

有限群の Normality と Quasi-normality について

神戸商船大 中 村 喜理雄

有限群 G の或部分群 Q がすべての部分群と全体として可換
のときこれを G の quasi-normal subgroup という。

$$G \cong Q$$

であらわす。この定義は G の normal subgroup の定義の
拡張である。quasi-normal で normal でない部分群の例
は p 群ですぐつくれる。又定義から quasi-normality はか
なり normality に近いことが推測されるが それをもう
少しはつきりさせるため

$$G \cong Q$$

のとき Q に含まれる G の最大の normal subgroup を Q_G と
して、 Q_G を Q の core とよぶことにし

$$Q/Q_G$$

の構造をみる

これは大分くわしくしらべられて 先づ

Itô-Szep により中零であることがえられたがその class
 や交換子列の長さは任意に大きい core-free な quasi-
 normal subgroup をもつ有限群が構成されてその方向で

$$Q/Q$$

をしらべても意味がない しかし

Peter Schmid - Rudolf Maier による次の結果は
 興味深い 即ち

$$G \cong Q$$

のとき Q/Q は G/Q の hypercenter に含まれる
 これから G の core free な minimal quasi-normal
 subgroup は (Itô-Szep により p 群になるが) p と素な
 位数の G のどの元とも可換であることがえられる。

その他 G の normal subgroup で自明のことも quasi-
 normal subgroup では未解決のことが多い。例えば
 normal subgroup の characteristic subgroup はやはり
 normal になるが normal を quasi-normal に置きか
 えると一般には成立たない。この方向では次の結果、即ち

$$G \cong Q$$

且 Q の min. normal subgroup N が unique なうば

$$G \cong N$$

が成立つ。(ここで N は無論 Q の char. subgroup である)

特に G を p 群とすると

$$G \cong Q, \quad \Omega_1(Z(Q)) = N$$

$$|W| = p$$

ならば

$$G \cong N$$

がえられる。(証明はこの方が先である)

文 献

- (1) N. Ito und J. Szép: Über die Quasinormalteiler von endlichen Gruppen
Acta Sci. Math. (Szeged)
- (2) P. Schmied und R. Maier: Einbettung von Quasinormalteilern in endlichen Gruppen
Math. Zeitschr. (to appear)