

数値解析を用いた湖沼の吹送流解析モデルに 関する 2, 3 の考察

岩佐 義朗・多田 彰秀・福本 育央

SOME CONSIDERATIONS ON MATHEMATICAL MODELS OF WIND-INDUCED LAKE FLOWS BY MEANS OF NUMERICAL SIMULATION

By Yoshiaki IWASA, Akihide TADA and Ikuo FUKUMOTO

Synopsis

This study deals with the wind-induced flows in the model lake by means of the numerical simulation. In particular, the effects of the Coriolis terms, non-linear convective terms and diffusion terms in the basic equations on the calculated flow patterns are estimated, under the assumptions of hydrostatic pressure distribution, of uniform wind velocity and of non-stratification.

The results obtained are given as follows: The circulation in the model lake depends on a dimensionless length parameter L/L' , where L ; the width of lake, L' ; the length of lake. The velocity at the surface layer is clockwise veered by the Coriolis terms. The non-linear convective terms may play an important part when the wind is strong, even if Rossby number R_0 is less than 1.0. It is also realized that the flow currents on the vertical plane in the deeper part of the lake approach uniform with the increase of vertical eddy viscosity and that the horizontal eddy viscosity is not more sensitive than the vertical eddy viscosity in the circulation.

1. 緒 言

湖沼などの閉鎖性水域内における流動の主要因としては、風および水温成層の形成が考えられる。すなわち、実際の湖沼では、風の時間的・空間的变化に起因する吹送流と、地形形状に基づく熱容量の差や流出・流入等による密度差に起因する密度流とが共存し、相互に作用しあってより複雑な流動特性を呈しているといえる。一方、本研究では、水深が比較的浅くかつ密度成層がほとんど存在しない湖沼を対象とし、大部分の流れが風によって引き起こされるとともに、風のランダムな変動と湖盆の複雑な形状とが重なりあって、時間的かつ空間的に一様でない湖流が形成されているとみなしている。したがって、以後の議論では、閉鎖性水域内の流れのうちで風によって生起する吹送流に絞って論じる。

従来より、上述のような湖流特性を解明するために種々の解析モデルが提案され、それらを用いた理論的解析や水理実験的解析および数値解析がなされてきた。特に、数値解析については、近年のコンピュータの高性能化に伴い、今や一般的になっている。しかしながら、その数値解析にも大きな問題が存在している。すなわち、数値解析結果に対する較正であり、現在のところ計算された水理量の定性的な面についてのみなされ、定量的な面については十分に較正されているとはいいがたい。その理由として、現地湖流観測資料の蓄積が乏しいことが第一に挙げられる。第二には、解析モデルに含まれる各種パラメータ（例えば、渦動粘性係数等）の設定基準が明確でなく、解析対象とする現象の時間および空間スケールに応じた各種パラメー

タの決定が十分に行えないためである。さらに、各種パラメータの値が湖流特性に及ぼす影響度についても明らかでないため、パラメータの決定に際しては、従来の研究を参考にして解析者自身によって試行錯誤的に選定されている。また、流れの各種因子（例えば、移流項、Coriolis 項等）に関する定量的な比較をも十分に行われていないのが現状のようである。

本研究は、以上のようなことを踏まえ、モデル湖における吹送流の3次元数値解析を行う際に用いられる基礎式を構成する項、すなわち移流項、Coriolis 項および渦動粘性項（以後、本論文では「拡散項」と称する。）が吹送流の流動特性に及ぼす影響について基礎的な考察を行ったものである。まず、湖沼での吹送流を3次元解析する場合の基礎式を示すとともに、本研究で採用する3つの解析モデルを紹介する。ついで、基礎式の積分表示ならびにその差分式を誘導する。最後に、モデル湖での吹送流解析を行い、解析結果より湖沼の幾何学的スケール、移流項や Coriolis 項の有無および渦動粘性係数の違いによる流動特性への影響について考察したものである。

2. 基礎式と解析モデル

2.1 基礎式

本研究で対象とする湖沼の吹送流を3次元解析する場合の基礎式は、次のとおりである。

$$\text{連続式; } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

運動方程式;

$$x\text{-方向 } \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + A_h \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + A_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + f v \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$y\text{-方向 } \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + A_h \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + A_v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - f u \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$z\text{-方向 } \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho_0 g \quad \dots\dots\dots (4)$$

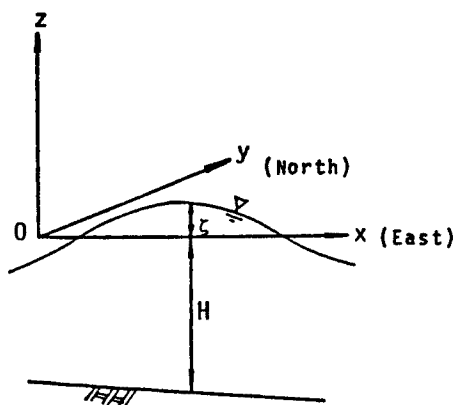


Fig. 1 Definition sketch.

ここに、 t : 時間、 x, y, z : Fig. 1 のように定められた座標である。 x 軸は東向きを、 y 軸は北向きを、 z 軸は鉛直上向きを正とするとともに、基準面を $z=0$ (静水面) としている。 u, v, w : それぞれ x, y, z 方向の流速成分、 p : 圧力、 ρ_0 : 水の基準密度、 A_h : 水平渦動粘性係数、 A_v : 鉛直渦動粘性係数、 ζ : 基準面 ($z=0$) からの水位変動量、 H : 基準面 ($z=0$) から湖底までの水深、 g : 重力加速度、 f : Coriolis の因子である。

これらの基礎式を誘導するにあたり、用いた前提を示せば以下のとおりである。

- i) 本研究で対象とする流れには、周期の短い波浪等は含まれない。
 - ii) 流れの鉛直方向の加速度は、重力の加速度と比較して小さい。したがって、鉛直方向の運動方程式は静水圧分布式で置き換えられる。
 - iii) 水温成層は存在しないとして、水の密度 ρ は対象領域にわたって一定値 ρ_0 とする。
- さらに、ここでは簡単化のために次の仮定をも設けている。

- i) 水表面での圧力 p_s は、大気圧に等しく一定である。すなわち、 $p_s=0$ と置くことにする。
 - ii) 対象とする湖沼内での緯度の変化は小さく、Coriolis の因子 f は一定値とする。
 - iii) 渦動粘性係数については、解析対象水域内で一定とみなす。
 - iv) 湖底の水深 H は、時間的に変化しない。
- 前提に従えば、(4)式より圧力の静水圧分布式が導かれる。すなわち、

$$p = \int_z^{\zeta} \rho_0 g dz = \rho_0 g (\zeta - z) \quad \dots\dots\dots (5)$$

次に、境界条件について示しておく。

(1) 水面 ($z=\zeta$) での境界条件

$$\text{運動学的条件: } w_s = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u_s \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v_s \frac{\partial \zeta}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{水面におけるせん断応力: } \tau_{sx} = \rho_0 A_v \frac{\partial u}{\partial z}, \tau_{sy} = \rho_0 A_v \frac{\partial v}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (7)$$

(2) 湖底 ($z=-H$) での境界条件

$$\text{運動学的条件: } w_b = u_b \frac{\partial (-H)}{\partial x} + v_b \frac{\partial (-H)}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\text{湖底におけるせん断応力: } \tau_{bx} = \rho_0 A_v \frac{\partial u}{\partial z}, \tau_{by} = \rho_0 A_v \frac{\partial v}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに、添字 s および b はそれぞれ水表面および湖底における水理量を表わすものである。 τ_{sx}, τ_{sy} : 風による水表面での摩擦応力の x, y 方向成分、 τ_{bx}, τ_{by} : 湖底におけるせん断応力の x, y 方向成分である。

2.2 解析モデル

本研究では、以下に示す 3 つのタイプの解析モデルを採用し、基礎式を構成する移流項および Coriolis 項の有無による流れへの影響について比較検討する。

$$\text{TYPE 1; } \frac{\partial u}{\partial t} = \underbrace{-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}}_{\text{(圧力項)}} + \underbrace{A_h \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)}_{\text{(水平拡散項)}} + \underbrace{A_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}}_{\text{(鉛直拡散項)}} + \underbrace{fv}_{\text{(Coriolis 項)}} + \underbrace{\left(-u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} - w \frac{\partial u}{\partial z} \right)}_{\text{(移流項)}}$$

$$\text{TYPE 2; } \frac{\partial u}{\partial t} = \text{(圧力項)} + \text{(水平拡散項)} + \text{(鉛直拡散項)} + \text{(Coriolis 項)}$$

$$\text{TYPE 3; } \frac{\partial u}{\partial t} = \text{(圧力項)} + \text{(水平拡散項)} + \text{(鉛直拡散項)} + \text{(移流項)}$$

なお、 x 方向の運動方程式のみを用いて解析モデルの紹介を行ったが、 y 方向の運動方程式についても同様である。

TYPE 1 は、基礎式(2)においてすべての項を考慮したモデルである。一方、TYPE 2 は TYPE 1 より移流項のみを省略したモデル、TYPE 3 は TYPE 1 より Coriolis 項のみを省略したモデルである。したがって、TYPE 1 と TYPE 2 および TYPE 1 と TYPE 3 の比較を通して、それぞれ移流項および Coriolis 項の有無による流れの相違に関して検討が可能である。また、拡散項の流れに及ぼす影響については、TYPE 1 のモデルにおいて鉛直渦動粘性係数 A_v および水平渦動粘性係数 A_h の値をそれぞれ独立に変化させて比較する。

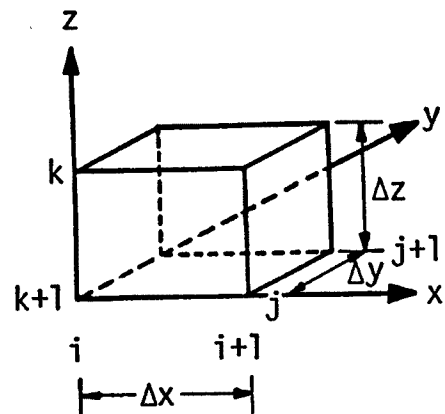


Fig. 2 Control volume.

2.3 基礎式の積分表示

岩佐・井上ら¹⁾に倣って、(1)，(2)および(3)式を Fig. 2 に示すような control volume に関して積分すれば、次式が得られる。なお、ここでは x 方向の運動方程式と連続式についてのみ記述するにとどめる。

(1) 水面も湖底も含まない中間の control volume の場合

(a) x 方向の運動方程式；

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V u dV = & f \int_V v dV - \frac{1}{\rho_0} \int_{A_x} p dA_x \Big|_{x_i}^{x_{i+1}} - \left(uu - A_h \frac{\partial u}{\partial x} \right) \Delta A_x \Big|_{x_i}^{x_{i+1}} \\ & - \left(uv - A_h \frac{\partial u}{\partial y} \right) \Delta A_y \Big|_{y_j}^{y_{j+1}} - \left(uw - A_v \frac{\partial u}{\partial z} \right) \Delta A_z \Big|_{z_k}^{z_{k+1}} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

(b) 連続式；

$$u \Delta A_x \Big|_{x_i}^{x_{i+1}} + v \Delta A_y \Big|_{y_j}^{y_{j+1}} + w \Delta A_z \Big|_{z_k}^{z_{k+1}} = 0 \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 V : control volume の体積、 $\Delta A_x, \Delta A_y, \Delta A_z$: control volume の x, y, z 軸に垂直な面の面積、 A_x : control volume の x 軸に垂直な面である。また、 $h \Big|_{x_i}^{x_{i+1}} = h(x_{i+1}) - h(x_i)$ を表わす。

(2) 水面を含む control volume の場合

$$\begin{aligned} (a) \quad \frac{\partial}{\partial t} \int_V u dV = & f \int_V v dV - \frac{1}{\rho_0} \int_{A_x} p dA_x \Big|_{x_i}^{x_{i+1}} - \left(uu - A_h \frac{\partial u}{\partial x} \right) \Delta A_x \Big|_{x_i}^{x_{i+1}} \\ & - \left(uv - A_h \frac{\partial u}{\partial y} \right) \Delta A_y \Big|_{y_j}^{y_{j+1}} - \left(uw - A_v \frac{\partial u}{\partial z} \right) \Delta A_z \Big|_{z_k}^{z_{k+1}} \\ & + \left\{ A_h \cdot \cos(n, x) \frac{\partial u}{\partial x} + A_h \cdot \cos(n, y) \frac{\partial u}{\partial y} + A_v \cdot \cos(n, z) \frac{\partial u}{\partial z} \right\}_s \Delta A_s \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

$$(b) \quad \frac{\partial}{\partial t} \int_{A_s} \zeta dA_s = -u \Delta A_x \Big|_{x_i}^{x_{i+1}} - v \Delta A_y \Big|_{y_j}^{y_{j+1}} - w \Delta A_z \Big|_{z_k}^{z_{k+1}} \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 A_s, A_s : 自由水面および control volume の z 軸に垂直な面、 ΔA_s : 自由水面の面積、 n : 自由水面に立てた外向き法線、 $h \Big|_{z_{k+1}} = -h(z_{k+1})$ を表わす。さらに、(12)式右辺の第6項では、水面こう配が小さいとして $\Delta A_s \doteq \Delta A_s$ が導入されるとともに、水面における境界条件(7)式によって記述されるものとしている。

(3) 湖底に接する control volume の場合

$$\begin{aligned} (a) \quad \frac{\partial}{\partial t} \int_V u dV = & f \int_V v dV - \frac{1}{\rho_0} \int_{A_x} p dA_x \Big|_{x_i}^{x_{i+1}} - \left(uu - A_h \frac{\partial u}{\partial x} \right) \Delta A_x \Big|_{x_i}^{x_{i+1}} \\ & - \left(uv - A_h \frac{\partial u}{\partial y} \right) \Delta A_y \Big|_{y_j}^{y_{j+1}} - \left(uw - A_v \frac{\partial u}{\partial z} \right) \Delta A_z \Big|_{z_k}^{z_{k+1}} \\ & - \left\{ A_h \cdot \cos(n, x) \frac{\partial u}{\partial x} + A_h \cdot \cos(n, y) \frac{\partial u}{\partial y} + A_v \cdot \cos(n, z) \frac{\partial u}{\partial z} \right\}_b \Delta A_b \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

$$(b) \quad u \Delta A_x \Big|_{x_i}^{x_{i+1}} + v \Delta A_y \Big|_{y_j}^{y_{j+1}} + w \Delta A_z \Big|_{z_k}^{z_{k+1}} = 0 \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 ΔA_b : 湖底の面積、 n : 湖底に外向きに立てた法線であり、 $h \Big|_{z_k}^{z_{k+1}} = h(z_k)$ を表わす。(14)式右辺の第6項については、 $\Delta A_b \doteq \Delta A_b$ を導入するとともに、湖底の境界条件(9)式によって記述される。すなわち、 τ_{bx}/ρ_0 に等しいとして表わされる。

3. 差分式と計算方法

3.1 差分式の誘導

(1) column と cell

積分された基礎式の差分化を行うにあたり、まず解析対象領域を x および y 方向にそれぞれ Δx および Δy の間隔で分割し、差分格子を作成する。ついで、分割によって得られた各格子での水深を高さとする水柱 ($\Delta x \times \Delta y \times \text{水深}$) を考え、簡単化のために、これを“column”と呼ぶことにする。さらに、各 column を鉛直方向に Δz ごとに分割して、($\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$) の体積を有する最小単位の control volume を作り、これを“cell”と称しておく。

(2) 水理量の定義位置とその表示

各水理量の定義位置については、つぎのように定めている。水位変動量 ζ は、column 上面の中心において、圧力 p および鉛直方向の流速成分 w については、cell の上、下面の中心において定義されている。さらに、水平方向の流速成分 u および v については、各 cell の yz 面および zx 面のそれぞれ中心において定義している。

水理量の表示については、つぎのように説明される。各 column の最上層の cell、すなわち ζ が定義されている cell を第 1 層、これより鉛直下方に k 番目の cell を第 k 層と呼ぶことにすれば、 $h_{i,j}^k$ の表示は、点 $(x, y) = (i\Delta x, j\Delta y)$ 上に立てられた鉛直線上の第 k 層上面における時刻 $t = n\Delta t$ での水理量 h の値を指定することになる。なお、湖面を含む cell では層厚 Δz が水位の変化に伴って時間的にも空間的にも変化することもありうるので、層厚 Δz にも添字を附すことにした。

(3) 差分化

基礎式の差分化には、explicit な形式を採用するとともに、Fig. 3 に示すような leap-frog 法を適用する。特に、移流項の差分化については、上流差分スキームを導入する。なお、以下においては、水面も湖底も含まず、また湖岸にも接していない cell の差分式について示すことにする。

(a) 運動方程式

運動方程式の差分式に関しては、水面も湖面も含まない cell を x 方向の運動方程式にあては x の負の方向、 y 方向の運動方程式にあては y の負の方向へ、それぞれ $\Delta x/2$ および $\Delta y/2$ だけずらして(10)式に相当する式を導き、差分化することにより求められる。ここでは、 x 方向の差分式のみを示し、 y 方向の差分式は省略する。

$$\frac{u_{i,j+1/2}^{k+1/2,n+2} - u_{i,j+1/2}^{k+1/2,n}}{2\Delta t} \Delta V_{i,j+1/2}^{k+1/2,n+1} = (\text{圧力項}) + (\text{拡散項}) + (\text{Coriolis 項}) + (\text{移流項}) \cdots \cdots (16)$$

ここに、 $\Delta V_{i,j+1/2}^{k+1/2,n+1} = \Delta x \Delta y \Delta z_{i,j+1/2}^{k+1/2,n+1}$ とすれば、 $\Delta V_{i,j+1/2}^{k+1/2,n+1} = (\Delta V_{i+1/2,j+1/2}^{k+1/2,n+1} + \Delta V_{i-1/2,j+1/2}^{k+1/2,n+1})/2$ である。また、(16)式右辺を構成する 4 つの項を、簡略化のためにそれぞれ u_{pres} 、 u_{diff} 、 u_{cori} および u_{conv} と置くことにし、以下それぞれの項についてその差分を示す。

(i) 圧力項 u_{pres}

$$\begin{aligned} u_{\text{pres}}(i, j+1/2, k+1/2) &= -\frac{1}{\rho_0} \{ p_{i+1/2,j+1/2}^{k+1/2,n+1} \Delta y \Delta z_{i+1/2,j+1/2}^{k+1/2,n+1} - p_{i-1/2,j+1/2}^{k+1/2,n+1} \Delta y \Delta z_{i-1/2,j+1/2}^{k+1/2,n+1} \} \\ &= -\frac{1}{\rho_0} \{ (P_{i+1/2,j+1/2}^{k+1/2,n+1} - P_{i-1/2,j+1/2}^{k+1/2,n+1}) \Delta y - (P_{i+1/2,j+1/2}^{k+1/2,n+1} - P_{i-1/2,j+1/2}^{k+1/2,n+1}) \Delta y \} \\ &\cdots \cdots (17) \end{aligned}$$

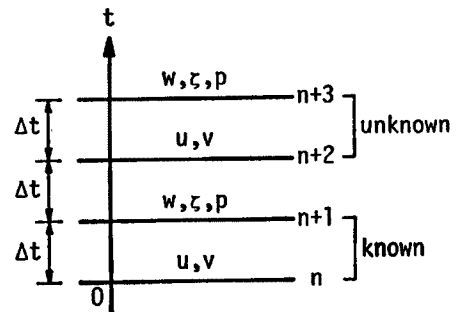


Fig. 3 Schematic display of the leap-frog method.

ここに,

$$\begin{aligned} P_{i+1/2, j+1/2}^{k, n+1} &= \int_{\zeta_{i+1/2, j+1/2}^{k, n+1}}^{\zeta_{i+1/2, j+1/2}^{k, n+1} + \Delta z} \rho_0 g (\zeta_{i+1/2, j+1/2}^{k, n+1} - z') dz' \\ &= \rho_0 g \{ \zeta_{i+1/2, j+1/2}^{k, n+1} (\zeta_{i+1/2, j+1/2}^{k, n+1} - z_{i+1/2, j+1/2}^k) + (z_{i+1/2, j+1/2}^k)^2 / 2 \} \end{aligned}$$

である。なお、 $p_{i+1/2, j+1/2}^{k, n+1}$ は cell の上端と下端の平均を取ることはせず、cell の上面および下面における単位幅あたりの力 $P_{i+1/2, j+1/2}^{k, n+1}$ および $P_{i+1/2, j+1/2}^{k, n+1}$ を計算して、その差によって表わしている。

(ii) 拡散項 u_{diff}

$$\begin{aligned} u_{diff}(i, j+1/2, k+1/2) &= A_h \frac{dy}{dx} \{ (u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n} - u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n}) \Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+1} - (u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n} - u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n}) \Delta z_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+1} \} \\ &+ A_h \frac{dx}{dy} \{ (u_{i+1/2, j+3/2}^{k+1/2, n} + u_{i+1/2, j+3/2}^{k+1/2, n} - u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n} - u_{i+1, j+1/2}^{k+1/2, n}) (\Delta z_{i+1/2, j+3/2}^{k+1/2, n+1} + \Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+1}) / 8 \\ &+ (u_{i-1/2, j+3/2}^{k+1/2, n} + u_{i-1/2, j+3/2}^{k+1/2, n} - u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n} - u_{i-1, j+1/2}^{k+1/2, n}) (\Delta z_{i-1/2, j+3/2}^{k+1/2, n+1} + \Delta z_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+1}) / 8 \\ &- (u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n} + u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n} - u_{i+1/2, j-1/2}^{k+1/2, n} - u_{i+1, j-1/2}^{k+1/2, n}) (\Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+1} + \Delta z_{i+1/2, j-1/2}^{k+1/2, n+1}) / 8 \\ &- (u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n} + u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n} - u_{i-1/2, j-1/2}^{k+1/2, n} - u_{i-1, j-1/2}^{k+1/2, n}) (\Delta z_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+1} + \Delta z_{i-1/2, j-1/2}^{k+1/2, n+1}) / 8 \} \\ &+ A_v \frac{dx}{dy} \left\{ \frac{(u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n} + u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n}) - (u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n} + u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n})}{(\Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+1} + \Delta z_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+1})} \right. \\ &+ \frac{(u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n} + u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n}) - (u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n} + u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n})}{(\Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+1} + \Delta z_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+1})} \\ &\left. - \frac{(u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n} + u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n}) - (u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n} + u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n})}{(\Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+1} + \Delta z_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+1})} - \frac{(u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n} + u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n}) - (u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n} + u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n})}{(\Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+1} + \Delta z_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+1})} \right\} \\ &\dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

(iii) Coriolis 項 u_{cori}

$$u_{cori}(i, j+1/2, k+1/2) = \frac{f}{4} (v_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n} + v_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n} + v_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n} + v_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n}) \Delta V_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+1} \dots\dots\dots (19)$$

(iv) 移流項 u_{conv}

前述したように移流項の差分化には、上流差分の考え方を導入する。また、 u および v の値については $t=(n-2)\Delta t$ と $t=n\Delta t$ の平均値で、 w および Δz については $t=(n-1)\Delta t$ および $t=(n+1)\Delta t$ の平均値で評価している²⁾。すなわち、

$$\begin{aligned} u_{conv}(i, j+1/2, k+1/2) &= - \left\{ u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} \frac{u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} + u_{i+1, j+1/2}^{k+1/2, *}}{2} + \frac{1}{2} |u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} (u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} - u_{i+1, j+1/2}^{k+1/2, *}) \right\} dy \cdot \Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, **} \\ &+ \left\{ u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} \frac{u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} + u_{i-1, j+1/2}^{k+1/2, *}}{2} + \frac{1}{2} |u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} (u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} - u_{i-1, j+1/2}^{k+1/2, *}) \right\} dy \cdot \Delta z_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, **} \\ &- \left\{ v_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} \frac{u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} + u_{i-1/2, j+3/2}^{k+1/2, *}}{2} + \frac{1}{2} |v_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} (u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} - u_{i-1/2, j+3/2}^{k+1/2, *}) \right\} \Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, **} \frac{dx}{2} \\ &- \left\{ v_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} \frac{u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} + u_{i-1/2, j+3/2}^{k+1/2, *}}{2} + \frac{1}{2} |v_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} (u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} - u_{i-1/2, j+3/2}^{k+1/2, *}) \right\} \Delta z_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, **} \frac{dx}{2} \\ &+ \left\{ v_{i+1/2, j}^{k+1/2, *} \frac{u_{i+1/2, j}^{k+1/2, *} + u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, *}}{2} + \frac{1}{2} |v_{i+1/2, j}^{k+1/2, *} (u_{i+1/2, j}^{k+1/2, *} - u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, *}) \right\} \Delta z_{i+1/2, j}^{k+1/2, **} \frac{dx}{2} \\ &+ \left\{ v_{i-1/2, j}^{k+1/2, *} \frac{u_{i-1/2, j}^{k+1/2, *} + u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, *}}{2} + \frac{1}{2} |v_{i-1/2, j}^{k+1/2, *} (u_{i-1/2, j}^{k+1/2, *} - u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, *}) \right\} \Delta z_{i-1/2, j}^{k+1/2, **} \frac{dx}{2} \\ &- \left\{ w_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} \frac{u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} + u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, *}}{2} + \frac{1}{2} |w_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} (u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} - u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, *}) \right\} dy \cdot \frac{dx}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left\{ w_{i+1/2, j+1/2}^{k+1, **} \frac{u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} + u_{i+1/2, j+1/2}^{k-1/2, *}}{2} + \frac{1}{2} |w_{i+1/2, j+1/2}^{k+1, **}| (u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} - u_{i+1/2, j+1/2}^{k-1/2, *}) \right\} \Delta y \cdot \frac{\Delta x}{2} \\
& + \left\{ w_{i-1/2, j+1/2}^{k+1, **} \frac{u_{i-1/2, j+1/2}^{k+3/2, *} + u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, *}}{2} + \frac{1}{2} |w_{i-1/2, j+1/2}^{k+1, **}| (u_{i-1/2, j+1/2}^{k+3/2, *} - u_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, *}) \right\} \Delta y \cdot \frac{\Delta x}{2} \\
& + \left\{ w_{i+1/2, j+1/2}^{k+1, **} \frac{u_{i+1/2, j+1/2}^{k+3/2, *} + u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, *}}{2} + \frac{1}{2} |w_{i+1/2, j+1/2}^{k+1, **}| (u_{i+1/2, j+1/2}^{k+3/2, *} - u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, *}) \right\} \Delta y \cdot \frac{\Delta x}{2} \\
& \dots\dots\dots (20)
\end{aligned}$$

ここに、前述した定義位置にない水理量が参照されている場合には次式で求めるものとする。

$$u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, *} = \frac{u_{i, j+1/2}^{k+1/2, *} + u_{i+1, j+1/2}^{k+1/2, *}}{2}, \quad \Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, **} = \frac{\Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, **} + \Delta z_{i+1/2, j+3/2}^{k+1/2, **}}{2}$$

また、時刻を示す肩文字については $u_{i, j+1/2}^{k+1/2, *} = (u_{i, j+1/2}^{k+1/2, n-2} + u_{i, j+1/2}^{k+1/2, n})/2$, $w_{i-1/2, j+1/2}^{k+1, **} = (w_{i-1/2, j+1/2}^{k+1, n-1} + w_{i-1/2, j+1/2}^{k+1, n+1})/2$ および $\Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, **} = (\Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n-1} + \Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+1})/2$ である。

以上の(17)～(20)式を用いて求められた u_{pres} , u_{diff} , u_{cori} , u_{cons} の値および(16)式から、

$$u_{i, j+1/2}^{k+1/2, n+2} = u_{i, j+1/2}^{k+1/2, n} + 2\Delta t(u_{pres} + u_{diff} + u_{cori} + u_{cons})/\Delta V_{i, j+1/2}^{k+1/2, n+1} \dots\dots\dots (21)$$

が算出される。また、 y 方向の運動方程式からも $v_{i+1/2, j}^{k+1/2, n+2}$ に関する同様な式が誘われる。すなわち、

$$v_{i+1/2, j}^{k+1/2, n+2} = v_{i+1/2, j}^{k+1/2, n} + 2\Delta t(v_{pres} + v_{diff} + v_{cori} + v_{cons})/\Delta V_{i+1/2, j}^{k+1/2, n+1} \dots\dots\dots (22)$$

(b) 連続式

cell を control volume に採れば(11)式はつぎのように差分化される。

$$\begin{aligned}
w_{i+1/2, j+1/2}^{k+1, n+3} &= w_{i+1/2, j+1/2}^{k+1, n+2} - \left\{ u_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+2} \frac{\Delta y}{2} (\Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+2} + \Delta z_{i+3/2, j+1/2}^{k+1/2, n+2}) \right. \\
& - u_{i, j+1/2}^{k+1/2, n+2} \frac{\Delta y}{2} (\Delta z_{i-1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+2} + \Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+2}) \\
& + v_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+2} \frac{\Delta x}{2} (\Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+2} + \Delta z_{i+1/2, j+3/2}^{k+1/2, n+2}) \\
& \left. - v_{i+1/2, j}^{k+1/2, n+2} \frac{\Delta x}{2} (\Delta z_{i+1/2, j-1/2}^{k+1/2, n+2} + \Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{k+1/2, n+2}) \right\} / \Delta x \Delta y \dots\dots\dots (23)
\end{aligned}$$

3.2 計算方法

本研究では、以下の手順に従って計算を行っており、1 ステップ進むごとに時間は $2\Delta t$ だけ進むようになっている。

①まず、 $n\Delta t$ および $(n+1)\Delta t$ での既知量を用いて、Coriolis 項、圧力項および拡散項を求める。ついで、 $(n-2)\Delta t$ および $n\Delta t$ での u , v の平均値と $(n-1)\Delta t$ および $(n+1)\Delta t$ での w , Δz の平均値から移流項を計算する。

②(21)式および(22)式より、水平方向の流速成分 u^{n+2} および v^{n+2} を求める。

③column に関する連続式(後述の(25)式)と②で得られた u^{n+2} , v^{n+2} および既知量 Δz^{n+1} を用いて水位変動量 ζ^{n+3} を求める。なお、圧力 p^{n+3} については ζ^{n+3} を静水圧分布式に代入することにより容易に求められる。

④(23)式より、 w^{n+3} を湖底より水面に向かって順に求める。

なお、本研究のように下面が水平な cell を用いる場合には、湖底に接した cell 内では $\partial(-H)/\partial x = \partial(-H)/\partial y = 0$ が成立するために、(8)式で与えられる湖底での鉛直流速 w_b^{n+3} は実質上ゼロとなる。

つぎに、③で若干述べた column に関する連続式について説明を加える。いま1つの column を、(13)式の誘導にあたっての control volume に採るとともに、湖底での境界条件(8)式を考慮すれば、(13)式より次式が導かれる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{A_s} \zeta dA_s = -u \Delta A_x \Big|_{x_i}^{x_{i+1}} - v \Delta A_y \Big|_{y_j}^{y_{j+1}} \dots\dots\dots (24)$$

上式を(23)式と同様に差分化すれば、次式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{\zeta_{i+1/2, j+1/2}^{n+3} - \zeta_{i+1/2, j+1/2}^{n+1}}{2\Delta t} \\ &= -\Sigma \left\{ \left(u_{i+1/2, j+1/2}^{n+2} \Delta y \frac{\Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{n+1} + \Delta z_{i+3/2, j+1/2}^{n+1}}{2} - u_{i, j+1/2}^{n+2} \Delta y \frac{\Delta z_{i-1/2, j+1/2}^{n+1} + \Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{n+1}}{2} \right) / \Delta x \Delta y \right\} \\ & \quad - \Sigma \left\{ \left(v_{i+1/2, j+1/2}^{n+2} \Delta x \frac{\Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{n+1} + \Delta z_{i+1/2, j+3/2}^{n+1}}{2} - v_{i+1/2, j}^{n+2} \Delta x \frac{\Delta z_{i+1/2, j-1/2}^{n+1} + \Delta z_{i+1/2, j+1/2}^{n+1}}{2} \right) / \Delta x \Delta y \right\} \\ & \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

ここに、総和は水面から湖底までとられる。

4. モデル湖における吹送流の数値解析

4.1 計算条件

吹送流の数値解析結果に影響を及ぼす因子は、①湖盆の形状や風などの実現象に起因するものおよび②基礎式に含まれる移流項、Coriolis 項、渦動粘性項などの解析モデルに起因するものとの2つに分けて考えることができる。

ところで、湖盆形状の再現性については、コンピューターの急速な発展の恩恵を受け、計算対象領域を十分に細分化することが可能となり、非常に良くなっている。そのため、複雑な湖盆形状が直接的に流れに及ぼす影響は、ある程度まで明らかにされている。一方、時間的・空間的に変化する風や解析モデルに起因する因子により流動特性がどのように変化するかを解明することは難しく、そのような研究例も少ないのが現状である。その理由としては、次のようなことが考えられる。すなわち、前者については、数少ない観測データから風の時空間分布を推定する方法が確立されていないためである。後者については、対象とする現象のスケールに対応した各種パラメータ（例えば、渦動粘性係数、水面摩擦係数等）の絶対的な設定基準が明らかでないためである。こうしたことを踏まえて、本研究では各種因子の流れに及ぼす影響が特徴的に出現すると思われるケースに限って数値解析を行い、考察を加える。特に、各種因子と湖盆の空間スケールとの関連から影響が評価できるよう計算条件の設定を試みている。

(1) モデル湖の設定

モデル湖には、幅 L 、長さ L' の長方形の湖を考える。そのスケールについては、ロスビー数 ($R_0 = U_0 / fL$)、摩擦深度 ($D = \pi \sqrt{2A_s / f}$) および L/L' を用いて設定する。すなわち、まず、大久保ら³⁾によってまとめられた我が国の代表的浅水湖の特性量を参考にしてロスビー数を0.05とするとともに、代表的な表面流速 U_0 として河川の流入出が小さく風による流れが卓越する現象において現実的な値である $U_0 = 10 \text{ cm/s}$ ならびに $f = 8.20 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$ を与えて $L = 24 \text{ km}$ を決定した。また、 L' については、 L/L' の値として1.0, 0.6, 0.3の3通りを考え、 $L' = 24 \text{ km}, 40 \text{ km}, 80 \text{ km}$ とした。さらに、鉛直方向のスケールは、後述する鉛直渦動粘性係数 A_v を $A_v = 1.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ として摩擦深度 D を算出し、その値 $D = 15.5 \text{ m}$ を参考にして、流れに Coriolis 効果が期待できる全水深 $H = 12.0 \text{ m}$ を決定した。したがって、モデル湖の幾何学的スケールとしては、 $24 \text{ km} \times 24 \text{ km} \times 12 \text{ m}$, $40 \text{ km} \times 24 \text{ km} \times 12 \text{ m}$, $80 \text{ km} \times 24 \text{ km} \times 12 \text{ m}$ の3通りである。また、モデル湖の断面形状および水深分布については、Fig. 4 に示すように台形状のものを想定している。

(2) 格子分割

モデル湖全域を水平面内の x 軸および y 軸方向にそれぞれ 2 km 毎に分割して column を作成するとともに、鉛直方向には 4.0 m の間隔で cell に分割する。したがって、後で求められる表層の流速ベクトルとは、水面下 2.0 m の点における流速ベクトルのことである。

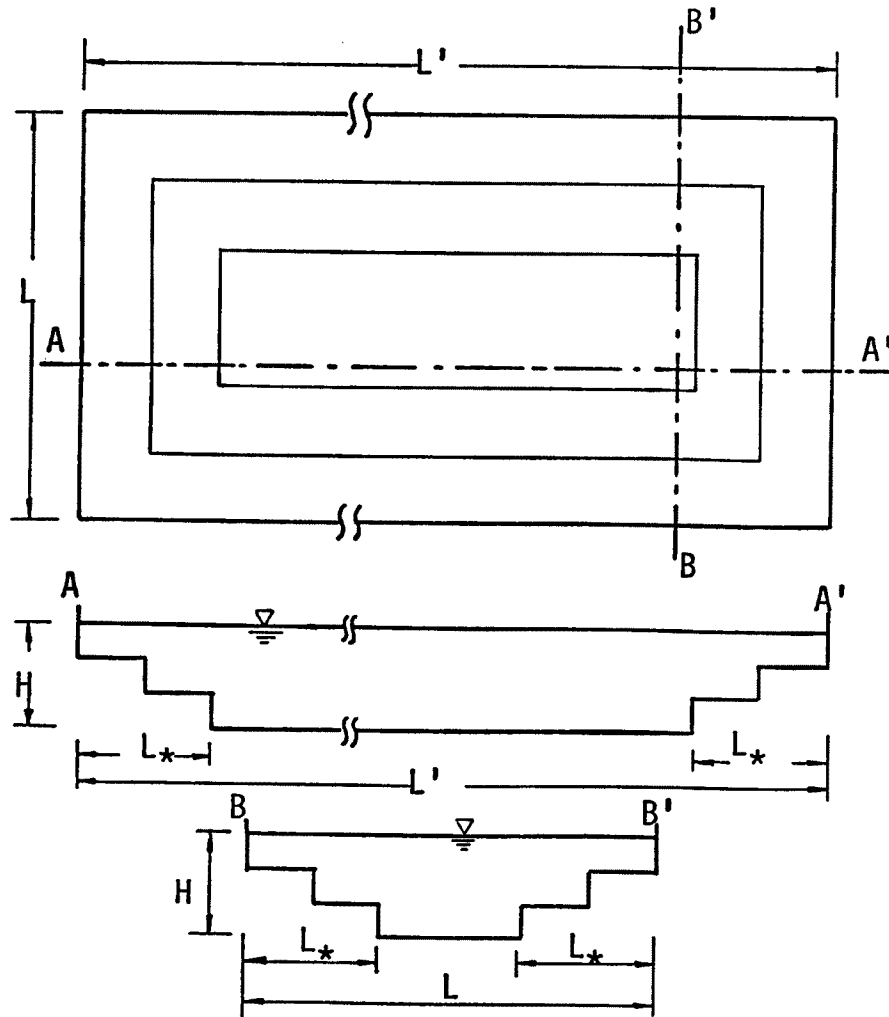


Fig. 4 Topographical map of model lake.

(3) Coriolis 因子;

$$f=2\omega \sin \phi \quad \cdots \cdots \cdots (26)$$

ここに, ω ; 地球自転の角速度, ϕ ; 緯度である。本研究では, 仮想的に Coriolis 因子を与えており, その値は $0.820 \times 10^{-4}(\text{rad/s})$ である。すなわち, モデル湖の緯度を 34° と想定している。

(4) 風による湖面でのせん断応力;

$$(\tau_{sx}, \tau_{sy}) = \gamma_s^2 \rho_a (W_x, W_y) \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \quad \cdots \cdots \cdots (27)$$

ここに, ρ_a ; 空気の密度 ($=1.2 \text{ kg/m}^3$), W_x, W_y ; 風速の x, y 方向成分 (m/s), γ_s^2 ; 水面摩擦係数 ($=1.3 \times 10^{-3}$) である。

(5) 湖底でのせん断応力;

$$(\tau_{bx}, \tau_{by}) = \gamma_b^2 \rho_0 (u_b, v_b) \sqrt{u_b^2 + v_b^2} \quad \cdots \cdots \cdots (28)$$

ここに, u_b, v_b ; column 最下層の cell における流速 (m/s), γ_b^2 ; 底面摩擦係数 ($=2.6 \times 10^{-3}$) である。

(6) 鉛直渦動粘性係数;

鉛直渦動粘性係数 A_v は, 流れの状態によって極めて広範に変わりうるものであり, その評価法はさまざま

までである。特に、数値解析を行う場合には、評価法が直接シミュレーション結果に影響を及ぼすために、重要な問題といえる。通常、吹送流においては水深と風速の関数として与えられることが多いようである。また最近では、Richardson 数の関数として与える方法も用いられている⁴⁾。本研究では、とりあえず全湖にわたって鉛直渦動粘性係数は一定と考え、特別な説明がない限りすべて $1.0 \times 10^{-3} \text{m}^2/\text{s}$ とする。

(7) 水平渦動粘性係数；

水平渦動粘性係数 A_h も、 A_v と同様、その評価法は難しい。ここでも、特別な説明がない限り、Cheng⁵⁾ にならって $A_h = 1.0 \text{m}^2/\text{s}$ として与える。なお、この値と鉛直渦動粘性係数との比は、1000:1 となっている。

(8) 計算時間間隔

計算時間間隔 Δt は、C.F.L. 条件より50秒としている。なお、計算は3日間(72時間)にわたって行っている。

(9) 風に関する条件

風は、吹送流解析においてその性質上重要なものであるが、本研究が研究の第一段階にあることを考慮し、今回の解析では風の時空間変化の影響は考えない。すなわち、時間的・空間的に一定であるとし、原則として南西から 3.0m/s の風が一様に吹くものとしている。

(10) 初期条件

初期条件は、無風でかつ静水状態を与える。

4.2 解析ケースとその結果

(1) 解析ケース

本研究において行う数値解析の計算ケースについて簡単に説明する。計算ケース数は、Table 1 に示されるように12ケースである。

まず、CASE 1, CASE 2 および CASE 3 を用いてモデル湖の幾何学的スケールの違いが流動特性に及ぼす影響を TYPE 1 によって考察する。ついで、CASE 3, CASE 4 および CASE 5 により、解析モデルの違いによる流動特性の比較を行う。また、風速を 3m/s から 10m/s と大きくした CASE 6 および CASE 7

Table 1 Conditions and parameters of the calculation

CASE	MODEL	L'	W_s	L/L'	H/L'	A_v	A_h
1	TYPE 1	24.0	3.0	1.0	0.50	1.0	1.0
2	TYPE 1	80.0	3.0	0.3	0.15	1.0	1.0
3	TYPE 1	40.0	3.0	0.6	0.30	1.0	1.0
4	TYPE 2	40.0	3.0	0.6	0.30	1.0	1.0
5	TYPE 3	40.0	3.0	0.6	0.30	1.0	1.0
6	TYPE 1	40.0	10.0	0.6	0.30	1.0	1.0
7	TYPE 2	40.0	10.0	0.6	0.30	1.0	1.0
8	TYPE 1	80.0	3.0	0.3	0.15	0.1	1.0
9	TYPE 1	80.0	3.0	0.3	0.15	10.0	1.0
10	TYPE 1	80.0	3.0	0.3	0.15	100.0	1.0
11	TYPE 1	80.0	3.0	0.3	0.15	1.0	0.01
12	TYPE 1	80.0	3.0	0.3	0.15	1.0	100.0

(UNIT) W_s : Wind Velocity (m/sec), L' : (Km), H/L' : ($\times 10^{-3}$),
 A_v : ($\times 10^{-3} \text{m}^2/\text{sec}$), A_h : (m^2/sec), U_0 : Velocity on the water surface
 (CONDITION) Wind Direction: SW(uniform), $f = 0.820 \times 10^{-4} (\text{sec}^{-1})$, $\rho_a = 1.2$
 (kg/m^3), $\rho_0 = 1000 \text{kg}/\text{m}^3$, $\gamma_s^2 = 1.3 \times 10^{-3}$, $\gamma_b^2 = 2.6 \times 10^{-3}$, $\Delta x = \Delta y = 2.0 (\text{km})$, $\Delta z =$
 $4.0 (\text{m})$, $\Delta t = 50.0 (\text{sec})$, $L = 24.0 (\text{km})$, $H = 12.0 (\text{m})$, $L_* = 8.0 (\text{Km})$

から移流項の有無による流動特性の違いについても検討する。さらに，CASE 8, CASE 2, CASE 9 および CASE 10 を用いて鉛直渦動粘性係数 A_v の違いが流れに及ぼす影響について考察を加える。最後に，CASE 11, CASE 2, CASE 13 より水平渦動粘性係数 A_h の違いに基づく流況の差についても比較検討する。

(2) 解析結果の評価方法

計算開始より十分に時間が経過した後，水位および流速がともにほぼ一定値に達していると判断される一定の時間内を定常状態と定義し，その時間内で平均化された流速ベクトル図を用いて解析結果の比較検討を行っている。なお，一様な風の吹送時間が72時間ということは，実現象に対応させて考えれば非現実的であるが，本研究では定常化した状態における流動特性の比較を通して，各種因子の吹送流に及ぼす影響を明らかにするものであるから，定常化に要する時間として十分に長く取ったのである。

定常状態と判断される一定の時間については，福本⁶⁾が行った諏訪湖での吹送流解析結果より計算開始後48時間から72時間の間を採用している。したがって，以後の数値解析において計算開始後48時間から72時間の間で15分おきの流速データを平均して得られる流速ベクトルは，与えられた条件下での定常的な流動特性を表しているとみなしてもよいであろう。なお，湖の幾何学的スケールが異なれば，定常状態とみなされる一定の時間も異なってくると予想されるが，ここではとりあえず諏訪湖で得られた時間を用いておく。

(3) 各種因子の影響に関する検討

(a) 幾何学的スケールの違いによる影響

Fig. 5 は，モデル湖の幾何学的スケールの違いが流動特性に及ぼす影響について，解析モデル TYPE 1

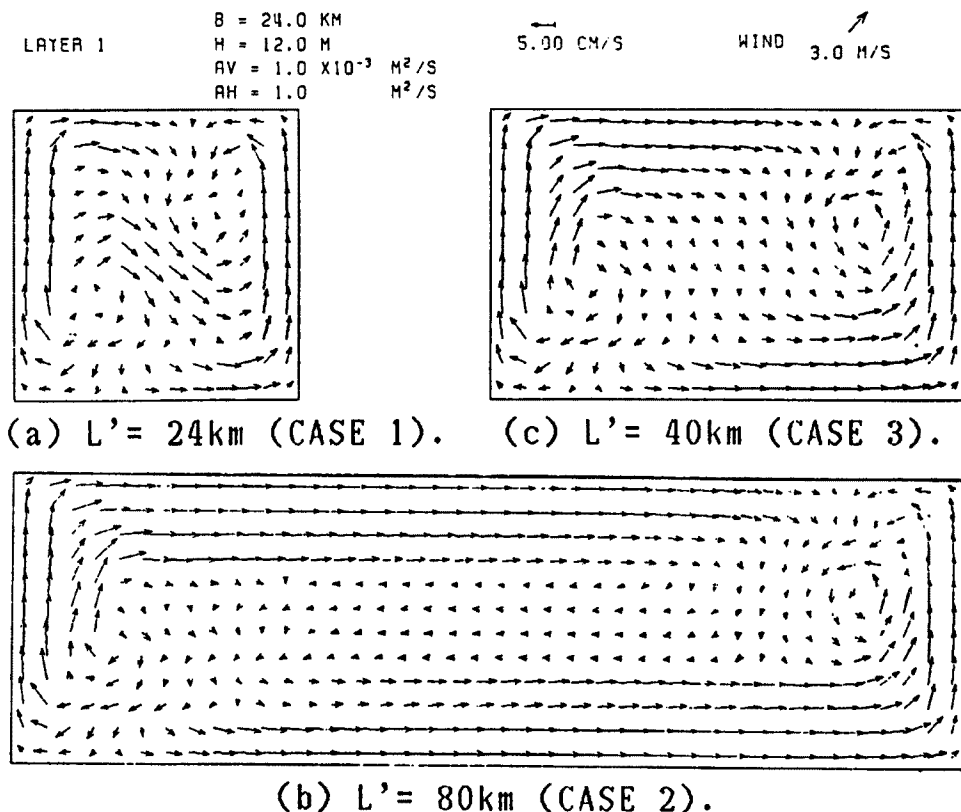


Fig. 5 Current velocity in the first layer (TYPE 1).

- (a) $L' = 24$ km (CASE 1).
- (b) $L' = 80$ km (CASE 2).
- (c) $L' = 40$ km (CASE 3).

を適用して得られたものである。CASE 3 (Fig. 5 (c)) および CASE 2 (Fig. 5(b)) の結果を比較してみると、水深の変化している湖の北東岸および南西岸近傍での流れ特性はよく類似しているといえる。すなわち、水平循環流が南西岸から 6.5 km および北東岸から 6.5 km の地点を中心に同心円状に形成されている。一方、CASE 1 (Fig. 5(a)) では L' が小さいために、湖岸境界の影響を強く受け、水平循環流が完全に形成されるには到らなかったものと考えられる。したがって、これらのことから完全な水平循環流を形成するためには、ある程度の x 軸方向への拡がりが必要としていることがわかる。

(b) 解析モデルの違いによる影響

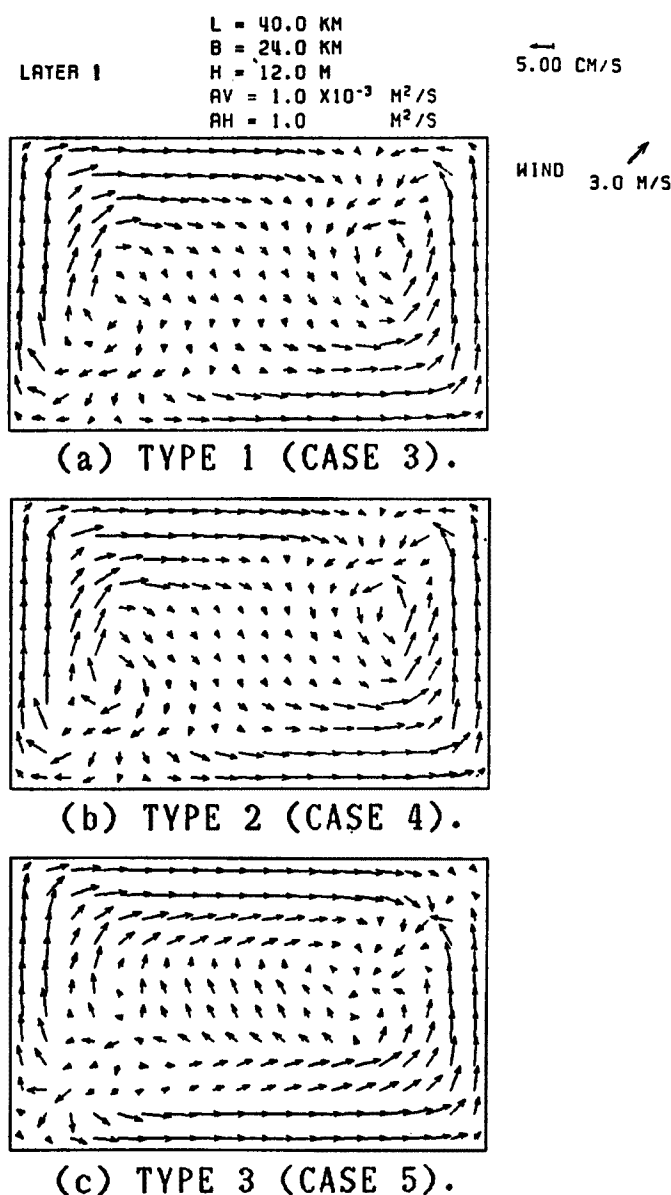


Fig. 6 Current velocity in the first layer ($W_s=3.0\text{m/sec}$).

- (a) TYPE 1 (CASE 3).
 (b) TYPE 2 (CASE 4).
 (c) TYPE 3 (CASE 5).

Fig. 6 は、 $40 \text{ km} \times 24 \text{ km} \times 12 \text{ m}$ のモデル湖に、TYPE 1, TYPE 2, TYPE 3 の解析モデルを適用し、解析モデルの違いが流動特性に与える影響を、表層の流速ベクトルで比較検討した図である。TYPE 1 のモデルを用いて解析した CASE 3 (Fig. 6 (a)) と、TYPE 1 のモデルから Coriolis 項のみを省略した TYPE 3 によって得られた CASE 5 (Fig. 6 (c)) を比べてみる。CASE 3 において北東と南西とを結ぶ湖の対角線上の 2ヶ所で生じている水平循環流が、CASE 5 においては風下の深い部分において不完全な形でしか認められず、このことから、Coriolis 項は吹送流による水平循環流の形成に少なからず関与していることがわかる。さらに、湖心部の流向に注目すれば、Coriolis 項を考慮して解析した CASE 3 では、風向にたいして流れが時計回りにずれているのが確認できる。

CASE 3 および TYPE 1 のモデルから移流項のみを省略したモデル TYPE 2 によって得られた CASE 4 (Fig. 6 (b)) の流速ベクトル図は、いずれも定性的に同様な流況を示している。しかしながら、ここでは示さないが、湖心近傍での表層流速の時間的な変化図 (計算開始後 48 時間から 72 時間の間) によれば CASE 3 の方が CASE 4 に比べて流速が若干小

さいことが確認され、移流項の存在によって流速が抑えられているものと予想される。

(c) 移流項の有無による影響

移流項の強さを示すパラメータとしては、基礎式を無次元化した際に現れるロスビー数 $R_0 = U_0 / fL$ が有効であることはいうまでもない。このロスビー数は、その定義から流速 U_0 と代表水平長 L に依存するが、今回の解析においては L を一定としているために、 U_0 によってのみ規定される無次元量である。

Fig. 7 (a), (b) は、風速を 3.0 m/s から 10.0 m/s に大きくして吹かせ、基礎式のすべての項を考慮した解析モデル TYPE 1 と TYPE 1 から移流項のみを省略した TYPE 2 のモデルによって求められた表層の流速ベクトル図である。風速 3.0 m/s のときには、同じ 2 つのモデルを用いて吹送流解析を上記のように行っており、その得られた結果 (CASE 3 および CASE 4) については既に考察が加えられたとおり、TYPE 1 と TYPE 2 とでは大差はない。一方、CASE 6 (Fig. 7 (a)) と CASE 7 (Fig. 7 (b)) を比較してみると、水深の大きい湖心部近傍の流れに顕著な差異が認められる。これは、風速の増大とともに流れの非線形性が卓越し、移流項の寄与が今まで以上に大きくなったためと説明される。

一般に、ロスビー数が 1 より小さい流れの場合、移流項からの流れに与える影響は小さく無視できると言われている。ここで、Coriolis 因子 f を 0.820×10^{-4} (rad/s)、水表面流速 U_0 を風速の 2~3% 程度とみなし 20.0 cm/s と仮定して、CASE 6 および CASE 7 でのロスビー数を求めてみると 0.10 となる。したがって、 U_0 や L の定義のしかたにも依存すると思われるが、ロスビー数が 1 以下でも風速が大きい場合には、移流項の有無による流れの相違が存在するようである。すなわち、ロスビー数だけで単純に移流項を評価することは避けた方がよいと解釈されるが、この点については数値解析上の安定性ともあわせてさらに検討する必要がある。

(d) 鉛直渦動粘性係数の違いによる影響

Fig. 8 および Fig. 9 は、CASE 2 の条件下 (解析モデル TYPE 1) で、鉛直渦動粘性係数 A_v の値のみを変化させて求めた表層の流速ベクトル図および縦断面 AA' (Fig. 4 参照) 内での鉛直流速ベクトル図である。採用した A_v の値を示せば、つぎのとおりである。

① $A_v = 0.1 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ (CASE 8, Fig. 8 (a), Fig. 9 (a))

② $A_v = 1.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ (CASE 2, Fig. 8 (b), Fig. 9 (b))

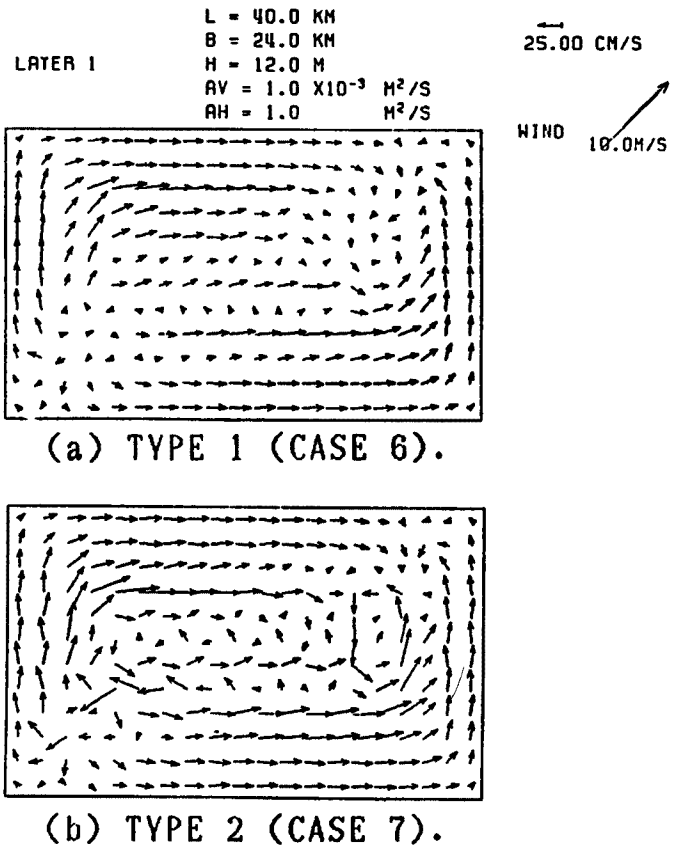


Fig. 7 Current velocity in the first layer ($W_s = 10.0 \text{ m/sec}$).

(a) TYPE 1 (CASE 6).

(b) TYPE 2 (CASE 7).

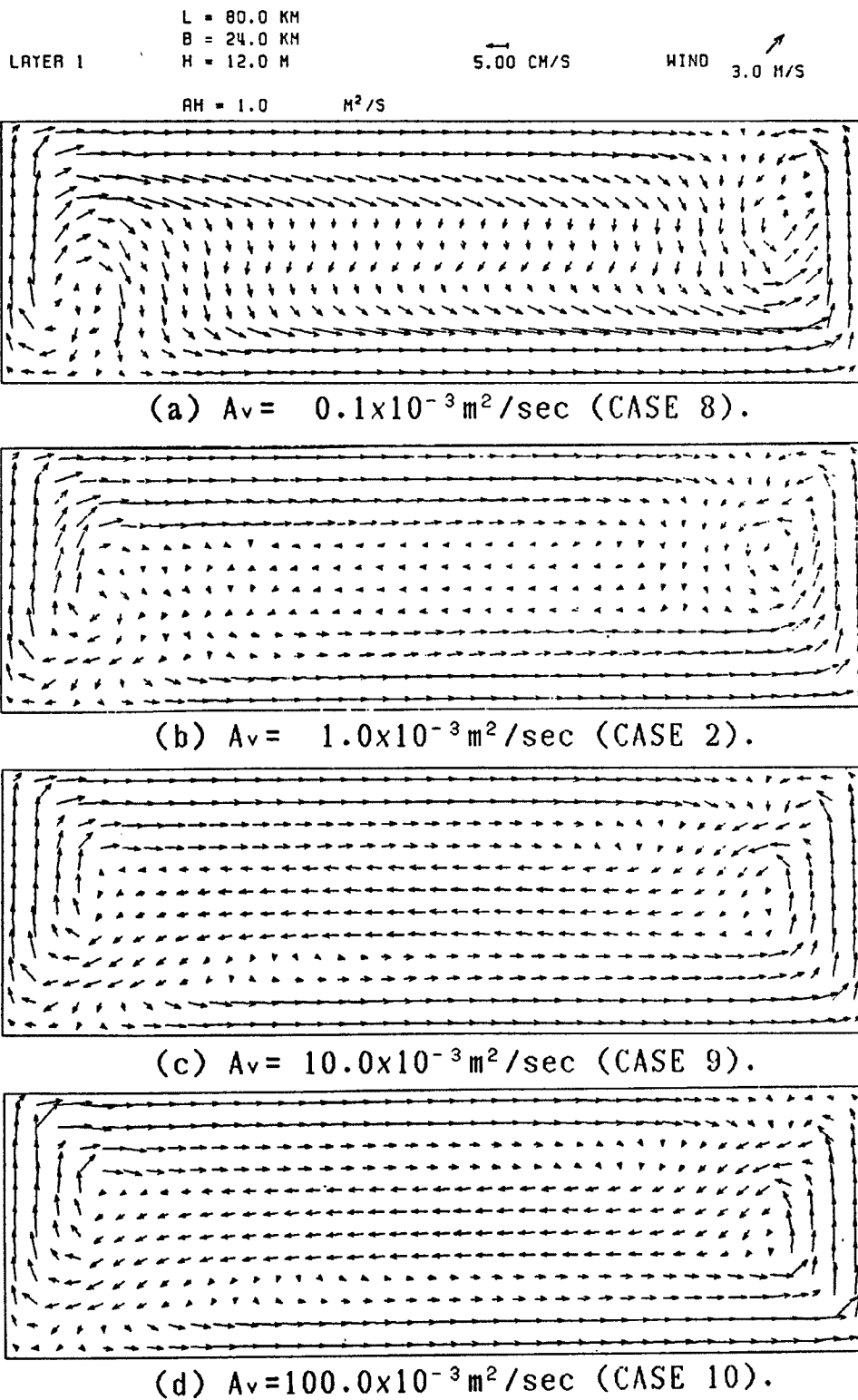


Fig. 8 Current velocity in the first layer (TYPE 1).

- (a) $A_v = 0.1 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{sec}$ (CASE 8).
 (b) $A_v = 1.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{sec}$ (CASE 2).
 (c) $A_v = 10.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{sec}$ (CASE 9).
 (d) $A_v = 100.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{sec}$ (CASE 10).

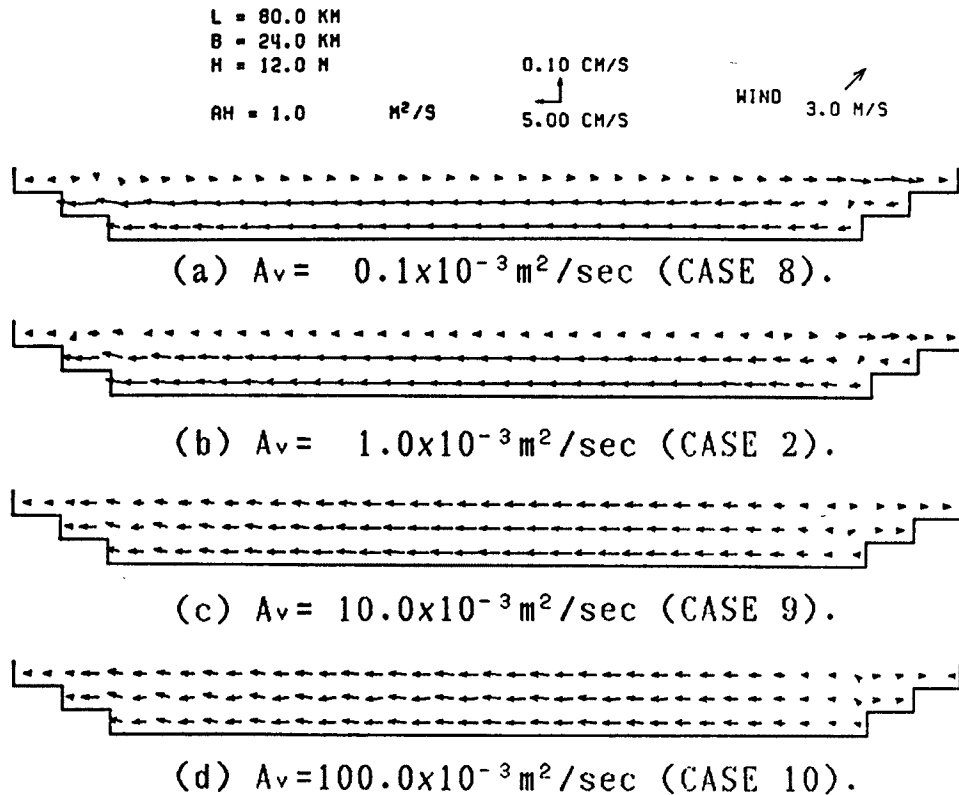


Fig. 9 Velocity distribution of vertical section AA'.

- (a) $A_v = 0.1 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{sec}$ (CASE 8).
 (b) $A_v = 1.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{sec}$ (CASE 2).
 (c) $A_v = 10.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{sec}$ (CASE 9).
 (d) $A_v = 100.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{sec}$ (CASE 10).

③ $A_v = 10.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ (CASE 9, Fig. 8 (c), Fig. 9 (c))

④ $A_v = 100.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ (CASE 10, Fig. 8 (d), Fig. 9 (d))

CASE 2 (Fig. 8 (b)) で風下 (北東岸) に形成されている水平循環流は, A_v の増加とともにくずれ, CASE 9 (Fig. 8 (c)) ではほとんど認められない。さらに, A_v の値を大きくした CASE 10 (Fig. 8 (d)) では CASE 9 と同様の流れのパターンを示している。また, CASE 2 で再現されている湖心部の逆流に注目すれば, A_v の値の増大とともに流速が大きくなっていく傾向にある。しかしながら, CASE 9 から CASE 10 程度の A_v の値になれば湖心部の流速ベクトルの大きさに差は認められない。なお, 以上のことについては, 鉛直渦動粘性係数 A_v を大きくすることが, 流れのせん断応力を大きく評価することになり, 鉛直面内の流れは一様流に近づいていくものと判断される。

一方, A_v の値を小さくした CASE 8 (Fig. 8 (a)) では, 風上 (南西岸) 付近の流況および湖心部の流速ベクトルが CASE 2 (Fig. 8 (b)) と顕著に異なっている。

Fig. 9 は Fig. 4 に示されている縦断面 AA' の鉛直流速ベクトル図である。Fig. 9 (b), (c), (d) より, A_v の値の増大とともに湖心部付近の流れが一様流へ近づいていく傾向が再確認される。また, A_v が最も小さい CASE 8 (Fig. 9 (a)) では, 他のケースとは異なり表層に西向きの流れが現れている。2 層目, 3 層目については, ほぼ CASE 2 と同様に東向きの流れとなっている。しかしながら, Fig. 9 (a) が鉛直循環流を再現しているかどうかは明らかでない。

(c) 水平渦動粘性係数の違いによる影響

Fig. 10 および Fig. 11 は、解析モデル TYPE 1 を用いた CASE 2 において、水平渦動粘性係数 A_h の値のみを変化させて求めた表層の流速ベクトル図、および Fig. 4 中の縦断面 AA' での鉛直流速ベクトル図である。採用した A_h の値は、 $A_h=0.01\text{m}^2/\text{s}$ (CASE 11, Fig. 10 (a), Fig. 11 (a)), $A_h=1.0\text{m}^2/\text{s}$ (CASE 2, Fig. 10 (b), Fig. 11 (b)) および $A_h=100.0\text{m}^2/\text{s}$ (CASE 12, Fig. 10 (c), Fig. 11 (c)) の3種類である。

3 ケースとも表層の水平流速ベクトル図には大差はないと思われる。敢えて、水平渦動粘性係数の違いに

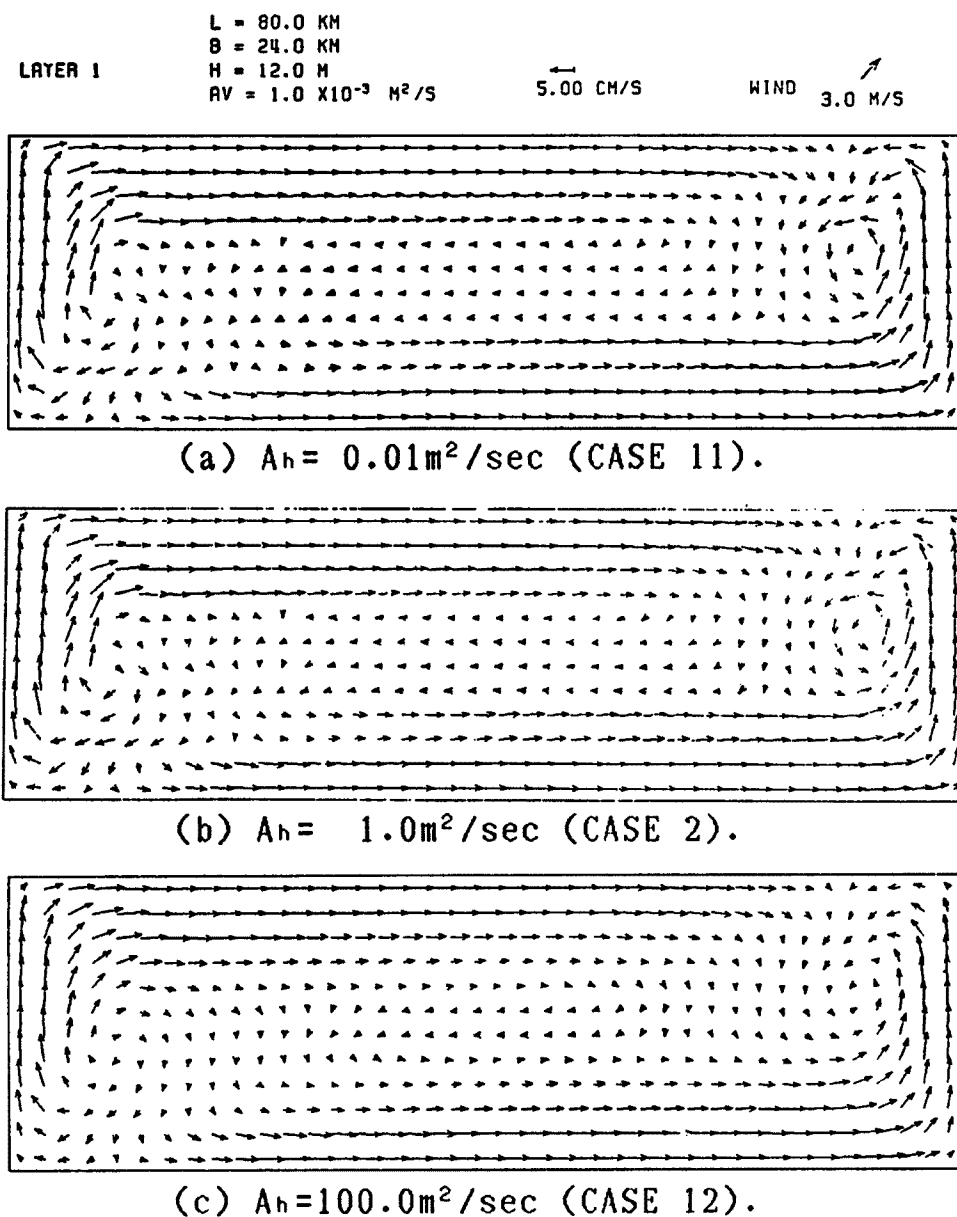


Fig. 10 Current velocity in the first layer (TYPE 1).

- (a) $A_h = 0.01\text{m}^2/\text{sec}$ (CASE 11).
- (b) $A_h = 1.0\text{m}^2/\text{sec}$ (CASE 2).
- (c) $A_h = 100.0\text{m}^2/\text{sec}$ (CASE 12).

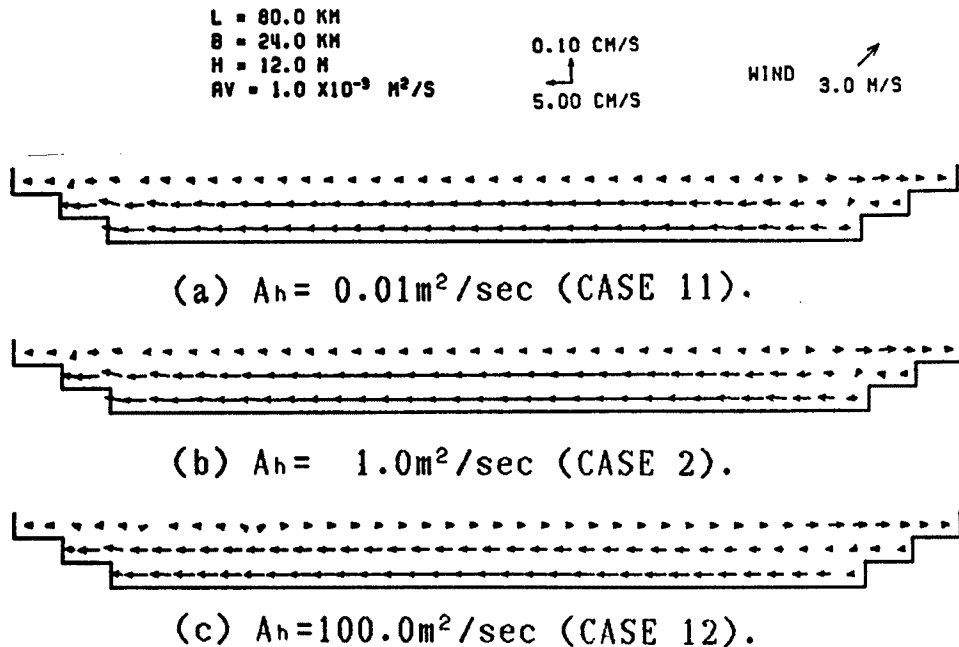


Fig. 11 Velocity distribution of vertical section AA'.

(a) $A_h = 0.01 \text{ m}^2/\text{sec}$ (CASE 11).(b) $A_h = 1.0 \text{ m}^2/\text{sec}$ (CASE 2).(c) $A_h = 100.0 \text{ m}^2/\text{sec}$ (CASE 12).

による影響を指摘するならば、 A_h の値が最も大きい CASE 12 (Fig. 10 (c)) において、風下部に形成される水平循環流が CASE 11, CASE 2 のそれと比較して弱くなっていることが挙げられる。さらに、Fig. 11 の鉛直流速ベクトル図についても比較してみる。CASE 11 および CASE 2 の両ケースについては全く差がないと判断されるが、CASE 12 (Fig. 11 (c)) では表層での流向が CASE 11, CASE 2 と逆向きになっており、 A_h を CASE 2 の100倍にしたことにより、岸に沿った西向きの流れの領域が拡大したといえよう。しかしながら、鉛直渦動粘性係数の影響と比較すれば、ここでの影響は差ほど大きいものではないと判断される。

5. 結 言

本研究は、閉鎖性水域における吹送流の3次元解析モデルにおいて、移流項、Coriolis 項および拡散項がその数値解析結果すなわち再現された流れに如何なる影響を及ぼすかに関して基礎的な考察を加えたものである。

得られた結果を要約すれば以下のようなものである。

(1) 吹送流によって形成される表層での水平循環流は、 L/L' の値に支配されている。すなわち、風向が南西の場合には L' 方向（本研究では x 軸方向）にある程度の広がりがない湖沼では、水平循環流が完全に形成されえない。

(2) Coriolis 項は、吹送流による水平循環流の形成に関与しているとともに、流れを風向に対してやや時計回りにずらせる効果を有している。

(3) 解析モデルに含まれる移流項については、ロスビー数 R_0 が1以下でも風速が大きい場合には、移流項の有無による流動特性の相違が存在するようであり、さらに検討が必要である。

(4) 鉛直渦動粘性係数 A_v の増大とともに、表層の水平循環流がくずれ、湖心部付近の鉛直面内の流れが一樣流へ近づいていく過程が再現された。さらに、 A_v がある値以上になれば再現された流れには差が認められなくなる。また、鉛直循環流については、今回の解析では十分に再現できなかった。

(5) 水平渦動粘性係数 A_h を $0.01\text{m}^2/\text{s}$ から $100.0\text{m}^2/\text{s}$ まで広範囲に変化させて検討してみたが、水平渦動粘性係数の流れに及ぼす影響は大きくないと判断される。

今後の課題としては、全水深の違いが流れに及ぼす影響について検討するとともに、風を時間的あるいは空間的に変化させたより実現象に近い条件のもとでの検討が必要と思われる。

最後に、本研究を進めるにあたって、3次元数値解析法について御教授して頂いた京都大学工学部土木工学教室井上和也助教授に深甚なる感謝の意を表します。また、作図・ワープロ入力等に多大の御援助を頂いた同河川工学研究室大学院生松岡聡氏、木村一郎氏を始めとする学生諸氏に謝意を表します。なお、ここの計算はすべて京都大学大型計算機センター M-382 によったことを附記する。

参 考 文 献

- 1) 岩佐義朗, 井上和也, 劉樹坤, 阿部徹; 琵琶湖湖流の三次元的な解析, 京都大学防災研究所年報, 第26号 B-2, 1983, pp. 531-542.
- 2) 井上和也; 開水路非定常流の数値計算法とその水工学への応用に関する研究, 京都大学学位論文, 1986, pp. 190-194.
- 3) 大久保賢治, 久保田一, 村本嘉雄; 琵琶湖南湖の湖流実験, 京都大学防災研究所年報, 第27号 B-2, 1984, pp. 683-701.
- 4) 岩佐義朗, 井上和也, 松岡隆之; 三次元解析法による琵琶湖湖流に関する二, 三の検討, 第29回水理講演会論文集, 1985, pp. 751-756.
- 5) R. T. Cheng et al; Numerical Methods of Wind-Driven Circulation in Lakes, Appl. Math. Modelling, Vol. 1, 1976, pp. 141-159.
- 6) 福本育央; 閉鎖性水域における吹送流の数値解析法に関する基礎的研究, 京都大学修士論文, 1987, pp. 17-19.