

ハミルトン系に基づく動的脚移動ロボットの制御

科学技術振興機構 ICORP, ATR 脳情報研究所 玄 相昊 (Sang-Ho Hyon)
JST, ICORP, Computational Brain Project
ATR, Computational Neuroscience Laboratories

1 ハミルトン系に基づく制御戦略

脚移動は脚と地面が次々に相互作用することによって生まれる移動形態である。数学的には離散力学系と連続力学系が複雑に入れ混じるハイブリッド系 [1] として記述できる。結果として生成される歩容 (gait) はハイブリッド周期軌道といえるだろう。脚移動において重要な問題は、1) 転倒安定性、2) 移動目標の達成、3) 高効率性の三つであると言える。ハミルトン系は表 1 に示すように、軌道の周期性、エネルギーの保存、エネルギーの増減による解軌道の変形という特徴を有していることから、これら三つの問題を同時に解決する潜在力を有していると考えられる。著者らはハミルトン系に基づく制御戦略を提案している [2][3]。これは図 1 に示すように上記三つの問題を次の 3 ステップで多重的に達成しようというものである (図 1)。

- S1. 消散項を一旦無視して無損失なハミルトン系 (基本モデル) を抽出する。このハミルトン系に「不変化制御」を施し、解軌道にある不変集合に閉じ込める。
- S2. 消散項と外乱を考慮しつつ、周期制御やエネルギー制御等の安定化制御を施し、所望の移動目標を達成する漸近安定な周期軌道を得る。
- S3. 適応・学習制御によって制御入力を最小化する。

本制御戦略は脚移動以外の周期運動にも適用可能と考えられるが、ここでは本稿の主題である脚ロボットに限定して概要を述べる。

まず、S1 では基本となる周期運動を生成する。いかなる運動もエネルギーを持ってこそ意味があるので、エネルギー保持の妨げとなる消散項はひとまず無視する (後で外乱など

表 1: なぜハミルトン系が脚移動制御に有用か

ハミルトン系の性質	脚移動との関係
再帰的軌道	各関節の周期的運動
時間可逆対称性	対称 (周期) 軌道
エネルギー保存	エネルギー効率・受動性
分岐	歩容の遷移

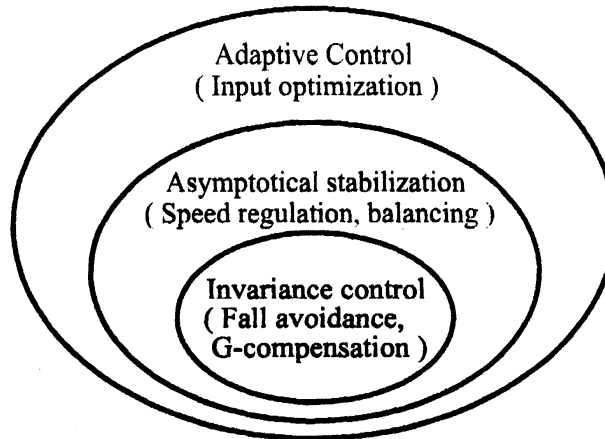


図 1: ハミルトン系に基づく運動制御戦略: 不変集合を生成する制御を最下位で行い, 具体的な運動目標を達成する上位制御を同時に行う多重構造

と一緒に考慮). すると運動のコアとも言える無損失ハミルトン系が抽出されるので, 力学系の良く知られた知見から [4], 解の存在性と有界性さえ保証してやれば, ハイブリッド系においても何らかの再帰的な軌道が生成されることが期待できる. 再帰軌道を生成しつづけること, 実はこれが脚ロボットにおいて最も重要な転倒回避を保証することと等価なのである. これは, 脚ロボットの場合, 図 2(a) のように, 解がそもそも定義できない領域があることに由来する. 転倒状態は 2.1 節で述べるように配位座標で規定できるので, 図 2(b) のように, 「配位空間のある領域内に解が存在=ロボットは転倒しない」という図式が成り立つ. これは非常に重要なポイントである.

無制御で有界性が得られるならそれに越したことは無いが, 実際に起こり得るいかなる状況でも配位空間の有界性を保証するためには, やはり制御入力や切換のロジックが必要になる. 具体的には図 2(c) のように, 解にジャンプを許容することが含まれる. このように解を不変集合に閉じ込める制御をここでは**不変制御 (invariance control)**と呼ぶことにする (図 1 の最も内側のループ).

次に, S2 では S1 で得られた再帰的軌道をさらなる追加制御入力で漸近安定化する (図 1 の中間の階層). これによって例えば歩行速度などの所望の移動目標を達成する. 脚ロボットにおいては原始的な移動目標であれば単なるエネルギーレベルに変換できる. エネルギーレベルはハミルトニアン値そのものなので, 最初から制御対象をハミルトン系でながめると制御系設計の見通しがよい. 転倒回避を S1 でしっかり確保していさえすれば, 当然外乱に対してもロバストな軌道安定化が可能である.

最後に S3 では, S1 と S2 に必要な制御入力の大きさを適応制御や学習制御によって最小化することで, 最適軌道を得る (図 1 の最も外側のループ). これは現在の研究課題であるが, モデルに備わっているバネ定数などの可変パラメータを適応させることで入力を小さくすることなどが含まれる.

以上からわかるように, 本制御戦略は冒頭に述べた制御目的に対して「人為的に」優先順位を与えている. しかし設定した優先順位は最終的に最適軌道を得るためにクリアしなくてはならない問題解決に必要な時間的優先順位となっており, 工学的には理にかなっていると筆者は考える. 本稿では制御戦略の要である不変制御に焦点を絞り, 考え方の基

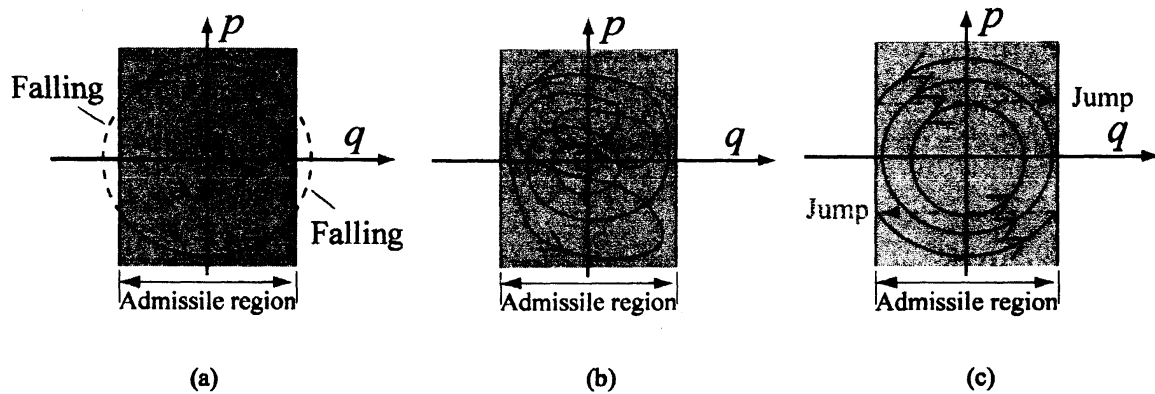


図 2: (a) いかに整然とした軌道でも許容領域から抜け出すものは無意味である (b) 許容領域内であれば挙動が複雑であっても構わない (c) ジャンプを許容すれば簡単に解を制約することが可能な場合もある

礎となる基本的事項をまとめ、1脚走行ロボットと2脚歩行ロボットへの適用例を示す。

2 転倒と可逆対称性

2.1 転倒回避の必要条件：歩幅有界性

転倒回避の非常に単純な必要条件として、歩幅有界性を定義する。

定義 2.1 (歩幅有界) 脚ロボットの挙動がある力学系のフロー ϕ_t で記述されているとする。床反力中心点から重心までの地面鉛直軸からの角度（支持角）を θ_1 と定義する [5]。ある正の定数 θ_{sw} ($0 < \theta_{sw} < \pi/2$) に対して

$$\phi_t \in \{x \mid |\Theta(x)| < \theta_{sw}\} \quad (1)$$

がすべての $t \geq 0$ において成り立つとき、 ϕ_t は θ_{sw} に関して歩幅有界 (*stride-bounded*) と呼ぶ。ここで Θ は状態 x の支持角 θ_1 への投影である。 ■

これはいかなる脚ロボットにも定義できる（有限の無接地期間を含んでいても良いが、その期間は接地角自体は定義できない）。なお、後で見る点接地のロボットモデルでは、床反力中心点は接地点と同一である。

2.2 ハミルトン系の可逆対称性の利用

一般に機械系は時間可逆対称性と呼ばれる特殊な対称性を有している [6]。多様体 $\mathcal{M}$ 上の微分同相写像 F を考える。

$$F: \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{M} \quad (2)$$

多様体 $\mathcal{M}$ 上の *involution* ($R \circ R = id$ なる関係を満たす写像 $R: \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{M}$) は、次の関係が成り立つとき、(2) に関して **reversal symmetry** (以下、「可逆対称」と訳す) と呼ぶ。

$$R \circ F = F^{-1} \circ R \quad (3)$$

さて、機械系は次のようなハミルトニアン (運動エネルギー + ポテンシャルエネルギー) を持つ。

$$H_0(q, p) = \frac{1}{2} p^T M(q)^{-1} p + U(q) \quad (4)$$

そのフローを $\phi_t: (q(t_0), p(t_0)) \mapsto (q(t_0 + t), p(t_0 + t))$ と定義する。すると、 H_0 は *involution* $R: (q, p) \mapsto (q, -p)$ に関して不変であるので、 ϕ_t は R に関して (時間) 可逆対称であることがわかる。すなわち、

$$R \circ \phi_t = \phi_{-t} \circ R \quad (5)$$

が成り立つ。

可逆対称系では固定点集合 $Fix(R)$ と $Fix(R \circ \phi_t)$ の共通部分が特に重要である。というのも、**対称軌道** (*symmetric orbit*) と呼ばれる特別な軌道がその共通部分と交わるからである。とくに、対称軌道が周期軌道である場合、その軌道は R によって方向を変えて自分自身に写像される。

これを理論を使う側の立場の者が言うとな次のようになる。「もし R と R -可逆なフロー ϕ_t があってその固定点集合 $Fix(R)$ と $Fix(R \circ \phi_t)$ が特定できれば、対称軌道が得られる。」実はこの対称軌道は我々が求める歩容つまりハイブリッド周期軌道において重要な役割を果たす。なぜなら、以下の事例に見るように、場合によっては R がハイブリッド系におけるスイッチング写像そのものと考えられるからである。この場合周期軌道は R と R -可逆なフロー ϕ_t を数珠繋ぎにして得られる。

以上をまとめると、与えられた力学系に自然に備わった R を見つけ出し、コントローラに組み込むことで対称軌道を生成することがここでいう可逆対称性の利用方法となる。

3 事例 I: 2 脚ロボットの歩行制御

3.1 ロボットのモデル、自由系のハイブリッド対称軌道

図 3 のようなコンパス型 2 脚ロボットを考える。 $q = (q_1, q_2)$ を配位空間 $\mathcal{N} := \{q \in S^2 \mid |q_1| \leq \pi/2 \text{ and } |q_1| < |q_2|\}$ 上の一般化座標とする。 $z = (q, p)$ を相空間 $\mathcal{M} = T^*\mathcal{N}$ 上の正準座標にとる。ここで共役運動量 p は $p = M(q)\dot{q}$ で与えられる。ただし、

$$M(q) = \begin{bmatrix} (m_1 + 2m_2)L^2 + m_2(L - b)^2 & -m_2bL \cos(q_1 - q_2) \\ -m_2bL \cos(q_1 - q_2) & m_2b^2 \end{bmatrix}$$

制御入力を $u_1 = \tau \in \mathcal{R}^1$ で定義する。このとき片足支持期におけるロボットのダイナミクスは $\{\cdot\}$ をポアソン括弧として、次のような 2 自由度のハミルトン制御系 [7] として記述される。

$$\dot{z}^\mu = \{z^\mu, H_0\} - \{z^\mu, H_1\}u_1 \quad (\mu = 1, 2, 3, 4) \quad (6)$$

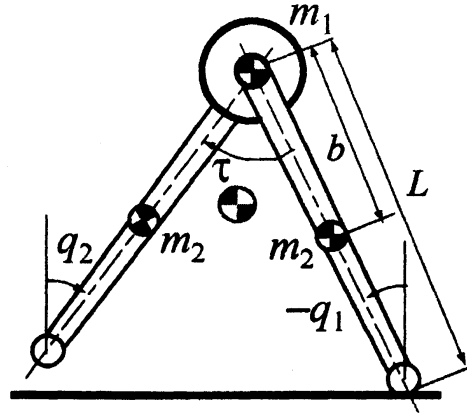


図 3: 質点とリンクから成るコンパス型歩行モデル: q_1 と q_2 は支持脚および遊脚の鉛直軸からの絶対姿勢を示す. m_1 と m_2 は腰部と脚部の質量を表す. 脚の重心は股関節から距離 b だけ離れている. 脚長は L で示す. 股関節トルク τ は両脚間に作用する. 簡単のため摩擦は無視する.

ここで

$$H_0(q, p) = \frac{1}{2} p^T M(q)^{-1} p + U(q), \quad (7)$$

$$H_1(q) = q_1 - q_2. \quad (8)$$

ポテンシャル関数は次のように与えられる (g は重力加速度).

$$U(q) = (m_1 + 2m_2)gL \cos q_1 - m_2gb(\cos q_1 + \cos q_2) \quad (9)$$

今, (6) で $u_1 = 0$ とおいた自由系の R -可逆なフロー ϕ_t を考えよう. ここでは典型的な involution $R: (q, p) \mapsto (q, -p)$ ではなく, 次のような q -軸に関する鏡像に興味がある.

$$R: (q_1, q_2, p_1, p_2) \mapsto (-q_1, -q_2, p_1, p_2) \quad (10)$$

なぜなら (10) は理想的な着地条件 $q_1 + q_2 = 0$ を含んでいるため, コンパス型歩行ロボットの自然な involution と考えられるからである. $U(q)$ が R に関して不変であるため, R は ϕ_t に関して可逆対称であることに注意する.

したがって, R と R -可逆なフロー ϕ_t を交互に接続していくことで理想的な対称歩容が得られる. そのために仮定を設ける. その仮定とは $q_1 + q_2 = 0$ のとき $p_1 + p_2 = 0$ が厳密に満たされ, したがって (10) にしたがって支持脚を交換することができるという仮定である. ただし, この接続が意味をもつためには, 次のような ϕ_t の制約を考えなくてはならない.

$$F := \phi_t \big|_{t=T} \quad (11)$$

ここで $T > 0$ は着地条件 $q_1 + q_2 = 0$ が満たされる時刻である. すると, 理想歩容を求める問題は固定点集合 $\text{Fix}(F \circ R)$ をみつけることに還元される.

図 4(a) は [8] で述べた数値計算法を用いて求めた $\text{Fix}(F \circ R)$ まわりの線形化 Poincaré 写像 DP の固有値を示している. 図 4(b) は固定点から出発した対称軌道をいくつか示し

たものである。この結果からわかるように自由系の対称軌道は中立安定または不安定である。さらに悪いことに、(27)は物理的に成り立たない。というのは着地条件 $q_1 + q_2 = 0$ はOKだが、 $p_1 + p_2 = 0$ のほうを満たされないのである。これは着地直後の運動量は実際に着地による衝突現象に支配されるためである。従来のやりかたは上で得られた線形化Poincaré写像を使って局所的に軌道を安定化する方法であるが、これはいちいち軌道の情報を保持しなければならないために複雑である上に、せっかく苦労して作ったコントローラも局所安定性しか保証できない。本研究の制御戦略はこれとは全く違うやり方で安定化を目指す。

3.2 対称歩行制御

前節の解析から安定化制御なしでは対称軌道を維持できないことがわかった。そこで、不変化制御を施すことで、 R -可逆な対称軌道をアクティブに構成することができることを見よう。具体的には、次の対称拘束

$$h(x) = q_1 + q_2 = 0 \quad (12)$$

とモード切替写像

$$\begin{aligned} F_{sw} : (q_1, q_2, p_1, p_2) &\mapsto (q_2, q_1, p_2, p_1) \\ \text{if } q_2 = \bar{\theta}_1 \text{ and } \frac{d}{dt}|q_2| &> 0 \end{aligned} \quad (13)$$

を組み合わせたものを考える。ただし、 $\bar{\theta}_1 \geq 0$ (切替角) は後で調整可能な歩容パラメータである。われわれは(12)と(13)を達成する歩行制御を対称歩行制御と呼んでいる [2]。

まず(12)のもとで閉ループ系は新しいハミルトニアン

$$H_c(x) = \frac{1}{2M_c} p_1^2 + (m_1 + 2m_2)gL \cos q_1, \quad (14)$$

を持つ1-DOFハミルトン系となる。ここで、 $M_c = (m_1 + 2m_2)L^2 - 2m_2bL$ 。制御入力の変換はたとえば [9] で提案されている一般化正準変換を用いることができる。具体的には [10]などを参照されたい。これに加えて(13)のスイッチング則によって次の補題を得る。

補題 3.1 F_c を(14)に付随するハミルトニアンフローとする。このとき(12)のもとで R は F_c に関して可逆対称である。さらに、モード切替写像(13)により、解軌道は歩幅有界な不変集合

$$M_{I1} = \{x \mid H_c(x) = c, h(x) = 0, |\Theta \circ x| \leq \bar{\theta}_1\} \quad (15)$$

に拘束される。 ■

補題 3.1 から次の結果を得る。

定理 3.1 (12) および (13) のもとで次が成立する。

$$\text{Fix}(F_c \circ R) = \mathcal{M}_I^F, \quad (16)$$

$$\text{Fix}(F_c \circ R \circ F_c \circ R) = \mathcal{M}_I^R. \quad (17)$$

ただし, $\mathcal{M}_I^F$ と $\mathcal{M}_I^R$ は

$$\mathcal{M}_I^F = \mathcal{M}_I \cap \{x \mid |p| > \sqrt{2M_c(m_1 + 2m_2)gL(1 + \cos q)}\}, \quad (18)$$

$$\mathcal{M}_I^R = \mathcal{M}_I \cap \{x \mid |p| < \sqrt{2M_c(m_1 + 2m_2)gL(1 + \cos q)}\} \quad (19)$$

で定義される $\mathcal{M}_I$ の部分空間である. ■

定理 3.1 は $\mathcal{M}_I^F \cup \mathcal{M}_I^R$ 上の解の不変性を示している. すなわち, $\mathcal{M}_I^F \cup \mathcal{M}_I^R$ から出発するいかなる解軌道もその初期値を通過する対称軌道上にあるということである. ただし, (16) は 1 周期軌道に対応, (17) は 2 周期軌道に対応する. 言い方を変えれば, 対称軌道が $\mathcal{M}_I$ 上に稠密に分布する. 実際に Unilateral な床反力条件や摩擦条件はさらに $\mathcal{M}_I$ を狭めるだけで [3], 上記性質は不変である.

さて, 以上の結果における重要な仮定は R の物理的実現可能性であった. 今, この無視した着地衝撃に伴うエネルギー消散を考察に復帰させる. 単純な衝突モデルはラグランジュの衝突方程式 [11] によるつくもので, 単に写像

$$R_1 : (q_1, q_2, p_1, p_2) \mapsto (-q_1, -q_2, \eta(q)p), \quad (20)$$

によって与えられる. ここで $\det(\eta(q)) \leq 1$ (等式は $q = 0$ でのみ成立). したがって R_1 は involution ではなく縮小写像である. このことから, (14) の H_c は区分一定で, 閉ループ系は関係式

$$H_c(x(t_+)) - H_c(x(t_-)) \leq 0. \quad (21)$$

を満たすことがわかる. ここで t_-, t_+ はそれぞれ着地直前・直後の時刻を示す. さらに, ロボットの関節摩擦などの内部的な消散も考慮すると区分一定ではなく単調減少となる.

以上から, 消散がある場合の実際の系の挙動に関して次の主張が得られる.

定理 3.2 閉ループ系の不変集合はハイブリッド ω -極限集合 $L^+ = (\bar{\theta}_1, -\bar{\theta}_1, 0, 0) \cup (-\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_1, 0, 0)$ となり, それは $\mathcal{M}_I$ 上で漸近安定である. ■

(証明) 補題 3.1 から閉ループ系の解軌道は有界である. H_c (14) を準正定関数にとり, LaSalle's の定理 [12] を使う. □

図 5 は 定理 3.1 および 定理 3.2 を数値的に説明したものである. これは 1 次元に簡約化された (14) のハミルトニアンプローで, 着地による衝突がある場合とない場合を示している. 原点はサドル平衡点となっている. サドルの分離枝および境界 $|q_1| = \bar{\theta}_1$ は相空間 $\mathcal{M}$ を $\{x \mid |p| > \sqrt{2M_c(m_1 + 2m_2)gL(1 + \cos q)}\}$ (領域 I $\cup$ III) および $\{x \mid |p| < \sqrt{2M_c(m_1 + 2m_2)gL(1 + \cos q)}\}$ (領域 II $\cup$ IV) に分割している. 領域 I において q_1 は単調増加する. 衝突がなければ解は $|q_1| = \bar{\theta}_1$ を境界としたハイブリッド周期軌道で, これが理想歩容である. この軌道は孤立しているのではなく, 他の対称軌道に密に囲まれている点が重要で, これが定理 3.1 の主張である.

一方, (20) による衝突を考慮する場合 (現実の場合), 運動量は着地の度に減少する. 領域 I から出発した軌道はいずれ領域 II に入ることになる. このとき, 運動の方向が逆転する. 一旦領域 II に入ってしまうと, 軌道は領域 II $\cup$ IV に完全にトラップされ, 最終的に ω -極限集合: $L^+ = (\bar{\theta}_1, 0) \cup (-\bar{\theta}_1, 0)$ に収束する. 状態が L^+ に限りなく近づくと

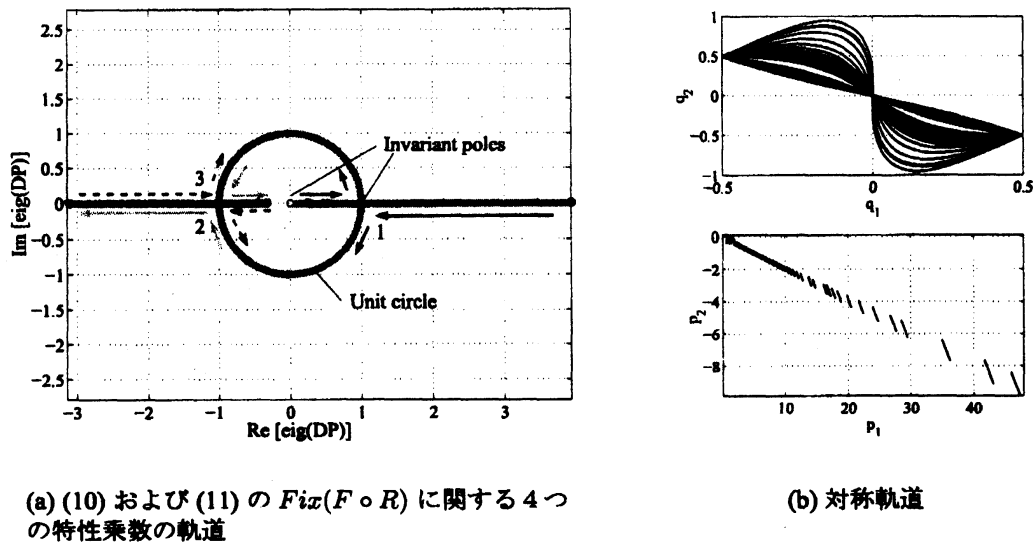


図 4: コンパス型歩行モデルの対称軌道 (理想歩容) の数値計算. 物理パラメータ: $m_1 = 2, m_2 = 1.2, b = 0.2, L = 0.4$. 固定点: $q_1^* = -0.5, -10 \leq p_1^* \leq 0$

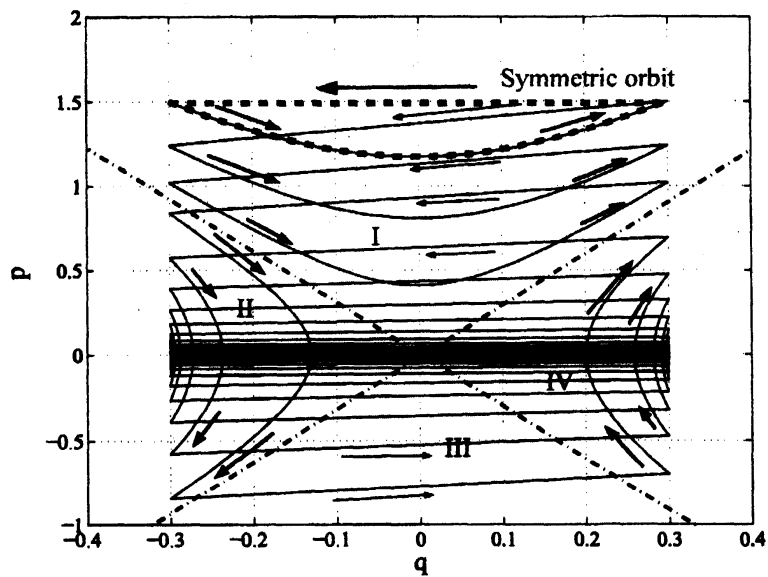


図 5: 対称歩行制御 (12) および (13) の閉ループ系の軌道 ((14) のハミルトニアンフロー). 切替角は $\bar{\theta}_1 = 0.3$ に固定. 実線の軌道は衝突 (20) を考慮したもので $(q(0), p(0)) = (-0.3, 1.5)$ から出発して漸近的にハイブリッド極限集合 $(0.3, 0) \cup (-0.3, 0)$ に収束する. 一方, 破線の軌道は衝突を考慮しない理想歩容で, 同じ初期値から出発して元に戻る. 矢印は流れの方向を示す. q -軸方向の不連続ジャンプは支持脚交換を意味し, p -軸方向のジャンプは衝突によるエネルギー消散を示している. 原点を通る二つの中心線は分離枝を示す.

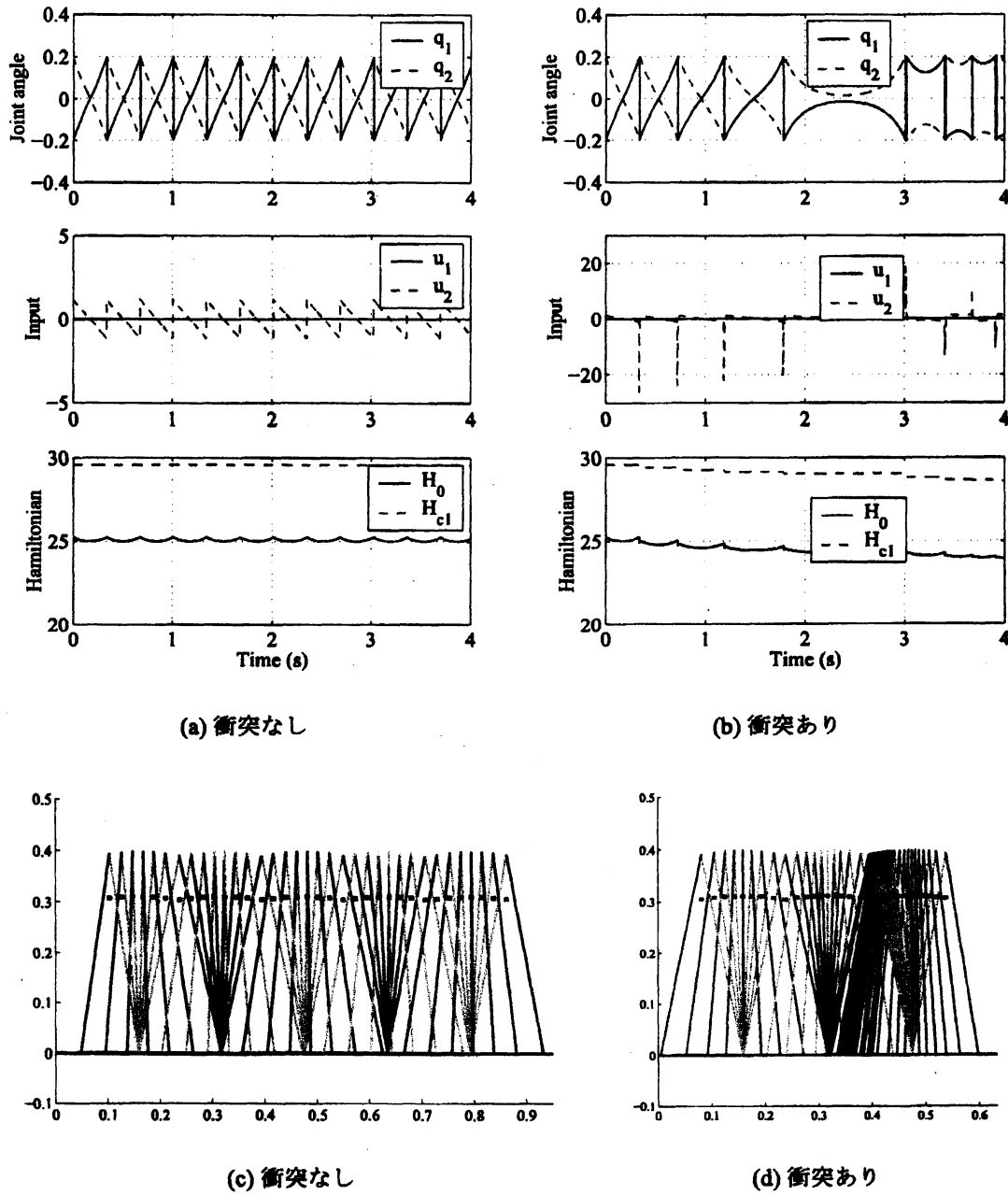


図 6: 歩行シミュレーション. パラメータ $m_1 = 5, m_2 = 1.2, L = 0.4, b = 0.2$; 初期値 $q_1(0) = 0.2 = -q_2(0), p_1(0) = 1.7, p_2(0) = -0.2$; 切替角 $\bar{\theta}_1 = 0.2$. (a),(c): 対称歩容. (b),(d): 最終的に $L^+ = (0.2, -0.2, 0, 0) \cup (-0.2, 0.2, 0, 0)$ で停止. 両者とも新しいハミルトニアン H_c は区分一定となっている.

き，コントローラ内部で無数のスイッチングが生じるが（この現象は *Zeno* と呼ばれている [1]），物理的にはロボットは運動エネルギーを全て失い，両脚を広げたまま停止することになる．明らかに L^+ は M_l 内で漸近安定である．

図 6 は対応する歩行シミュレーションである．図 6(a) と 図 6(c) は理想的なケースを示し，図 6(b) と 図 6(d) は衝突がある場合を示している．下の 2 つのグラフは (7) のオリジナルの内部エネルギー H_0 と，(14) の新しいハミルトニアン H_c の時間推移をそれぞれ示している．どちらの場合も H_c は区分一定である．

なお，ここでは非常に簡単なコンパスモデルを取り扱ったため，制御後の歩容は遊脚の足先が常に地面を擦りながら歩くような歩容になるので，実際には実現不可能である．しかし他の関節を持ってきて遊脚の長さを制御することで地面に対するクリアランスを適切に確保することはトリビアルであって本質ではない．また，**S1** で一旦転倒回避が実現できてしまえば，**S2** で所望の移動速度をもつ周期軌道に漸近安定することは比較的容易である．実際 [2] では伸縮脚と胴体を持つロボットで任意の目標速度に追従するされることに成功している．また，以上において $\bar{\theta}_1$ は一定であったが，これを可変にすれば歩調を変えることができる．

4 事例 II：1 脚ロボットの走行制御

4.1 ロボットのモデルと自由系の対称軌道

図 7 に示す 1 脚走行ロボットを考える．本ロボットは伸縮型の脚を有しており，膝関節と股関節にそれぞれ線形バネが取り付けられている．これは「受動走行ロボット」と呼ばれるモデルで，うまく初期値を選ぶと無入力で行走できることが知られている [13]．本モデルはさらに進んで衝突を考慮したモデルとなっている．

一般化座標を $q = (r, \theta, \phi) \in \mathcal{R} \times S^2$ と定義し，配位空間上の許容領域 $\mathcal{N} = \{q \in \mathcal{R} \times S^2 \mid |\theta| \leq \pi/2\}$ を定める．相空間 $\mathcal{M} = T^*\mathcal{N}$ 上の正準座標を $z = (q, p)$ とおく．ここで，共役運動量は $p = (p_r, p_\theta, p_\phi) = (m\dot{r}, (J_l + mr^2)\dot{\theta}, J_b\dot{\phi})$ で与えられる．ただし， $m = m_b + m_l$ は全質量， $J_l = J_u + \frac{m_b m_l}{m_b + m_l} d^2$ は等価慣性モーメントである．

走行運動は接地期と浮遊期から構成される．接地期におけるロボットのダイナミクスは次のような 3 自由度のハミルトン制御系で記述できる．

$$\dot{z}^i = \{z^i, H_0\} - \{z^i, H_1\}u_1 - \{z^i, H_2\}u_2 \quad (i = 1, 2, \dots, 6) \quad (22)$$

ここで， $u = (u_1, u_2) = (\rho, \tau)$ は制御入力（それぞれ脚の伸縮力，股関節トルク），その他以下のとおりである．

$$H_0(q, p) = \frac{1}{2}p^T M(q)^{-1}p + U(q), \quad (23)$$

$$H_1(q) = r \quad (24)$$

$$H_2(q) = \theta - \phi \quad (25)$$

$$U(q) = mgr(1 + \cos \theta) + \frac{1}{2}K_l(r - r_0)^2 + \frac{1}{2}K_h(\theta - \phi)^2 \quad (26)$$

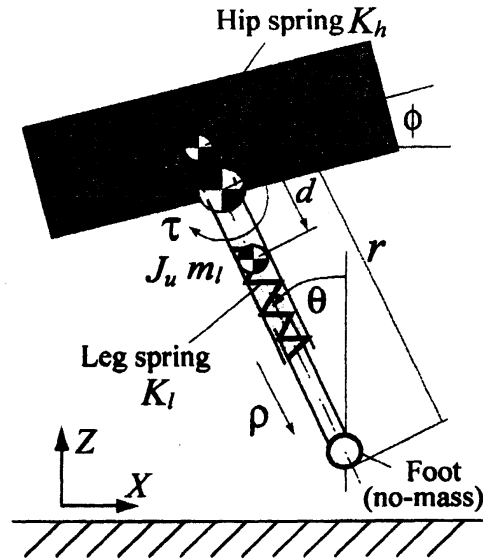


図 7: 1 脚走行ロボット：胴体と脚はそれぞれ質量 m_b, m_l 、慣性モーメント J_b, J_u を持つ。 ρ と τ はそれぞれ膝関節と股関節のバネに並列に加えられる推力とトルク。非弾性衝突を仮定

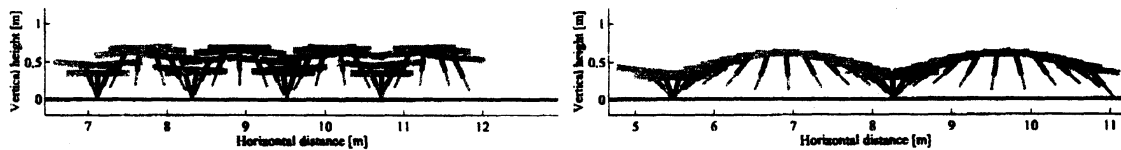


図 8: 1 周期受動走行 (低速・高速) のアニメーション。ロボットは左から右に走っている

また、 r_0 はバネ自然長から定まる脚長初期値である。一方、浮遊期は放物運動、角運動量保存則、脚の胴体に対する振動系（全て線形微分方程式）で表せる。また、着地時には衝突方程式による運動量のジャンプが生じる。詳細は [14] を参照されたい。

さて、系 (22) の自由系（無入力系）における R -可逆なフロー ϕ_t を考える。ここでは典型的な involution ($R := (q, p) \mapsto (q, -p)$) ではなく、次のような involution に興味がある。

$$\begin{aligned} R: \quad & (r, \theta, \phi, p_r, p_\theta, p_\phi) \\ & \mapsto (r, -\theta, -\phi, -p_r, p_\theta, p_\phi). \end{aligned} \quad (27)$$

この involution が隣り合う二つの接地期同士を結ぶ、理想的な写像（すなわち浮遊期の離散ジャンプ）と考えられることは、ロボットの周期的な歩容を具体的にイメージすれば明らかであろう（図 8 参照）。(26) の $U(q)$ はこの R に関して不変であるので、いかなる ϕ_t も R -可逆である。

3 節と同様に R と R -可逆なフロー ϕ_t を数珠繋ぎにして対称軌道を作る。それに伴い、 ϕ_t ではなく

$$F := \phi_t \big|_{t=T_s} \quad (28)$$

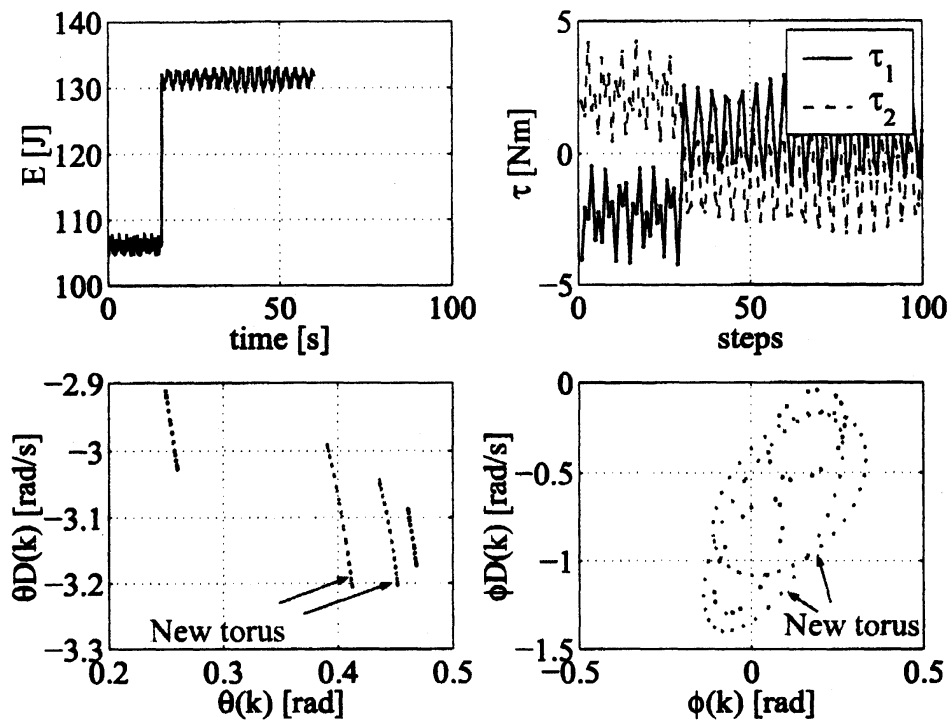


図 9: 不変化制御によるトーラスの生成結果; 外乱が加わっても新しいエネルギーレベルを持つトーラスに移る様子を示す。上左図は内部ハミルトニアン E の時間推移, 右図は区分一定制御入力の歩数毎の値, 下の2図は脚の絶対角と胴体姿勢角に関する部分的 Poincaré 写像 (記号“D”は時間微分を示す)

の半区間写像を使う。ここで T_s は接地期終了条件 $r(T_s) = r_0$ が満たされる時刻である。対称軌道を特定することは固定点集合 $Fix(F \circ R)$ を探すことと同じである。数値計算で求めた軌道のアニメーションを図 8 に示す。しかし、同じところをジャンプする歩容以外は全て不安定であるため [8], 何らかの制御が必要である。ここでも線形化 Poincaré 写像に基づく安定化フィードバックを導出することも可能であるが、本研究ではより大域的な安定化を目指す。

4.2 対称着地制御による不変トーラスの生成

不変化制御 S1 の要点は転倒回避のために配位空間を必要なだけ閉じ込めることである。転倒回避に直接関係している座標は脚の絶対角 θ である。本ロボットは 3 節で見た 2 足歩行ロボットとは異なり、遊脚を持たないため支持脚交換が使えない。また、足首周りにトルクを発生できないので接地期において θ を制御するには相当な無理がある。しかし、このロボットには浮遊期があるため、接地期では自由運動に任せ、浮遊期で何らかの制御を施すことが考えられる。浮遊期に R を制御で実現しつつ θ の範囲を制限してやれば、接地期においても有界になることが期待できる。このような戦略をとると、制御問題は結局、離陸の瞬間に R を満たす着地目標値を決定してしかるべきトルクを発生する問題となる。

しかるに、浮遊期において利用できる制御入力¹はトルク τ のみである。本ロボットの浮

遊期ダイナミクスはホロノミック系であるため、(27)の全てを実現することは不可能である。そこで、(27)において、転倒回避に直接関わる θ だけを抜き出して制御する（胴体姿勢 ϕ に関しては何もしない）。すなわち、着地時の姿勢および速度を次のように決定する。

$$\bar{\theta} = -\theta \Big|_{t=T_s} \quad (29)$$

$$\bar{p}_\theta = p_\theta \Big|_{t=T_s} \quad (30)$$

より具体的に言えば次のとおりである。走行ロボットは離陸して空中を移動し、着地すると次の接地期が始まる。このとき接地期の初期姿勢が、1歩前の接地期終了時の姿勢 $\theta \Big|_{t=T_s}$ の鏡像したものになるように、浮遊期で脚を制御するのである。浮遊期の運動方程式は線形であるため、切替のある制御トルクを用いれば、任意の指定した滞空時間で有限整定可能である[14]。

図9に本制御則を適用したシミュレーション結果を示す。ハミルトン系で見られるような不変トーラス上の準周期軌道が現れた（図9の前半）。従ってエネルギーと同格の外乱が加わっても、閉ループ系は基本的には新しいエネルギーレベルの下で準周期解を発生することが予想され、実際に確認された（図9の後半）。

なお、4.2節で述べた対称軌道が得られないのは、胴体座標 ϕ に関する制約を行っていないからである。このせいで、初期値によっては脚が胴体を通り過ぎるような現実には許容できない歩容が見られることもある。不満であれば制御入力やロジックを増やすことで、必要に応じて配位空間を閉じ込めていくしかないだろう。胴体の慣性 J_b を増加させることでも運動範囲を限定することは可能である。また、[15]には2脚走行ロボットへの適用例が示されているが、これはもう片方の脚と胴体が協調してカウンターバランスすることでトータルとして運動範囲が抑えられている例である。

一旦このような不変集合が得られたならば、ロボットは転倒しないので、あとはS2で目標速度に応じてエネルギーレベルを増減すればよい。[14]ではカオス制御における *delayed feedback* と同じアイデアで準周期軌道を漸近的に1周期あるいは2周期軌道に収束させる例が示されている。また、1周期軌道に限っては、S3の適応則によって制御入力をゼロにすることで完全な受動歩行を再現することも可能であることが同時に確認された。

参考文献

- [1] A. S. Matveev and A. V. Savkin, *Qualitative Theory of Hybrid Dynamical Systems*. Birkhäuser, 2000.
- [2] S. Hyon and T. Emura, "Symmetric walking control: Invariance and global stability," in *Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Barcelona, Spain, Apr 2005, pp. 1455–1462.
- [3] S. Hyon, "Hamiltonian locomotion: Symmetric walking control," *International Journal of Robotics Research*, 2006 (under review).
- [4] V. I. Arnold, *Mathematical Methods of Classical Mechanics*. Springer, 1978.

- [5] S. Hyon and G. Cheng, "Passivity-based full-body force control for humanoids and application to dynamic balancing and locomotion," in *Proc. of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Beijing, China, Oct. 2006, pp. 4915–4922.
- [6] S. W. Lamb, Jeroen and J. A. G. Roberts, "Time-reversal symmetry in dynamical systems: A survey," *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 112, no. 1-2, pp. 1–39, 1998.
- [7] H. Nijmeijer and J. van der Schaft, A., *Nonlinear Dynamical Control Systems*. Springer, 1990.
- [8] 玄, 江村, 上田, "脚式走行ロボットにおける非線形振動," 信学技報, NLP2004-9, 2004.
- [9] K. Fujimoto and T. Sugie, "Stabilization of generalized hamiltonian systems – canonical transformation approach," *Systems, Control and Information*, vol. 11, no. 11, pp. 1–7, 1998.
- [10] 玄, 藤本, "ハミルトニアンロコモーション," 第6回計測自動制御学会制御部門大会資料, vol. 1, pp. 75–78, 2006.
- [11] Greenwood, *Classical Dynamics*. Dover, 1977.
- [12] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems, 2nd ed.* Prentice-Hall, 1996.
- [13] C. M. Thompson and M. H. Raibert, "Passive dynamic running," *Experimental Robotics I*, pp. 74–83, 1989.
- [14] S. Hyon and T. Emura, "Energy-preserving control of passive one-legged running robot," *Advanced Robotics*, vol. 18, no. 4, pp. 357–381, 2004.
- [15] —, "Running control of a planar biped robot based on energy-preserving strategy," in *Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, New Orleans, USA, April 2004, pp. 3791–3796.