

氏 名	水 島 二 郎 みずしま にじろう
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	理 博 第 378 号
学位授与の日付	昭 和 51 年 1 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当
研 究 科 ・ 専 攻	理 学 研 究 科 物 理 学 第 一 専 攻
学 位 論 文 題 目	The Theory of Multiple-Scale Cumulant Expansion for Turbulence (乱流の多重尺度キュムラント展開理論)

論文調査委員 (主 査) 教 授 巽 友 正 教 授 松 原 武 生 教 授 富 田 和 久

論 文 内 容 の 要 旨

主論文は二部に分かれており、第一部では Burgers の一次元モデル乱流を、第二部では三次元の非圧縮等方性乱流を取り扱っている。

乱流場の取扱い方法としては、新たに多重尺度キュムラント展開法を開発し、この方法を用いて兩種の乱流の統計性質を解析的および数値的に調べている。この方法は、従来の単純なキュムラント打ち切り理論が、例えば負エネルギー・スペクトルの発生といったような破綻を生じたのを、いくつかの異なった空間的・時間的尺度を導入することによって救おうとするものである。この方法の四次近似において、エネルギー・スペクトル $E(k)$ (k : 乱れの波数) に対する閉じた方程式が得られ、この方程式を解くことによってスペクトル $E(k)$ 、そしてさらに相関関数、エネルギー減衰則 $\mathcal{E}(t) = \frac{1}{2} \langle u^2 \rangle$ (u : 乱れの速度)、乱れの最小長さ、および乱れの分布のひずみ度 $S_0(t) = \langle (\partial u / \partial x)^3 \rangle / \langle (\partial u / \partial x)^2 \rangle^{3/2}$ などの統計量が求められる。

結果は、いずれも初期時刻における乱れの強さを表す Reynolds 数 $R = ul/\nu$ (u : 乱れの代表的な速度の大きさ、 l : 乱れの代表的な波長、 ν : 動粘性率) と時間 t をパラメータとして表わされる。スペクトルの初期形としては、 $E(k) = k^2 e^{-k^2}$ のような低波数帯に集中した形を採用する。初期値問題の解として得られた $E(k)$ はすべての R と t の値に対して正定符号であり、本論文で採用した展開では従来の単純なキュムラント打ち切り理論に見られた破綻が起こっていないことを示している。

さらに注目すべきことは、 R の極めて高い値において、スペクトル $E(k)$ が各乱流に特有の平衡スペクトルの形をとること、そして、エネルギー $\mathcal{E}(t)$ 、ひずみ度 $S_0(t)$ などの振舞いに著しい相似性が見られることである。すなわち、Burgers 乱流においては、 $R \geq 50$ のとき低波数帯において $E(k) \propto k^{-2}$ の領域が現われ、高波数帯においては $E(k) \propto e^{-\alpha k}$ (α : 定数) に移行する。また、三次元乱流においては、 $R \geq 100$ のとき、低波数帯で Kolmogorov スペクトル $E(k) \propto k^{-5/3}$ を与える慣性小領域が現われ、高波数帯においては $E(k) \propto k^{-1}$ 、 $E(k) \propto e^{-\beta k^{1.5}}$ (β : 定数) に順次移行する。

また、これらの Reynolds 数領域において、エネルギー減衰則は、Burgers 乱流に対して $\mathcal{E}(t) \propto t^{-2/3}$

($n=0$), $\propto t^{-1}$ ($n=2$), 三次元乱流に対して $\mathcal{E}(t) \propto t^{-1.2}$ ($n=2$), $\propto t^{-1.4}$ ($n=4$) となるが, これらはいずれも他の漸近理論の結果と完全に一致している。分布のひずみ度については, $t \rightarrow \infty$, $R \rightarrow \infty$ の極限で, Burgers 乱流に対して $S_0 \doteq 1.9$, 三次元乱流に対して $S_0 \doteq 0.66$ となり, 前者が後者に比べてはるかに分布の非対称性が強いことを示している。

参考論文二編は, いずれも温度の異なる二枚の鉛直平板に挟まれた流体層に起こる自然対流の安定性, とくに安定性への鉛直方向の温度勾配の影響を論じている。結果としては, 温度勾配のある臨界値を境として, 臨界値以下では対流は別の定常流に移行し, それ以上では進行波型の攪乱を含む非定常流に移行することが示されている。

論文審査の結果の要旨

乱流は流体の不規則運動であるが, 一方において, 流体は運動方程式などのいくつかの方程式に従う決定系である。このような偶然性と決定性という二重の性格をもつ乱流を統計的に取り扱う場合, 乱れの確率分布または特性関数を直接に求めるのと, 各次の積分モーメントを用いて記述するのとの二通りの方法がある。特性関数を用いるやり方は, 特性関数を支配する汎関数方程式を一般的に解く方法がまだ見出されていない今日, あまり具体的な成果を挙げるに至っていない。これに対して, 相関あるいはスペクトルなどの積分モーメントを用いるやり方は, 現在の乱流理論において最も広く用いられているが, この場合, 積分モーメントを支配する方程式系が常に一つだけ多くの未知数を含むという不定性が現れる。この困難を解決するために, 種々の物理的考察に基づく完結仮説が導入されるが, この仮説の当否が乱流理論の価値を定めるものといって過言ではない。

これまでに提案された多くの完結仮説の中で, Proudman-Reid (1954) および Tatsumi (1955, 1957) による準正規分布の仮説は, キュムラント展開の四次近似の性格をもち, かつ実験事実による裏づけもある優れた仮説の一つである。しかし, この仮説によるエネルギー・スペクトル $E(k)$ (k : 乱れの波数) の方程式の初期値問題の解は, 乱れの Reynolds 数 $R=ul/\nu$ (u : 乱れの代表的な速度の大きさ, l : 乱れの代表的な波長, ν : 流体の動粘性率) が大きい値をとる場合, ある波数帯にわたって負の値をとることが見出された。このような物理的に許されない結果のために, 準正規分布説が有効であるのは, Reynolds 数のかなり低い範囲に限られるものと一般に受取られてきた。

しかし, この準正規分布理論の破綻は一般の非線形振動における解の発散と同じ性格のものと考えられるので, 適当な漸近解法によってこの破綻を避けうる可能性がある。申請者は他の共同研究者と共にこの可能性を追求し, 乱れの各次の積分モーメントにそれぞれ異なった空間的・時間的尺度を付与することによって, キュムラント展開を自然に閉じさせることに成功した。

申請者はこの多重尺度キュムラント展開の方法を, まず Burgers の一次元乱流モデルに, そしてさらに三次元の非圧縮等方性乱流に適用して, それぞれの乱流の統計的性質を解析的および数値的方法を用いて論じた。注目すべきことは, 数値計算によって得られたエネルギー・スペクトル $E(k)$ が, すべての Reynolds 数の範囲にわたって正であり, 準正規分布理論におけるような破綻が起こらないこと, さらに, 極めて高い Reynolds 数においては, それぞれの乱流に特有の相似スペクトルを与えることである。すな

わち, Burgers 乱流に対しては, 低波数領域では三角衝撃波の集合を表す $E(k) \propto k^{-2}$, 高波数では衝撃波の内部構造を表す $E(k) \propto e^{-\alpha k}$ (α : 定数) を与え, 一方, 三次元等方性乱流に対しては, 低波数の慣性小領域では Kolmogorov スペクトル $E(k) \propto k^{-5/3}$, さらに高波数領域に進むにつれて順次に渦糸を表す $E(k) \propto k^{-1}$, 渦糸の内部構造を表す $E(k) \propto e^{-\beta k^{1.5}}$ (β : 定数) を与える。

これらの結果はこの理論とは独立な他の漸近理論の結果および実験結果と見事に一致し, さらに従来の理論および実験からは決定的な結果が得られなかった乱れのエネルギー減衰則, 乱れの最小尺度, 乱れの分布のひずみ度などについても, それぞれの量の Reynolds 数, 時間, および初期条件への依存性を明示した統一的な結果を与えている。以上の成果から明らかなように, 多重尺度キュムラント展開理論は, 従来断片的でしかも不確かな知識しか得られていなかった乱流の統計的性質に関して, 一様な乱れに関する限り, はじめて統一的かつ正確な知識を与える画期的な理論と言いうるであろう。

また, 参考論文二編はいずれも温度の異なる二枚の鉛直平板で限られた流体層における自然対流の安定性を論じたもので, 鉛直方向の温度勾配が存在する場合, 勾配の大小に応じて自然対流が別の定常流または波状攪乱を含む流れに移行するという, 極めて興味ある結果を与えている。

よって, 本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。