

量子ゆらぎと準安定緩和

* 大阪大学・理学部 宮下精二

準安定性をもつ系での緩和現象は、一次転移におけるダイナミクスはじめ多くの系で見られる。ベータ崩壊などの場合など単一自由度の場合の準安定状態からの緩和は図1に示すようなポテンシャルでの運動と理解され、一般にトンネル現象と呼ばれる。多自由度系の一次転移の場合にはポテンシャルエネルギーの代わりに自由エネルギーを用いて、秩序変数の運動が同様に議論される。そこでは、熱エネルギーによってポテンシャルバリアを越えることによって準安定状態から安定状態に移行する遷移確率は $\exp(-\frac{A}{kT})$ の形、つまりアレニウス型となる。これは、ミクロな観点から見ると系が安定状態の臨界核をもつ確率と考えられる。この確率は臨界核が熱的に励起されることによるものであるので、温度が下がるとその確率は指数的に減少し絶対0度付近では準安定状態は緩和しないと考えられる。しかし、多くの実験で低温では上のアレニウス型の温度依存性が破れ、緩和時間が極低温で一定に留まることが知られている。このような系では、通常の熱励起以外の機構による準安定状態緩和が起こっていると考えられる。その重要な候補として量子ゆらぎが考えられる。ここでは、量子力学的な運動による準安定状態の緩和過程のメカニズムを考察する。

量子力学的な効果を考える場合、次の2つのカテゴリーがある。一つは完全に量子力学的な運動によるコヒーレントな現象の場合で、これは通常のトンネル現象である。ここではエネルギーバリアに隔てられた2つの状態が結合して小さなエネルギーギャップを作る。このエネルギーギャップは共鳴の実験などで測定されている。もう一つのタイプは量子力学的な運動による核形成である。これは系全体がトンネルすることが出来ないほど大きな場合にも部分的なトンネル現象が起こり、それによって臨界核が構成される。この現象において量子ゆらぎによって生じた臨界核を新しい初期状態とするためには何らかの‘観測’、つまり、コヒーレントでない操作が必要となるため理論的な取り扱いが難しい。

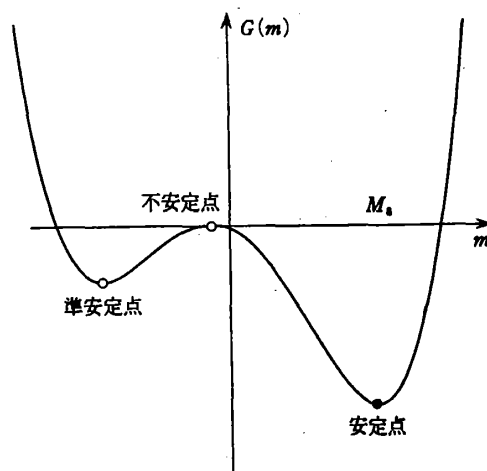


図1 準安定性をもつポテンシャル

これらの問題に対して簡単なモデルを設定して考察を加える。モデルとしては横磁場をもったイジング模型

$$\mathcal{H} = -J \sum_{\langle ij \rangle} \sigma_i^z \sigma_j^z - \Gamma \sum_i \sigma_i^x - H \sum_i \sigma_i^z \quad (1)$$

を考える。ここで、横磁場は量子ゆらぎを表わす最も簡単なものとして導入された。より一般には、 $M_z = \sum_i \sigma_i^z$ と交換しない任意の演算子で良い。方法としては完全に量子力学

的な場合には

$$|t\rangle = \exp(-i\mathcal{H}t/\hbar)|0\rangle \quad (2)$$

として Shrödinger 方程式を解く。コヒーレントでない操作が必要な時は、縮約された状態密度関数の方程式

$$\dot{\rho} = -i[\mathcal{H}, \rho] + \Gamma_x \rho, \quad (3)$$

ここで $\Gamma_x \rho$ は外界との相互作用のために生じるコヒーレントでない時間発展である。

まず最初に (2) を用いて、時間的に変化する場によって準安定な状態にある系がどのように緩和するかを調べてみた。[1] 古典的な場合に系 (1) では強磁性的な結合のため、磁場 H を J に比べて小さな範囲で符号を逆転させても、エネルギーバリアのためスピンの向きは変わらない。しかし、量子系ではゆっくり磁場を変えると状態、つまりスピンの向き、は磁場とともに変化し逆転する。これは量子力学の断熱定理によるものである。この様子を数値計算を用いて調べてみた。図 2 にいろいろな磁場変化のもとでの磁化の変化を示す。ここで磁場は

$$H(T) = H_0, \quad t < t_0$$

$$H(T) = H_0 - c(t - t_0), \quad c = 2H_0/t_{\text{ADM}}, \quad t_0 < t < t_0 + t_{\text{ADM}} \quad (4)$$

$$H(T) = -H_0, \quad t_0 + t_{\text{ADM}} < t$$

の形で変化させた。 t_{ADM} を大きくすると系がより良く磁場に追随していることが分かる。この追随の様子を調べるために時間的に変化している状態 $\Psi(t)$ と各時刻での基底状態 $G(t)$ のオーバーラップ

$$x(t) = |\langle \Psi(t) | G(t) \rangle|^2 \quad (5)$$

を調べ、特に最終状態 $t = t_0 + t_{\text{ADM}}$ での値 x_f の t_{ADM} 依存性を求めた。そこでわかったことは x_f は

$$x(t) = 1 - e^{-at_{\text{ADM}}} \quad (6)$$

の形にまとめられること。さらに、 $H = 0$ での基底状態と第一励起状態の間のエネルギーギャップを ΔE とするとき $a/\Delta E^2$ が各系でほぼ一定になることが分かった。この依存性は

Adiabatic change : $\Gamma = 0.3, H = 0.8 \rightarrow -0.8, N = 2$

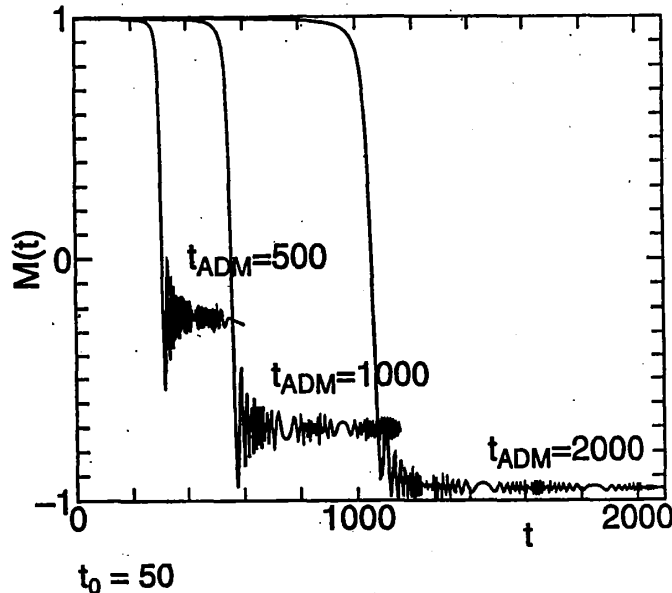


図 2 いろいろな t_{ADM} に対する磁化変化

2準位系の Landau-Zener モデル [2] と定性的に一致し、系が本質的には2準位系になっていることを示している。つまり、トンネル効果によって小さなギャップが生じ、その2準位間の遷移がこれらの系の運動を支配していると考えられる。実験的にトンネル効果によるエネルギーギャップをみつけた例がいろいろと報告されているが、そのような場合には外場変化による上述の変化を調べることでそのエネルギーギャップが真にトンネル効果によるものかどうかのチェックができるであろう。たとえば、1軸異方性をもつ磁性体の場合には磁場を逆転させた後の系のもつ磁化は

$$M_R = (1 - 2x_f)M_s, \quad x_f = 1 - e^{-\alpha \Delta E^2 t_{ADM}} \quad (7)$$

の形になるであろう。ここで M_s は安定状態での磁化の大きさ、また α は正の定数である。

このように量子効果によって、たとえ系に準安定性があっても、系は安定な状態に移行することができることがわかった。しかし、一般に多体系では上の α は非常に小さくこの機構でマクロな系の準安定緩和を説明することは難しい。そこで次に、外界との相互作用を考慮に入れたコヒーレントでない量子効果を考えよう。

そこで (3) 式を用いるのであるが、具体的な $\Gamma_x \rho$ の形としてここでは量子光学などで良く用いられるボーズ粒子の緩和過程に対する表式を用いることにする。そのため、系に1モードだけのボゾンを考え、磁性体は次のようにそのボゾンと結合しているとする。

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & -J \sum_{\langle ij \rangle} \sigma_i^z \sigma_j^z - H \sum_i \sigma_i^z \\ & + a(\sigma^+ b + \sigma^- b^+) + \mu b^+ b. \end{aligned} \quad (8)$$

ここで b, b^+ は系のボゾンの生成・消滅演算子である。また、 μ はボゾンの科学ポテンシャルである。ここでは、横磁場の代わりにボゾンとの結合が量子ゆらぎを与えている。この系が $T = 0$ の外界のボゾン系と結合しているとき $\Gamma_x \rho$ は次のように与えられる。[4]

$$\Gamma_x \rho = \kappa(2b\rho b^+ - \rho b^+ b - b^+ b \rho) \quad (9)$$

ここで κ は正の定数である。この $\Gamma \rho$ を用いて (3) を解くことにより、最初完全にそろっていたイジングスピン系がどのように緩和していくかを調べた。その様子を図3に示す。ここで注目すべきなのは、系のエネルギーが外界の温度は0としたにもかかわらず一度上昇していることである。つまり、系は何らかの方法で外界からエネルギーを得、それによってエネルギーバリアーを越えていると考えられる。これは、上で考察した量子力学的な等エネルギー運動ではなく、コヒーレントでないある種の熱運動である。しかし、もちろん熱運動で準安定性状態中に核を励起するアレニウス型とは全く異なり絶対0度でも起こりうる量子力学を起源としてもつ現象であることに注意しよう。簡単にこの過程を考えると、すべてそろった状態は系の固有状態ではないので量子力学的運動でフリップが起こる。しかしそれは等エネルギー過程である。このとき、スピン部分のエネルギーは上がっているのがボゾン部分、およびスピン・ボゾン結合部分のエネルギーは負である。もしここで (9) 式の効果でボゾンが取り除かれると、系全体のエネルギーは上がる。つまり、ボゾンを取り除く操作はここでは加熱効果をもたらしている。ここ加熱効果は核が臨界核になるまで続く。今の例では1つのスピンがすでに臨界核である。次に臨界核以上になると、スピンフリップはスピン部分のエネルギーを下げるため、ボゾンの除去は冷却効果をもたらす。これは通常の $T = 0$ の熱浴効果である。

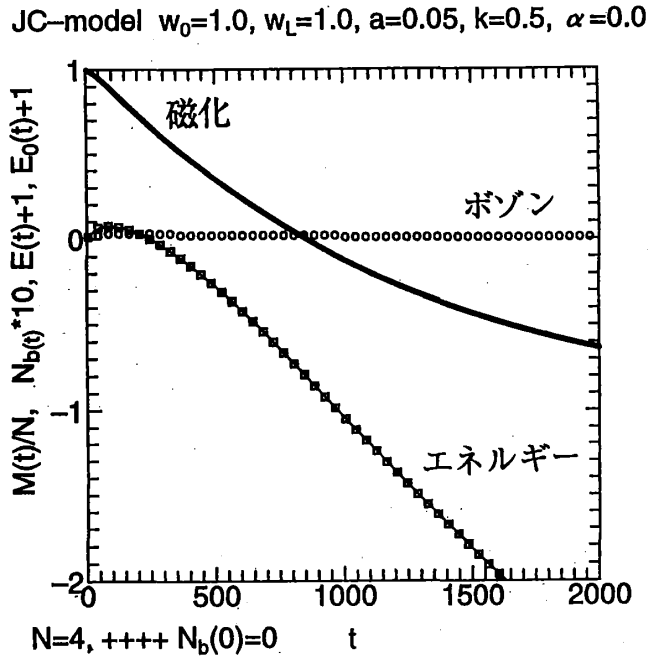


図3 $T=0$ の熱浴と接触したイジング磁性体の緩和

最後にもう一つ興味深い量子効果を考察しておこう。上で考察したように、系は何らかの方法で不安定核をもつことができる。トンネル効果によると図1のA点、熱浴効果ではB点である。もし、系と外界の結合が非常に弱い場合たとえ核が不安定でも単純に核は成長していけない。むしろ、与えられた大きさのまわりで振動することが期待される。これはドメイン壁の振動と考えてもよく、非自明の振動数をもつ。この振動の様子はA点、B点で異なると考えられる。また、磁場の大きさへの依存性なども興味深い。これらの点に関しては別の機会に報告する。

References

- 1) S. Miyashita: J. Phys. Soc. Jpn (1995) No. 9.
- 2) C. Zener: Proc. Roy. Soc. A137 (1932) 696.
S. Fishman, K. Mullen and E. Ben-Jacob: Phys. Rev. B42 (1990) 5181.
M. Murao, C. Uchiyama and F. Shibata: Physica A209 (1994) 444.