

電力パケット伝送系の回路接続に関する数理モデル

Mathematical Model for Circuit Connection in Power Packet Transmission System

引原隆士[†]

Takashi Hikihara

縄田信哉[‡]

Shinya Nawata

高橋亮[†]

Ryo Takahashi

京都大学大学院 工学研究科 電気工学専攻[†]

Department of Electrical Engineering, Kyoto University

京都大学 工学部 電気電子工学科[‡]

School of Electrical and Electronic Engineering, Kyoto University

1 はじめに 分散型電源などにより発生する多様な電力流通を管理する手段として、電力パケットによるエネルギー伝送の概念が提案されている [1]. これを受けて、高周波パワースイッチングにより電力をパケット化し複数の電源から複数の負荷への配電を行うシステムが提案されている [2]. このシステムは、ネットワークの接続をスイッチにより切り替え電力の時分割伝送を行う。本稿は電力パケット伝送を理論的に扱うための数理モデルの導出を目的としている。

2 接続状態の表現 ネットワークにおいて全てのスイッチの開閉が定まり 1 つの開回路が決定した状態を接続状態と呼ぶ。例えば互いに制約なく開閉できる n 個のスイッチを含む回路は 2^n 個の接続状態をとる。

2.1 ミキサとルータの表現 図 1 に電力パケット伝送システムの構成を示す。電源、線路、負荷の集合をそれぞれ S, L, D とする。回路では 1 ポートの電源、負荷がスイッチを介して 2 ポートの線路に並列接続されている。ミキサは電源と線路の間にあるスイッチの開閉を行ない、ルータは線路と負荷の間にあるスイッチの開閉を行う。これらのスイッチの開閉を定めることは、ミキサが接続する電源と線路の組 $g_m \in 2^{S \times L}$ とルータが接続する線路と負荷の組 $g_r \in 2^{L \times D}$ を定めることに等しい。ゆえに $(g_m, g_r) \in 2^{S \times L} \times 2^{L \times D}$ は接続状態を表す。

電源のみあるいは負荷のみとつながった線路のない接続状態を考える。そのため接続状態 (g_m, g_r) に対して条件 C-1: “ $\text{pr}_L g_m = \text{pr}_L g_r$ ” を課す。ここで $\text{pr}_L g_m = \{y | (x, y) \in g_m\}$, $\text{pr}_L g_r = \{y | (y, z) \in g_r\}$ としている。条件 C-1 を満たす (g_m, g_r) の集合を $Q_0 \subset 2^{S \times L} \times 2^{L \times D}$ と定義する。

2.2 互いに接続された素子の表現 条件 C-1 を満たす接続状態は互いに接続された電源、線路、負荷の組 $g \in 2^{S \times L \times D}$ によっても表わせる。ただし、同じ線路に接続されている電源と負荷は線路を介してつながっているため、接続状態 $g \in 2^{S \times L \times D}$ は

$(x, y) \in \text{pr}_{S \times L} g \wedge (y, z) \in \text{pr}_{L \times D} g \Rightarrow (x, y, z) \in g$ (1) を満たす。ここで $\text{pr}_{S \times L} g = \{(x, y) | (x, y, z) \in g\}$, $\text{pr}_{L \times D} g = \{(y, z) | (x, y, z) \in g\}$ としている。式 (1) を満たす g の集合を $G_0 \subset 2^{S \times L \times D}$ と定義する。

2.3 Q_0, G_0 間の全単射 写像 $\Phi: Q_0 \rightarrow G_0; (g_m, g_r) \mapsto \{(x, y, z) | (x, y) \in g_m \wedge (y, z) \in g_r\}$ を考える。写像 Φ が全単射であることを示し Q_0, G_0 による表現が互いに等しいことを示す。まず単射性を示す。条件 C-1 より

$$\text{pr}_{S \times L} \Phi(g_m, g_r) = g_m, \text{pr}_{L \times D} \Phi(g_m, g_r) = g_r \quad (2)$$

となる。よって $\forall (g_m^1, g_r^1), (g_m^2, g_r^2) \in Q_0$ に対して $\Phi(g_m^1, g_r^1) = \Phi(g_m^2, g_r^2) \Rightarrow g_m^1 = g_m^2, g_r^1 = g_r^2$ 。ゆえに単射性が成立する。次に全射性を示す。 $g \in G_0$ とする。 $\text{pr}_L \text{pr}_{S \times L} g = \text{pr}_L \text{pr}_{L \times D} g = \{y | (x, y, z) \in g\}$ より $(\text{pr}_{S \times L} g, \text{pr}_{L \times D} g) \in Q_0$ である。このとき式 (1) より

$$\Phi(\text{pr}_{S \times L} g, \text{pr}_{L \times D} g) = \{(x, y, z) | (x, y) \in \text{pr}_{S \times L} g \wedge (y, z) \in \text{pr}_{L \times D} g\} = \{(x, y, z) | (x, y, z) \in g\} = g \quad (3)$$

となり、全射性が成立する。

Φ の逆写像は $\Phi^{-1}: G_0 \rightarrow Q_0; g \mapsto (\text{pr}_{S \times L} g, \text{pr}_{L \times D} g)$ となる。式 (2) より $\Phi^{-1} \circ \Phi(g_m, g_r) = (g_m, g_r)$ が、式 (3) より $\Phi \circ \Phi^{-1}(g) = g$ が成立する。

3 電源の並列接続禁止の表現 電源の並列接続を禁止するために接続状態 $g \in G$ に対して条件 C-2: “ $\forall (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2) \in g (y_1 = y_2 \Rightarrow x_1 = x_2 \wedge z_1 = z_2 \Rightarrow x_1 = x_2)$ ” を課す。条件 C-2 を満たす g の集合を $G \subset G_0$ と定義する。

接続状態 $(g_m, g_r) \in 2^{S \times L \times D}$ に対して g_m, g_r をグラフとする対応 $\Gamma_m: L \rightarrow S, \Gamma_r: D \rightarrow L$ を定義する。 Γ_m の定義域を $\text{dom } \Gamma_m, \Gamma_r$ の値域を $\text{ran } \Gamma_r$ で表わすと条件 C-1 は条件 C-1': “ $\text{dom } \Gamma_m = \text{ran } \Gamma_r$ ” と書き換えられる。対応 Γ_m, Γ_r に対する条件 C-2: “ $\Gamma_m, \Gamma_m \circ \Gamma_r$ は一意対応である” を定める。条件 C-1', C-2' を満たす対応 Γ_m, Γ_r のグラフ (g_m, g_r) の集合を $Q \subset Q_0$ とする。

$\Phi(Q) = G$ を示し、条件 C-2' が条件 C-2 と同値であることを示す。 $\Gamma_m \circ \Gamma_r$ のグラフを $g_{mr} = \{(x, z) | (x, y) \in g_m \wedge (y, z) \in g_r\}$ で表わし、 $\text{pr}_{S \times D} g = \{(x, z) | (x, y, z) \in g\}$ とする。まず $\Phi(Q) \subset G$ を示す。 $(g_m, g_r) \in Q$ とする。 $\text{pr}_{S \times L} \Phi(g_m, g_r) = g_m$ となり、 $\text{pr}_{S \times D} \Phi(g_m, g_r) = g_{mr}$ となる。よって、 g_m, g_{mr} はそれぞれ一意対応 $\Gamma_m, \Gamma_m \circ \Gamma_r$ のグラフなので $\Phi(g_m, g_r) \in G$ である。ゆえに成立する。次に $\Phi^{-1}(G) \subset Q$ を示す。 $g \in G$ とし $(g_m, g_r) = \Phi^{-1}(g)$ とする。 $g_m = \text{pr}_{S \times L} g$ であり、 $g_{mr} = \{(x, z) | (x, y) \in \text{pr}_{S \times L} g \wedge (y, z) \in \text{pr}_{L \times D} g\} = \text{pr}_{S \times D} g$ である。よって、 g は条件 C-2 を満たすので g_m, g_{mr} をグラフとする対応 $\Gamma_m, \Gamma_m \circ \Gamma_r$ は一意対応である。ゆえに、 $(g_m, g_r) \in Q$ により成立する。

4 おわりに ミキサ、ルータの状態を表わす $(g_m, g_r) \in Q_0$ と回路全体の接続を表わす $g = \Phi(g_m, g_r) \in G_0$ によって接続状態を定式化し、両者の表現が同等であることを示した。また電源の並列接続を禁止する条件の数理表現を示し、その過程で対応による表現を導入した。

謝辞 本研究の一部は情報通信研究機構 (NICT) による委託研究 “情報通信・エネルギー統合技術の研究開発” の支援を受けたものであることを記す。

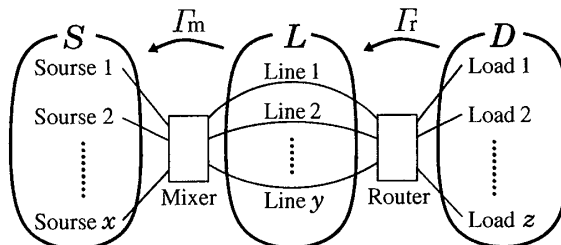


図 1 電力パケット伝送システムの構成 [2]

参考文献 [1] 豊田淳一, 電学誌, 117(6), 345-348 (1997).
[2] T. Takuno et al., in Proc. IEEE 1st Intl. Conf. Smart Grid Comm., Gaithersburg, MD, USA, 427-430 (2010).