

(論文内容の要旨)

結合された自律素子（固有のダイナミクスを持って活動する素子）の間に生じる同期現象は、17 世紀にホイヘンスが隣り合う二つの振り子時計の間に生じる同期を発見した時から知られている。近年では結合によらない同期のメカニズムとして、共通揺動外力による同期現象(stochastic synchronization, coherence)が研究者の注目を受けている。また、これと本質的に同じ現象として、単一の素子が共通の揺動外力を繰り返し受けると応答の再現性(reproducibility)が向上することが知られている。この現象は、一見全く似通っていないシステム、例えば大脳皮質及び嗅覚の神経細胞、カオスレーザー、カオス振動子、離島での動物の個体数変動など、様々な系で生じることが知られており、この現象の背後には何らかの普遍的なメカニズムがあるものと思われる。共通駆動を受けて脱同期する状況もあるので、この現象は決して自明ではない。

本研究は、結合していないリミットサイクル振動子の集団をポワソン過程で生成した共通インパルス列で駆動する状況を考察し、この状況下で振動子集団に生じる同期現象をはじめとする各種のコヒーレンスパターンを定量的に解明した。本研究は、コヒーレンスパターンの安定性を示す Lyapunov 指数を振動子の運動方程式から理論的に求め、位相応答関数が自然な形で stochastic synchrony の振る舞いを決める事を示した初めての研究であり、定量的な実験によって理論を検証した初めての研究でもある。本研究では、ポワソン駆動の平均インパルス間隔と振動子の緩和のダイナミクスのタイムスケールを分けて考えることにより、従来の理論では不可能だった定量的な扱いが可能となった。自然界でよく見られる relaxation oscillator（神経細胞も含まれる）と揺動外力の組み合わせにおいてもこのタイムスケールの分離は妥当である。

本研究では共通揺動外力によって同期状態を安定化、不安定化できることが理論および実験とシミュレーションによって明らかにされた。同期状態の線形安定性を特徴付ける Lyapunov 指数がシミュレーションおよび実験で求めた位相応答関数より理論的に導出され、その結果はシミュレーションおよび実験で直接測定した Lyapunov 指数と良く一致する事が確かめられた。また、Lyapunov 指数は同期状態の線形安定性のみを特徴付ける量であるが、本研究ではさらに、振動子間の位相分布を見ることによって系の同期状態と脱同期状態をグローバルに特徴付けるため、位相差の分布を位相応答関数と関連づける Frobenius-Perron 方程式が導出され、その結果は直接シミュレーションで測定した分布と比較されて、良い一致を示す事が確認された。

以上の結果は実験的に容易に求められる位相応答関数と共通揺動外力を受ける振動子集団の非線形ダイナミクスを一般的に関連づけるものであり、本研究は揺動外力に駆動される非線形振動子系のダイナミクスの理解に向けて十分な基盤を構築したと言える。

(論文審査の結果の要旨)

申請者は、共通揺動外力によって振動子集団に生じるコヒーレンス現象に関する理論を構築し、これをシミュレーションおよび実験で検証した。申請者は、結合系のコヒーレンス現象の場合とは異なり、この現象が素子のダイナミクスのみ注目することによって定量的に理解することができ、また、結合のない系であっても、揺動外力の性質と素子のダイナミクスによって多彩な振る舞いを見せることを明らかにした。申請者は確率微分方程式で系のダイナミクスを記述することによってコヒーレンス現象の線形安定性を特徴付ける Lyapunov 指数を理論的に導出し、これをシミュレーションおよび実験で位相差の伸縮を実際に計測して得たものと比べ、良い一致を示すことを確認した。通常、確率微分方程式はガウシアン駆動される系の振る舞いを記述するために使われるが、申請者はポワソンインパルスによる駆動を考えているため、point process に駆動された jump stochastic process を記述する確率微分方程式を用いている。これは過去の位相振動子の研究であまり使われていなかった新しいアイデアである。過去の研究では、揺動外力が脱同期を引き起こす状況は、位相縮約理論の枠組みでは解析不可能であったが、申請者は point process による駆動を考えると、脱同期を引き起こすような強い刺激をも扱える位相縮約理論を構築して、その枠内で現象を定量的に解析するのに成功している。さらに申請者は、Lyapunov 指数だけでは二つの振動子間のグローバルな位相差関係を理解する事が出来ないため、Frobenius-Peron 方程式を用いて位相応答関数より位相差の invariant density を計算する理論を発展させた。この理論の予言はシミュレーションの結果と非常によく一致し、これにより、脱同期状態においては、系が潜在的に持つ間欠的なダイナミクスが実現されていることを明らかにした。これらの結果より、申請者は共通揺動外力に駆動される振動子の振る舞いを理解する上で位相応答が非常に重要な役割を果たしていることを明らかにした。共通揺動外力による振動子間のコヒーレンス生成は、結合によって振動子間に生じるコヒーレンスとは違い、容易にオンオフする事が可能なため、学術的な興味のみならず、複雑システムの制御等の工学的な応用可能性も大きく、大変重要なメカニズムであると考えられる。実際、申請者は現在アメリカの共同研究者と集団振動子でのマクロなダイナミクスの実験を行っているが、これは本研究で確認した位相応答関数の重要性に基づくものである。また、申請者はこの解析方法をリミットサイクル振動子だけでなくカオス系などに対しても拡張することにより、このコヒーレンス生成メカニズムが、より多彩な系でユニバーサルに適用可能である事を示しつつある。申請者はこの研究の成果を国内と海外の学会で発表して様々な分野の研究者から注目を受け、共同研究関係を自ら構築している。このように、本研究は申請者の今後の発展の良いスターティングポイントにもなっている。以上より、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものであり、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認められた。