

ある視点からのNathan Jacobson について

—ジョルダン代数を中心にして—

(On certain viewpoints of Prof. Nathan Jacobson)

By

神谷徳昭

Noriaki Kamiya*

Abstract

In this note, we discuss a history of nonassociative algebras in Japan, in particular, for Jordan algebras associated with Prof. N. Jacobson.

§1. はじめに

今回の話は長くYale Univ.(U.S.A.)で教鞭をとられたN. Jacobson教授(以後全ての人々にこの小論では敬称をつけませんでした. ここで断りとお許しを述べたいと思います.)を歴史の扉の鍵として, そこを入り口にしながら, 彼の研究のある分野(ジョルダン代数)について, 日本では余り語られていないのは何故かという理由を考えるのが主要な目的です.

可換または結合的環論の研究者と比して, 日本では何故, 非結合的代数系の特にJordan algebra の研究者が少ないのかの解明の糸口の一步になればと考え, この分野の先駆者の一人であり, 20 世紀を代表する数学者であるN. Jacobsonを切り口にさせていただいて, この文章を書いています. つまり, 日本ではLie algebra の研究者, 特に表現論の人達は多数存在しますが, 何故, 8 元数等を一般化した代数系の人達があまり多く存在しないのか?これについて筆者のある観点からの話です. 解はまだ未解決であり, ほんの糸口の議論です. その為に, 最初としてN. Jacobson を発端に歴史の紐を解くことにします. 従って, 彼の業績等が重要な話題の中心となります. つまりMath Reviewの分類(A.M.S.)

Received September 7, 2019, Revised October 13, 2019

2010 Mathematics Subject Classification(s):01A27, 01A60

Key Words: N. Jacobson, Jordan algebras, A history of algebras in the 20th century

* 福島県公立大学法人会津大学 Aizu University, Fukushima 965-8580, Japan.

e-mail: shigekamiya@outlook.jp

では主に17C (Jordan algebras) が topics となります.

§1 N. Jacobson の略歴(Chronology)と1965年の日本訪問

September 8. 1910 Born, Warsaw, Poland (U.S. Citizen)-Death, Connecticut 1999. Dec. 5

1930 A. B. University of Alabama

1934 Ph.D. Princeton University

1949-1981 Professor, Yale University

Spring, 1965 Lecturer, Mathematical Society of Japan

これ以外にも多数の大学, 研究所等の客員教授をなされています. 日本には数回, 来日されています. 筆者に彼から送られてきた自伝によれば, 一番長い期間では1965年3月16日から6月6日の滞在において(日本数学会の招待), ジョルダン代数の講義が, 名古屋大, 大阪大, 広島大, 九州大, 北大でなされ, 日本各地の大学で特別講義(岡山, 仙台ではケーリー平面等)を行いました, しかし, リー代数の連続講義をされたとは自伝からは考えられません. (トピックス的な話題提供のみの様です).

この来日では河田敬義が中心となり, 東大では岩堀長慶, 広島大では森永覚太郎, 小笠原藤次郎, 東郷重明, 山口清, 北大では雨宮一郎, 富永久雄等, これらの人達が世話人として手伝をしたと思われます. 筆者の知見の範囲ですが, リー群と表現論の研究者は別にして, 東郷重明の弟子達がリー代数の構造論について研究しています. 又富永久雄の弟子達が非可換ガロア理論の研究で N. Jacobson の仕事と直接関連した事柄を扱っている様です(後続の研究については21世紀の数学史ですので別の機会に).

次に自伝からのプライベートな事柄としては, 東京では山の上ホテルに泊まり(1泊10ドル) 正田建次郎宅に招待されたこと, 能と歌舞伎を鑑賞し, 九州では別府温泉, 北海道では洞爺湖に行ったことが書かれています(彼の自伝は A personal history として個人的に筆者に送られてきたものですから参考文献には加えませんでした).

この章の最後に, 彼の自伝によりますと, アラバマ大学に16歳で入学し, 20歳で卒業し, 在学当時, 法律を専攻するかまたは数学の道に進むかの選択があったようです. そして最終的にその後, プリンストン大学の大学院に進学し, J.H. Wedderburn (1882-1948) のもとで, 24歳の時, 学位を得られ, その大学院時代には Weyl の連続群の講義を熱心に勉強したと思われます. そしてその後の長い研究生活が始まります. 又彼の後半生においては, J. Alg. の Editor を長く勤められていました. 筆者は彼の紹介で J. Alg. に論文を掲載させていただいたことがあります.

§2 N. Jacobson の著書について(Books)

Books

The Theory of rings: Mathematical Surveys, No.11, Amer. Math. Soc., 1943(Russian Translation, 1947).

Lectures in Abstract Algebra: Vol.1, Basic Concepts, D. Van Nostrand Co. Inc., 1941 (Springer-Verlag reprint, 1975; Chinese translation, 1966).

Lecture in Abstract Algebra: Vol.2, Linear Algebra, D. Van Nostrand Co. Inc., 1953 (Springer-Verlag reprint, 1975; Chinese translation, 1960).

Lecture in Abstract Algebra: Vol.3, Theory of Fields and Galois Theory, D. Van Nostrand Co. Inc., 1964 (Springer-Verlag reprint, 1975).

Structure of Rings, Amer. Math. Soc. Colloquium Publications, Vol.37, 1956, 1964 (Russian translation, 1961).

Lie Algebras, Interscience Publishers (John Wiley and Sons), 1962 Interscience Tracts in Pure and Applied Mathematics, No.10 (Dover reprint, 1979; Russian translation, 1964; Chinese translation, 1964).

Structure and Representations of Jordan Algebras, Amer. Math. Soc. Colloquium Publications, Vol.39, 1968.

Lectures on Quadratic Jordan Algebras, Tata Institute of Fundamental Research, Bombay, 1969.

Exceptional Lie Algebras, Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics, Marcel Dekker Inc., New York, 1971.

Basic Algebra I, W. H. Freeman and Co., New York, 1974; second edition, 1985.

Pi -Algebras: An Introduction, Springer Verlag, 1975.

Basic Algebra II, W. H. Freeman and Co., New York, 1980; second edition, 1989.

Structure Theory of Jordan Algebras, University of Arkansas Lecture Notes in Mathematics, 1981.

Finite Dimensional Division Algebras over fields, Springer-Verlag Grundlehre Series, 1996.

これらの著作以外にも、1934年から1980年代まで約50年間継続的に論文が100編近く存在します。これらの著作から判断すると、彼はジョルダン代数とリー代数を対等の研究対象という立場で論じていたと思われます。

何故、この章を記載したかの理由の一つはN. Jacobson が環論、リー代数、ジョルダン代数の著作を三本柱と考えていたことを示す為です。長くなりますが彼の研究の興味を明らかにする為に述べました。

「岩堀にジョルダン代数の論文を多数送ったが、彼はこの分野に興味を示さなかった。貴方は別ですが・・・」とN. Jacobson は筆者との個人的会話の中で話していました。

§3 N. Jacobson の弟子達について(Doctoral students)

この章では, N. Jacobson により学位を得た弟子のリストを挙げます.

University of North Carolina

Charles L. Carroll, Jr.: Normal simple Lie algebras of type D and order 28 over a field of characteristic zero (1945).

Yale University

Eugene Schenkman: A theory of subinvariant Lie algebras (1950).

Charles W. Curtis: Additive ideal theory in general rings (1951).

William G. Lister: A structure theory of Lie triple systems (1951).

Henry G. Jacob: A theorem on Kronecker products (1953).

George B. Seligman: Lie algebras of prime characteristic (1954).

Morris Weisfeld: Derivations in division rings (1954).

Bruno Harris: Galois theory of Jordan algebras (1956).

Earl J. Taft: Invariant Wedderburn factors (1956).

Dallas W. Sasser: On Jordan matrix algebras (1957).

Maria J. Woneburger: On the group of similitudes and its projective group (1957).

Tae-II Suh: On isomorphisms of little projective groups of Cayley planes (1961).

Herbert F. Kreimer, Jr.: Differential, difference, and related operational rings (1962).

Charles M. Glennie: Identities in Jordan algebras (1963).

David A. Smith: On Chevalley's method in the theory of Lie algebras and linear groups of prime characteristic (1963).

Dominic C. Soda: Groups of type D_4 defined by Jordan algebras (1964).

Harry P. Allen: Jordan algebras and Lie algebras of type D_4 (1965).

Eugene A. Klotz: Isomorphisms of simple Lie rings (1965).

Kevin M. McCrimmon: Norms and noncommutative Jordan algebras (1965).

Joseph C. Ferrar: On Lie algebras of type E_6 (1966).

Daya-Nand Verma: Structure of certain induced representations of complex semi-simple Lie algebras (1966).

Lynn Barnes Small: Mapping theorems in simple rings with involution (1967).

John R. Faulkner: Octonian planes defined by quadratic Jordan algebras (1969).

Samuel R. Gordon: On the automorphism group of a semi-simple Jordan algebras of characteristic zero (1969).

Michel Racine: The Arithmetics of quadratic Jordan algebras (1971).

Jerome M. Katz: Automorphisms of the lattice of inner ideals of certain quadratic Jordan algebras (1972).

Ronald Infante: Strongly normal difference extensions (1973).

Louis H. Rowen: On algebras with polynomial identity (1973).

Georgia M. Benkart: Inner ideals and the structure of Lie algebras (1974).

David J. Saltman: Azumaya algebras over rings of characteristic p (1976).

Robert A. Bix: Separable Jordan algebras over commutative rings (1977).

Leslie Hogben: Radical classes of Jordan algebras (1978).

Craig L. Huneke: Determinantal ideals and questions related to factoriality (1978).

弟子たちの学位論文には、タイトルからもわかる様にジョルダン代数の分野と思われるものが多数存在します。

この章の最後にJordan superalgebra の仕事等をしていますE. Zelmanov(1994年フイールズ賞受賞者)も、ロシアのNovosibirskより1980年代にN. Jacobsonとその弟子たちがU.S.A. に招聘した人物の一人です(筆者はツェルマノフが主催する国際会議で招待講演をした経験があります)。又N. Jacobson と同時代に生きたオランダのユトレヒト大学のH. Freudenthal (1905-1990) も56 次元meta-symplectic geometry の概念等でジョルダン代数の幾何学的側面に関連し、N. Jacobson とその弟子たちと研究交流した人物の一人です(フロイデントールはベルリン大学で学位を得ています)。

日本以外の歴史として、広い意味で

H. Weyl $\rightarrow$ H. Freudenthal $\rightarrow$ N. Jacobson の弟子たち $\rightarrow$ E. Zelmanov (J. Tits, T.A. Springerを含めた非結合的代数系の20世紀の歴史)の流れの歴史で、将来いつか述べたいと考えています。特にN. Jacobson を始め、弟子たちの1/3 近くの人達とは一度以上会った事があり、面識がありますから、彼らとの交流を含めた物語を著述するのも近い将来の課題です。

(注)N. Jacobson の略歴、著作、弟子のリストについては、Birkhäuser (1989 年出版)の“N. Jacobson collected mathematical papers”からの引用です。

Notices of the AMS, vol.47. No.9, PP.1061-1071.にも略歴、著者、Ph.D. Students (学位論文のタイトルはなし)の記載がありますが、この小論だけを読めば(self-containedを心がけ)理解していただける様にする為に、著作と弟子のリスト等にページ数を少し費やしています。N. Jacobsonの弟子のリストはNoticesにもありますが、その論文のタイトルも考慮しないと彼がどのような分野に弟子達の興味をもたせたのかが理解できませんので、長くなりましたがここに述べさせていただきます。御容赦下さい。

§4 考察とあとがき(Conclusion)

N. Jacobson の著作の本のリストのところを見ると理解できると思いますが、彼の研究分野は、

- 1) 非可換論
- 2) リー代数
- 3) ジョルダン代数(非結合的代数系)

これらの3 分野に大きく分類されると考えます。更に、弟子のリストでも判る様に、群論を除く代数(ring theoryを含む)系全般に興味を持っていた様です。そして、リー代数を含め、日本の代数の研究者はN. Jacobsonの本、又は弟子達と関連した研究分野を知らない人はいないのではないかと考えます。

彼は1910年に生まれ、1999年に亡くなりましたので、20世紀の代表的な代数学者として、我々の胸に刻むべき人物と考えられます。彼を糸口にして、ある事柄の紐をほどき、そして紡ぎたいのです。（大風呂敷を広げれば、20世紀の代数の歴史を総括して、21世紀へと伝承する歴史です）つまり21世紀の我々が、20世紀の歴史を語る時代の到来です。

話を戻します。彼の略歴のところからの引用ですが、アメリカ数学会の会長(1971-1973)も経験し、多くの弟子を育て、代数の分野で数十年に渡り、教育・研究・社会活動(学会への貢献)と三拍子が調和(ハーモニー)した貴重な人物と思います。彼の人物像でなく、数学の業績ではなく、ここでは日本で何故、ジョルダン代数系の研究者が少ないのかの解明の一端の糸口をみつけないかと思ひ、筆をとった次第です。勿論、結論が存在するわけではないです。

リー代数という言葉と定義を知っている人でも、ジョルダン代数の例と定義を知っている人は、日本の数学者の方々には少ないと考えられます(一部の物理学者には、量子力学との係わりで知られていると思います)。特にジョルダン、ウィーナー、ノイマンの1934年の論文が有名です。又ジョルダン代数については更に数理物理学の基本公式(南部恒等式)；

$$\{ab\{cde\}\}=\{\{abc\}de\}-\{c\{bad\}e\}+\{cd\{abe\}\}$$

が考えられ、この三項積 $\{abc\}$ は

$$\{abc\}=(ab)c+a(bc)-b(ac)$$

によって関連づけられます。ここで上の式 $\{abc\}$ の右辺はジョルダン代数の積であり、その基本公式はジョルダン三項系の定義式です。この概念又はその一般化は超弦理論や素粒子理論の特徴づけと関係し、リー代数やリー超代数の構成にも応用されます。この様な専門的な数理代数学の最近の話題は別にして、もう少し歴史的なトピックスとしては4元数、8元数等の交代代数について数学史的に述べると、E. Artin (1898-1962)の初期の論文がこの方面の論文であり、晩年にもこれらの代数的関係に興味を持たれていた様です。

何故、交代代数とジョルダン代数の研究者が日本では少ないのか？

「神のいたずら」と考えざるを得ません(少し大袈裟な表現ですが)。ドイツのこの方面の歴史について述べると、ドイツに生まれ、U.S.A.で過ごし、晩年はハンブルグに戻ったE. Artinの素稿をもとにして、H. Braun (1914-1986)とM. Koecher (1924-1990)による著作“Jordan algebren”というドイツ語の本が存在しますが、これも余り読者層が少ない様です(勿論日本においてですが)。しかし、ケッヒャー、ヒルツェブルフ等の編集による「数」は8元数が扱われている一般向けの興しる本です。個人的なことです。筆者は晩年のアルティンのハンブルグ時代、ともに過ごしたブラウン女史とはOberwolbach研究所(1982, Summer)でE. Artinの話をしたことがあります。

筆者の考えでは数の拡張概念として以下のようなスキームがとらえられると思います。

$$\begin{aligned} \mathbf{R}(\text{実数}) &\rightarrow \mathbf{C}(\text{複素数}) \rightarrow \mathbf{H}(4\text{元数}) \rightarrow \mathbf{O}(8\text{元数}) \rightarrow \\ &\mathbf{H}_3(\mathbf{O})(27\text{次元}) \rightarrow \mathbf{M}(\mathbf{H}_3(\mathbf{O}))(56\text{次元}) \rightarrow \mathbf{E}_8(248\text{次元}) \end{aligned}$$

この流れでの研究がN. Jacobsonの弟子たちには見られ、ジョルダン代数(27次元の例外型)がいたる所に現れます. この27次元代数は、新谷卓郎(1943–1980)も興味を持たれていた様です.

N. Jacobsonの弟子のリストにも挙げてありますM. Racine (quadratic Jordan algebra)の研究者、現在カナダ、オタワ大学)がYale時代、学位論文を書く時に玉河恒夫(1925–2017)に学んだことがあると、国際会議の個人的食事会の折り、筆者との会話の中で語ったことがあります. つまり新谷と玉河、両名はジョルダン代数(27次元より構成される対称リーマン空間又は保型形式と関連して)に関心を持たれていたと考えます. 勿論、佐武図形の佐武一郎(後述)もです.

4元数までもう少し歴史をさかのぼれば、明治期Yale 大学で学位を得られた木村駿吉(1866–1938, 幕末の木村海軍奉行の息子)も4元数についての論文と著作が多々存在しますが、この伝承(4元法協会設立)は日本では途絶えたと思われ(彼は無線技術の方面へと興味移った様です). 壮年時海軍の仕事、晩年は日本無線の役員でした.

最近の本(21世紀)は別にして、杉浦光夫、横田一郎(リー群)、竹内外史、松島与三、後藤守邦、東郷重明、岩堀長慶等、リー代数の本を書かれた人達は多数存在しますが、Jordan algebraの本を書かれた人は日本では存在が少ない様です. 日本人による本としては、佐武一郎(1927–2014)による「科学」に連載されたジョルダン代数の事柄を含め、そして「エルミート ジョルダン三項系と対称領域(英語版)」やリー群の話の本が存在します. 筆者と多数の共同研究(論文)があります数理物理学者の大久保進(1930–2015)(仁科賞受賞者)が書かれた“Introduction to Octonion and other nonassociative algebras in physics”(8元数に関連した数理物理への応用)が日本人が書いたこの方面(非結合的代数系)の貴重な著作と思われます. 翻訳本としては、ロシア生まれの数学者(1990年代以後SwedenのLund大学在)I.L. Kantor (1936–2006)による「超複素数入門」浅野洋監訳、笠原弘訳が存在します(又個人的な事ですが、筆者はカントールとの共同論文があります).

筆者の浅学の為、独断的に言及して抜け落ちている点が多々あれば、いつか書き加えたいと考えますので御寛容ください. 更にN. Jacobson のもとで長期間研究生活、または彼の弟子達のところで学位を得た日本の研究者がほとんど存在しないのも、この分野、特にジョルダン代数が日本では活発に議論されなかった一因ではないかと筆者は考えています(筆者の知見の知る限りの範囲です). 見落とし等が存在すれば再度お許し下さい.

つまり、情緒・意識の共有・共創(筆者の数学伝承の感覚のことばです)が先生から弟子へと伝達される共通空間の場が重要と考えているからです.

ところで、N. Jacobsonと同時代に生まれ、若くして亡くなられた安倍亮(1915–1945)がもし、もう少し長く生存していれば、日本のこの分野の歴史も違っていたかも知れません. 何故なら、戦時中のリー代数の分野の論文が彼の遺作として存在するからです. つまり、もう少し長く研究生活をされていれば、この分野の発展が芽生えていたのではないのでしょうか. 彼の弟子が育ち、

諸相が少し変化していたのではないのでしょうか。日本の数学界に、ジョルダン代数の研究者が何故少ないのか？U. S. A. 以外では、ロシアのノヴォシビルスク大学(Malcevの弟子たちの出身地)等、ロシア出身のZelmanovに代表される様に、世界中でこの分野が研究されているのに・・・・・・不思議な現象です。追記すればLie superalgebrasと、Kac-Moody algebrasのKacもロシア生まれで、U.S.A. で活躍している人物です。どの断面で論究するかによって数学を含め、歴史の様相が変わると思いますが、今回は、20世紀に主に活躍した人物達、以上列举したように筆者の研究分野の立ち位置（非結合的代数系）に基づいたある視座での観点から、特に20世紀の代数学者N. Jacobsonを切り口に、日本のある分野の「神のいたずら」としか言い様がないことについて述べさせていただきました。将来いつか、この方面の歴史を詳しく書きたいと思いながら、20世紀を20年近く経過しましたので、過去の一世紀を俯瞰する代数学の歴史を言及する責任があると考え、断片的、独断的な表現、多々垣間見えるところ存在すると思いますが、この分野の20世紀後半を中心とした歴史を伝達する、日本における発芽的な側面の記述を試みたideaとしての拙文としてお許し下さい。従って、先行研究、参考文献として引用するものではありません。再度繰り返しますが、何故、この分野(非結合的代数、特にジョルダン代数)の研究者が日本には少ないのか、原因を考える「糸口の解明」につながればと思い、N. Jacobsonを源流に、この様な個人的事柄を含めた史論を提供させていただきました。ミスや勘違いが多々あるかも知れませんが、将来への考察の布石となれば、そして第一歩となれば、望外のうれしいかぎりです。

まとめると、N. Jacobson の仕事、特にジョルダン代数を縦糸に、これらに係する日本の研究者達を横糸に、衣服を紡ぐことを心がけ、20世紀のある代数学の分野(非結合的代数系)を記述したいという夢を抱き、もっと詳しく論究するという最初の一步としてこの小史を提供しました。最後に、研究者がなぜ少ないのかの結論とはほど遠い頭の中に浮かぶ徒然なる私的な断片的な連想ですが、そして個人的な歴史の一面をもつこの様な記述の手段の提示として表現したこと、再度ご寛容ください。

Acknowledgements

This work was supported by the Research Institute for Mathematical Sciences, a Joint Usage/Research Center located in Kyoto University.