。

$K_1 = T_n(O) \subset S^3$ とする。

補題2. $K_1 = T_n(O)$ に対し, solid torus 内に s.c.c. J が決り $X_1 \cong (J; -\frac{1}{n})$ 2' $f: \partial(J; -\frac{1}{n}) \rightarrow \partial X_1$ は $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & nw^2 \end{pmatrix}$, w は T の winding 数, 2' 与えられる。

証明. $K_1 = T_n(O) \subset N(O) \subset S^3$ 2' ある。今, O の exterior arc を J' とし, J' に沿って type $-\frac{1}{n}$ の surgery を S^3 に施す。 $X_{S^3}(J'; -\frac{1}{n}) \cong S^3$ 2' ある。 J' に沿って n の surgery は, J' の exterior $\cong N(O)$ に $-n$ twist を加えることを意味する。 K_1 は solid torus 内の s.c.c. T に n twist を加えたのち, O の satellite 2' したものを 2' あるから, 上の surgery 2' K_1 は 2' だけ trivial knot $T(O)$ となる。 $T(O)$ の exterior $X \cong D^2 \times S^1$ 内に J' があり, X を J' に沿って $-\frac{1}{n}$ surgery (たまたま X_1 と同相 2' ある。この同相写像は境界 $\partial(X) \xrightarrow{\cong} \partial X_1$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ nw^2 & 1 \end{pmatrix}$ 2' 決まるものを 2' あることがわかる。 2' 同相写像 $t: S^1 \times D^2 \rightarrow X$ を $t(\theta, (r, \varphi)) = (\varphi, (r, \theta))$ を考え, $J \subset S^1 \times D^2$ が $J' \subset X$ に対応するとすれば, J' に対する surgery 係数は, J について $-\frac{1}{n}$ の係数を定める。 X_1 は solid torus $S^1 \times D^2$ を J に沿って $-\frac{1}{n}$ surgery (たまたまに同相 2' ある, $X_1 \cong (J; -\frac{1}{n})$. 2' $t|_{\partial}: S^1 \times \partial D^2 \xrightarrow{\cong} \partial X$ が $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 2' あることに注意すれば, $\partial(J; -\frac{1}{n}) \xrightarrow{\cong} \partial X_1$ は $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ nw^2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & nw^2 \end{pmatrix}$ 2' 決まる 2' わかる。 $\square$

補題より $K_1 = T_n(0)$, $\Sigma_1 = S^3$, $m=1$, $n_1=1$ と $n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & nw^2 \end{pmatrix}$ に対して、定理1及び系1.1を用えば、次の定理を得る。

定理2. $K_1 = T_n(0) \subset S^3$, T -winding 数 $= w$, 且 T

$A = \begin{pmatrix} -nw^2 & 1 \\ 1 - knw^2 & k \end{pmatrix}$ ($\forall k \in \mathbb{Z}$) とすれば、homology 3球面 Σ_2 内の任意の knot K_2 に対して、

$$M(K_1, K_2; A) \cong \chi_{\Sigma_2}(J_k(K_2); -\frac{1}{n} + kw^2).$$

さらに $\Sigma_2 = \chi_{S^3}(L; \mathbb{R})$ とすれば、

$$M(K_1, K_2; A) \cong \chi_{S^3}(L \cup J_k(K_2); \mathbb{R}, -\frac{1}{n} + kw^2 - \frac{\det(T)}{\det(T')}).$$

次に定理2において $K_2 = 0 \subset S^3 = \Sigma_2$ とする。1.2の(1)と(2)により、

$$M(K_1; 0; A) \underset{(1)}{\cong} M(0, K_1; A^{-1}) \underset{(2)}{\cong} \chi_{S^3}(T_n(0); nw^2 - \frac{1}{k})$$
と表すから、

$$\text{系 2.1. } \chi_{S^3}(T_n(0); nw^2 - \frac{1}{k}) \cong \chi_{S^3}(J_k(0); kw^2 - \frac{1}{n}).$$

系 2.2. ([B], Theorem 1). $K_i = T_{q_i}^i(0)$, w_i : T -winding 数とすると $i=1, 2$. 3次元多様体で K_2 の satellite に沿って $(1-N)/q_1$ -surgery しても K_1 の satellite に沿って $(1-N)/q_2$ -surgery しても得られるものがある。つまり $N = w_1^2 w_2^2 q_1 q_2$ とする。

§3. 応用.

ここでは、定理2の例として cable knot surgery 表現と twisted double knot を含むある knot の class による surgery 表現について述べ、定理1の仮定を満たす例について考える。

3.1 $T(nw \pm 1, w)$ を $(nw \pm 1, w)$ -torus knot とする。 T は solid torus 内に $(\pm 1, w)$ torus knot を考えれば、

$$T(nw \pm 1, w) = T_n(\pm 1, w).$$

従って補題2を満たす。 $J(p, q; K)$ を K の (p, q) -cable knot とすれば、定理2より次を得る。

系2.3. $A = \begin{pmatrix} -nw^2 & 1 \\ 1-knw^2 & n \end{pmatrix} \quad (\forall k \in \mathbb{Z}), \quad K \text{ は homology}$

3球面 Σ 内の knot とする。

$$(1) \quad M(T(nw \pm 1, w), K; A) \cong \chi_{\Sigma}(J(kw \pm 1, w; K); kw^2 \pm \frac{1}{n})$$

$$(2) \quad \chi_{\Sigma}(K; k \pm \frac{1}{4}) \cong \chi_{\Sigma}(J(2k \pm 1, 2; K); 4k \pm 1).$$

証明. (1)は定理よりただちにわかる。また(2)は、 $T((71)2 \pm 1, 2) = T(71, 2)$ が再び trivial knot になる。 $A = \begin{pmatrix} \pm 4 & 1 \\ 1 \pm 4k & k \end{pmatrix}$ を用いて、(1)から出てくる。□

系2.3の(2)は [FS, Theorem 2] を含む。

3.2. 次に $\mathbb{Z}$ bridge knot a なる class $H(m, n)$ を扱う。

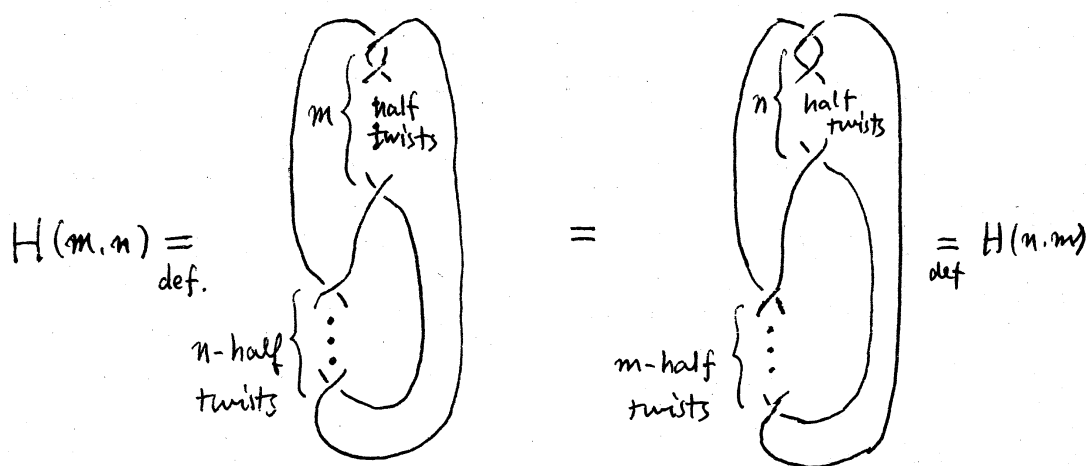


図 2.

knot であるために m, n も ± 1 に even, -1 は even -1 は odd であるからなる (図 2 からわかるように $H(m, n) = H(n, m)$ なる m が odd n が even と反対に構わない)。従って $H(m, 2n)$ を考えておく。 $H(m, 2n)$ は $H(m, 0)$ を n -twist に得られる。
 m が odd の時 $W = 2 \quad A_0 = \begin{pmatrix} -4n & 1 \\ 1-4kn & k \end{pmatrix}$, m が even の時 $W = 0$, $A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & k \end{pmatrix}$ に対して定理 2 を使えば次のようになる。

系 2.4 K は homology 3-sphere Σ 内の knot, $k \in \mathbb{Z}$ とする。

- (1) $M(H(m, 2n; A_0)) = \chi_{\Sigma}(H(m, 2k; K); 4k - \frac{1}{n})$
 更に m が odd なら $H(m, 2k; K)$ は $H(m, 2k)$ の $\mathbb{Z}$ satellite.

$$(2) \quad M(H(2m, 2n), K: Ae) \cong \chi_{\Sigma}(H(2m, 2k; K): -\frac{1}{n}) \\ \cong \chi_{\Sigma}(H(2n, 2k; K): -\frac{1}{m})$$

(3) $H(\pm 2, 2n) \stackrel{\text{def}}{=} D_n^{\pm 1}$, $D_n^{\pm 1}(K)$: Kn -twisted double
とある。

$$\chi_{\Sigma}(D_n^{\pm 1}(K): -\frac{1}{n}) \cong \chi_{\Sigma}(H(2n, k; K): \mp 1)。$$

証明。(1)は定理2より明らか。(2)も(2)で表わすことができる。また(2)と同相
は $H(2m, 2n) = H(2n, 2m)$ から来るものである。(3)は(2)から。□

3.3. 定理1の仮定を満たす knots の族は定理2で扱った
もの以外に、solid torus 内の torus knot を特に (p, q) で表
わすと、 $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}; \frac{m}{n})$ のある torus knot の exterior を表わす
ことができる。Gordon [G, Lemma 7.2] は次のように述べている。

補題3. (Gordon) $(p, q) = 1$, $q \geq 2$ とする。

$$(p, q; \frac{m}{n}) \cong \begin{cases} (1) S^1 \times D^2 \# L(q-p) & \frac{m}{n} = p/q, n=1. \\ (2) S^1 \times D^2 & |npq - m| = 1 \\ (3) \text{multiplicity } q, |npq - m| \text{ a singular} \\ & \text{fibres を持つ } D^2 \text{ 上の Seifert fibre} \\ & \text{space.} \end{cases}$$

補題3において, (2)から trivial knot の exterior が得られるとき, (3)のうち, $p \equiv m \pmod{q}$ かつ $p \equiv q \pmod{m-npq}$ となっている時, torus knot $T(m-npq, q)$ の exterior が得られることが, fibration の ordinary fibre の追跡を言える。そこで定理1を使い, 次の系を得る。

系1.2. K は homology 3-sphere Σ 内の knot,

$$A = \begin{pmatrix} nq^2 & t \\ m+knq^2 & kt+s \end{pmatrix}, \det A = -1, (p, q) = 1. \text{ とする.}$$

$$(1) \quad \chi_{\Sigma}(K; \frac{m}{nq^2} + k) \cong \chi_{\Sigma}(T(kq+p, q; K); \frac{m}{n} + kq^2)$$

$$(2) \quad p \equiv m \pmod{q}, \quad p \equiv q \pmod{m-npq} \text{ の時.}$$

$$M(T(m-npq, q), K; A) \cong \chi_{\Sigma}(T((k-np)q+m, q; K); \frac{m}{n} + kq^2)$$

3.4. 注意.

- (1) Brakes [B] は定理2と同様のアイデアで系2, 3を示した。これは, いくつもの異なる knots から surgery により, 一つの 3-manifold が作れるかどうかの答えになっている。また,

系 2.1 からそのような例を作る事ができる。系 2.1 は結局 S^3 内の各成分 T, J が trivial で、 $lk(T, J) = w$ の link $L = T \cup J$ を考へ、 T には係数 $-\frac{1}{k}$ 、 J には係数 $-\frac{1}{n}$ を付し、得られる 3-manifold a knot による surgery 表現の間の変換を意味している。 T と J が S^3 の isotopy で互いに移りあへ、 $w \neq 0$ 、 $k \neq n$ ならば、Alexander polynomial の計算により $T_n(0)$ と $J_k(0)$ が異なり knot type を持つことを示すことができる。

(2) 本稿の内容は、[M] を修正、一般化したものである。他方向への応用等についてはこれを参照されたい。

REFERENCES

- [W] W. Brakes, Manifolds with multiple knot-surgery descriptions, Math. Proc. Camb. Phil. Soc. 87(1980), 443-448.
- [FS] R. Fintushel and R. Stern, Constructing lens spaces by surgery on knots, Math. Zeit. 175(1980), 33-51.
- [G] C. McA. Gordon, Dehn surgery and satellite knots, preprint.
- [Mr] N. Maruyama, Knot surgery descriptions of some closed orientable 3-manifolds---preliminary notes, preprint.
- [Mt] Y. Matsumoto, On the bounding genus of homology 3-spheres, preprint.