

「場の格子化」事はじめ

岡山理科大学理学部 松原 武生

時空を連続的なものと見ないで、離散的な格子状をしているとみる方がより自然であるという考えは、文献によると^{*}、数学者 Riemann が1854年におこなった Göttingen 講演で示唆しているそうである¹⁾。その後現代物理学の枠内においては

1960年代：Regge²⁾, Wheeler³⁾ の「格子重力の理論」

1980年代：「格子ゲージ理論」(Wilson⁴⁾)

「格子色力学」

.....

というような余り連続的でない経過をたどって現在に至っている由である。

これに対して、物性物理学で問題にする「物質の場の格子化」の考えは大分ことになった経過で発展してきた。前述の「時空の格子化」の年表と対比させれば、もともと物質が原子や分子からできているという考えは古くからあったから、長い長い神代の時期があったはずであるが、文献としてははっきり出てくるのは、やはり数学者 Cauchy の弾性体論であろう。Cauchy は連続体の弾性論を、規則正しい格子状に配列した質点を中心力で相互作用していると仮定して「格子弾性論」によってすり替えることを試みた。

その結果、異なる弾性定数 $\{C_{ij}\}$ の数が従来の連続体弾性論から予期されるよりも少くなり、いわゆる「Cauchy の関係」と呼ばれる $\{C_{ij}\}$ の間の新しい関係式が導かれることになる。これは当時の“理論物理学者”の間に大きな論争を呼び起こすことになったが、この辺の事情については Love の古典的な弾性論の教科書に詳しく紹介されている⁵⁾。

X 線回折によって物質の格子構造が実証されて、「格子化」は固体に関する限り、それは空想ではなく、理想化された一つの出発点になった。しかしその後物性論で宿命的な多体問題の数学的困難を避ける一つの方便として、古典液体論に格子化の考えが導入され、

1940年代：液体の空孔理論等の格子模型の展開

1950年代：液体ヘリウムの格子模型⁶⁾

1960年代：格子模型による二次相転移の統一的理解⁷⁾

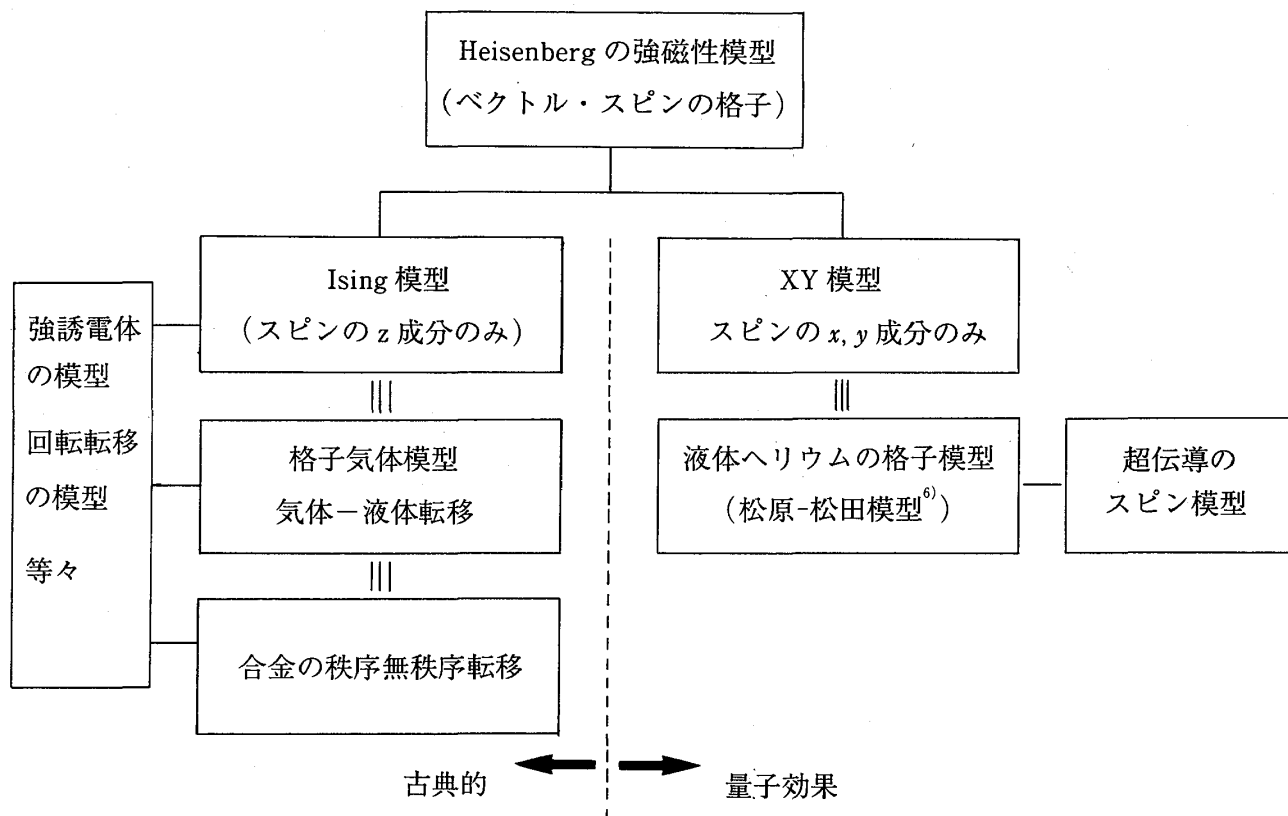
1980年代：Wilson のくりこみ群の理論による二次相転移の普遍性の研究

.....

という経過をたどった。

格子模型による二次相転移の統一的理解は次のような表によって説明される。

格子模型の系統⁷⁾



格子模型による相転移の統一的理解は、後に明らかになった。二次相転移の奥にひそむ普遍性の存在を予見するものであったが、それはやがて、スケール理論、くりこみ群の理論などによって「格子化」を離れて一般化され確立されるに至った。

参 考 文 献

- *) 二宮正夫：格子時空と重力（別冊「数理科学」場の物理と数理，サイエンス社）より
- 1) G. F. B. Riemann：Über die Hypothesen welche der Geometrie zu Grunde liegen, Gött. Abh. **13** (1867) 133.
- 2) T. Regge：Nuovo Cimento **19** (1961) 558.
- 3) J. F. Wheeler, C. DeWitt & B.S. DeWitt ed. 「Relativity, Groups and Topology」 (Gorden-Breach, NewYork, 1964).
- 4) K. G. Wilson：Phys. Rev. **D10** (1974) 2445.
- 5) Love：Theory of Elasticity (Cambridge Press)
- 6) T. Matsubara & H. Matsuda：Prog. Theor. Phys. **16** (1955) 569.
- 7) 松原武生：金属の物理，相転移の章（裳華房）(1968) p.231.