

粒子の浮遊運動と河床付近の流れ

芦田 和男・藤田 正治

MOTIONS OF SUSPENDED PARTICLES AND TURBULENT FLOW NEAR THE BOTTOM

By Kazuo ASHIDA and Masaharu FUJITA

Synopsis

Stochastic model of particle suspension is investigated by experimental and theoretical approaches. Particle motion and turbulent flow near the rough bottom, which is visualized by dye, is photographed at a same time and the forces acting on the particles when they are lifted up from the bottom and are moving in the flow are discussed from the results. Further, the structure of turbulent flow on the rough bottom, which is visualized by hydrogen bubble technique, is investigated about the periodicity and the time scale of upward flow. Then stochastic model of suspended particles is formulated from the mechanism of particle suspension, the structure of turbulent flow and equation of particle motion.

1. 緒 言

土砂の流水中での運動は複雑で、それをモデル化することは非常に難しい問題であるが、その要因の一つに、一般に流れが乱流であり、流れの構造が判然としないことが挙げられる。しかし、実河川の流れの観測や実験水路を用いた流れの可視化観察、さらには流速の条件付計測などによる詳細な研究によって、開水路流の乱流構造がかなり明らかにされ、流砂の運動機構を乱流構造と結びつけて、より厳密に解明しようとする研究が行われるようになってきた。

とくに、浮遊砂は乱流現象の影響のもとで運動する粒子であるから、粒子の浮遊機構を乱流構造から説明した研究は多くある。Jackson, R. G.¹⁾ は実河川でボイルの中に高濃度の浮遊砂が含まれていることを観測して、ボイルの発達過程であるコルクによって粒子が浮上することを考察した。Sumer, B. M.・Deigaard, R.²⁾ は滑面および粗面上の浮遊粒子の運動特性から、浮遊運動とバースティングの関連性を示し、バースティングに関する従来の知見を使って粒子の浮遊機構をモデル化した。また、Grass, A. J.³⁾ は滑面上の粒子が巻き上がる様子を撮影し、それが乱流構造の形状と類似していることから、粒子の浮遊機構をバースティング現象と結びつけた。著者らも前報⁴⁾ において、浮遊粒子の3次元的な運動軌跡から、粒子の浮遊運動が上昇流や2次流の影響を受けていることを明らかにするとともに、軌跡から粒子に作用する力を推定して浮遊機構のモデル化を行った。

このように粒子の浮遊現象がバースティングやボイルなどの大規模乱流によって起ることが明らかになってきたが、従来の研究では粒子の浮遊運動と乱流構造の関係を直接見たものは少なく、浮遊機構のモデル化に際し外力をどう評価するかなど曖昧な点が残る。また、乱流構造に関する研究は滑面を対象にしたものが多く、粗面の場合については、Grass, A. J.⁵⁾ や中川ら⁶⁾ が可視化観測によって、粗面でもバースティングが存在していることを明らかにした程度で、詳細なことについてはわかっていない。

以上の点に鑑み、本研究では次のような事について検討する。第2章では、粒子が河床付近のいかなる流

れによって河床を離脱し、浮遊するのということを、粒子の運動と河床付近の流れとを同時に高速ビデオ撮影して検討する。第3章では、浮遊機構をモデル化するときの流れに関する情報を得るために、粗面河床における乱流特性について検討する。第4章では、前章までに得られた知見をもとに粒子の浮遊運動のモデルを考え、その妥当性について検証する。

2. 河床付近の流れと粒子の浮遊機構

2.1 実験の概要

粒子の浮遊運動とバースティングやボイルなどの乱流現象との関連性が示唆されているが、本研究では粗面上の粒子がどのような機構で河床を離脱し、浮遊するのかを明らかにするために、粒子の浮遊運動と河床付近の流れとの関連性を次のような実験を行って検討する。

実験水路は幅 30 cm, 長さ 8 m, 勾配 1/1000 であり、河床に粒径 $d_r=0.48$ cm の礫が均一に敷かれている。水路上流端から 5 m の位置に、外径 1 mm の注射針を礫の頂部付近まで差し込み、Fig. 1 に示すような装置で染料が一定速度で河床から供給できるようにした。

実験に用いた粒子は粒径 0.14 cm, 比重 $\sigma/\rho=1.05$ のポリスチレン粒子で、これを礫の間に一様に敷き、染料（ローダミンB溶液）によって可視化された河床付近の流れと粒子の運動を同時に高速ビデオ装置を用いて撮影した。高速ビデオカメラは毎秒 200 フレームの撮影が可能である。撮影時には、水路上方からスリット光線を照射しており、撮影区間は横断方向に 4 cm, 流下方向に 5 cm であった。また、実験に際し、水路内に置かれたスケールを撮影し、モニターの画面から真の座標（鉛直および流下方向）を算定するキャリブレーション式を求めた。

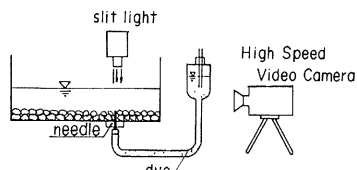


Fig. 1 Experimental apparatus for flow visualization and photographing

実験条件は、流量 $Q=1.2$ l/s, 水深 $h=2.8$ cm, 摩擦速度 $u_* = 1.5$ cm/s であり、この条件では砂粒レイノルズ数の値は $u_* d_r / \nu = 73$ となり河床条件は粗面である。染料の注入速度は、流れにあまり影響を与えないようにできるだけ小さくし、実験後に実験と同じ水深の静水中に注入してそれを確認した。

2.2 河床付近の流れと粒子の浮遊現象

Photo 1(a), (b) は、粒子が河床を離脱する過程と離脱後再浮上する過程を連続写真で示したものであり、

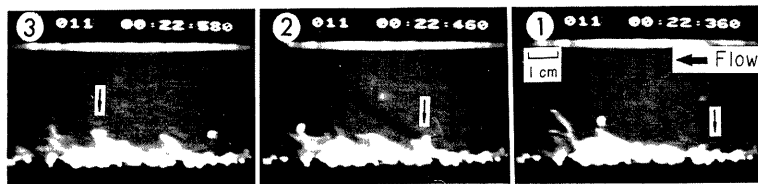


Photo 1 (a) Relation between particle motion and turbulent flow in case that a particle is lifted up from the bottom

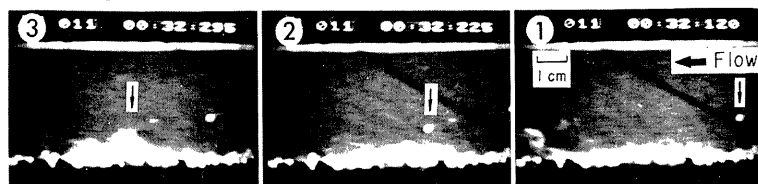


Photo 1 (b) Relation between particle motion and turbulent flow in case that a particle is lifted up in the process of the downward motion

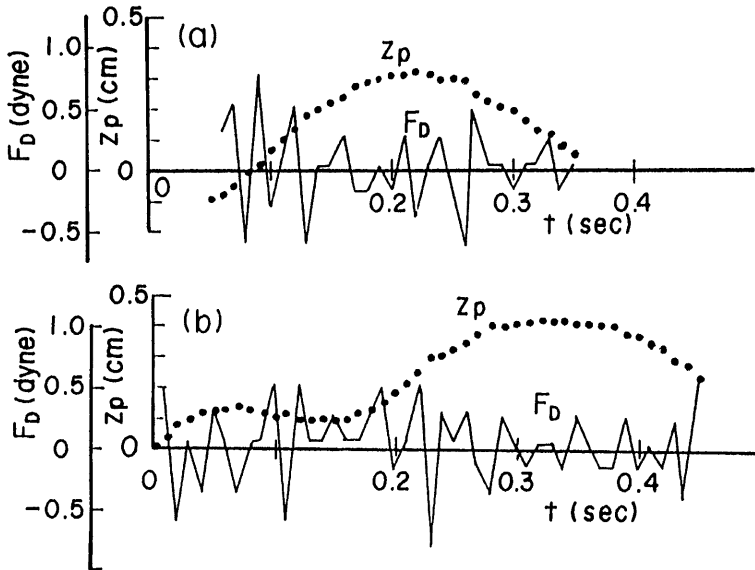


Fig. 2 (a), (b) Examples of trajectory of a suspended particle and forces acting on the particle in the vertical direction

写真中の白く丸いものが粒子、河床上の白く不定形のが染料である。写真上方の数値は撮影時刻(1/1000秒単位)を表わす。また、Fig. 2(a), (b)は、粒子の飛行高さ z_p と粒子に作用する鉛直方向の流体力 F_D の時間変化を示したものである。 F_D の値は次章で述べる式(1)と粒子の軌跡から推定した。これらの写真と図より粒子の浮遊現象と河床付近の流れの関連性について検討する。

まず、粒子が河床を離脱する過程について考察する。Photo 1(a)に見られるように、粒子は河床付近の流体塊とともに急激に持ち上げられ河床を離脱し、上昇する流体塊の影響をうけながら浮上している。離脱時に粒子に作用する力はこのような現象から判断すると、流体塊の加速度運動に伴う揚圧力であると考えられる。また、河床を離脱した粒子は、Fig. 2(a)に示すように、かなり大きい流体力の作用のものと浮上しており、離脱後の粒子の運動は揚圧力による初速のみによるのではなく、流体塊の上昇流速による流体力の作用で決定されることがわかる。上昇流はその寿命時間が経過すると消滅し、粒子は沈降し始める。

ところで、粒子が河床を離脱する機構として、揚圧力によるものの他に河床砂礫との衝突によるものが考えられるが、この場合、粒子は初速のみによるサルテーション運動をし、運動軌跡はFig. 2(a)のものと非常に異なる。浮遊砂は乱れによって浮遊する粒子であるので、浮遊機構を考える上では前述したような揚圧力による離脱を対象とするのが妥当である。

ついで、浮遊粒子が再浮上する過程について考察する。河床を離脱した粒子はやがて沈降するが、Fig. 2(a)のように河床まで沈降する場合とFig. 2(b)のように再浮上する場合がある。Photo 1(b)は後者の場合について示したもので、流下・沈降してきた粒子は河床付近で発生した上昇流体塊の影響を受けて再浮上している。再浮上時にはFig. 2(b)に示すように、比較的大きな流体力が作用しておりこの力によって粒子は再浮上する。やがて、上昇流の寿命時間が経過すると再び沈降し始める。一方、沈降中の粒子が浮上するのに十分な大きさの流体力を与えるような上昇流の作用を受けないときは、Fig. 2(a)のように再浮上せず河

床に沈降する。

このように、粒子の浮遊現象は河床付近で生じる上昇流の影響を強くうけている。この上昇流は間欠的に生じる強い乱れであり、Grass⁵⁾ や中川ら⁶⁾ が水素気泡を用いた可視化実験で観察した粗面乱流でのエジェクションに相当するものと思われる。粒子の浮遊機構ではこの上昇流の発生周期、上昇流速、寿命時間、空間的スケールなどが重要であり、これについては第3章で実験的検討を行う。

2.3 粗面上の粒子の浮遊機構

粗面上の粒子の浮遊機構については、前報⁴⁾ において、揚圧力により河床を離脱した粒子は小跳躍運動し、その過程から浮遊運動に遷移することを明らかにした。

さらに、粒子の運動と河床付近の流れとの関連性について、詳細に検討した結果、前報で考察したような機構の他に、次のような機構によって浮遊する粒子がかなり存在することが明らかになった。以下では浮遊機構を粒子が河床を離脱して浮上する過程（離脱過程）とその後浮上、沈降を繰り返す過程（浮遊過程）に分けて考察する。（Fig. 3 参照）

(1) 離脱過程

河床に存在する粒子は静止状態、揺動状態および滑動・転動状態にあるが、これらの粒子に河床付近で間欠的に発生する上昇流体塊の加速度運動に伴う揚圧力が作用し、粒子は河床を離脱する。さらに離脱後、この上昇流体塊による流体力の作用を受けて浮上する。このように、粒子は揚圧力によって河床を離脱すれば、上昇流体塊とともに浮上し、浮遊砂として流れの中に供給される。この過程は上昇流体塊の寿命時間が経過するまで継続する。

(2) 浮遊過程

離脱過程が終了した後、粒子は上昇流体塊や下降流体塊による流体力の作用をその寿命時間の間受けて浮上・沈降を繰り返す。もしも、沈降運動中に十分大きい上昇流が粒子に働かなければ、粒子は河床に沈降し浮遊運動は終了する。

以上のような考察と前報での結果より、粒子の浮遊機構には次のような2つの機構を考えられる。一つは、河床を離脱して小跳躍している粒子が上昇流によって浮遊するものであり、他の一つは、河床の粒子（静止状態、揺動状態、転動、滑動状態の粒子）が揚圧力によって河床を離脱し、さらにその揚圧力に関連した上昇流の作用で浮遊するものである。

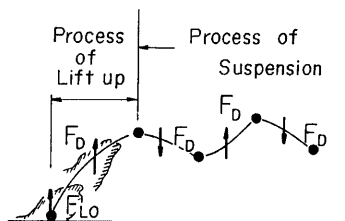


Fig. 3 Schematic view of the motion of suspended particle

3. 粗面河床上の流れと乱流特性

3.1 実験の概要と解析方法

(1) 実験の概要

粗面乱流においても、滑面の場合と同様にスウィープ→エジェクション→スウィープという過程からなるバースティング現象が存在することは、Grass⁵⁾ や中川ら⁶⁾ によって指摘された。したがって、粗面上の粒子の運動モデルを考える上では、このような現象の発生機構や内部構造を解明することが重要である。しかし、これに関する詳細な議論をすることは難しいので、ここでは次章で行う粒子の浮遊運動のモデル化にあたって必要な最少限の情報、すなわち、上昇流や下降流の流況、上昇流の発生周期、上昇流速とその寿命時間、上昇流体塊の鉛直方向のスケールなどについて検討するに留める。

実験は第2章で述べた染料による河床付近の流れの可視化と水素気泡を用いた流れ全体の可視化の2種類であり、撮影には高速ビデオカメラを用いた。水素気泡発生装置は Grass の実験のものとはほぼ同じであり、

鉛直線には 1 mm 間隔にペンキで絶縁された直径 100μ の白金線を用いた。(泡は電圧 400 V, 周期 0.02 sec の条件で発生させた。このようにして得られた画像は Photo 2 のようであり、これより流れの可視化と流速の測定を行った。実験水路および実験条件は第 2 章のものと同一である。

(2) 解析方法

上昇流の発生周期、上昇流速とその継続時間および上昇流体塊の鉛直方向のスケールを次のような解析方法で求めた。

(a) 上昇流の発生周期

染料を用いた実験では、染料注入点より若干下流の河床上の 1 点に着目して、その点を上昇流体塊が通過する周期を読み取り、水素気泡を用いた実験では、白金線より若干下流の河床付近の流れが上昇し始める周期を $n_{\text{起}}$ 取って発生周期とした。

(b) 上昇流速とその継続時間

これについてはオイラー的な解析とラグランジュ的な解析を行った。まず、オイラー的なものは、水素気泡列の位置の変化から鉛直方向の乱れ速度の時間変化を算定し、上昇流が継続する間の平均上昇速度と継続時間を求めた。次に、ラグランジュ的なものは、染料の上端や水素気泡を追跡して、上昇速度が継続する時間とその間の平均上昇速度を求めた。水素気泡を用いて求める場合、気泡が発生される以前から流体塊が上昇している可能性があるため、上昇速度が 0 から増加するものだけ対象とした。したがって、本章で解析された継続時間は一般に、渦の平均寿命時間よりスケールの大きい特性時間を表わす。

(c) 上昇流体塊の鉛直方向のスケール

鉛直方向のスケールは流速の相関係数などから評価すべきものであると思われるが、ここでは次節で説明するように、上昇流が発生すると Photo 2③ に見られるような明確な水素気泡の境界線が生じるので、河床からこの線までを鉛直方向のスケールとした。

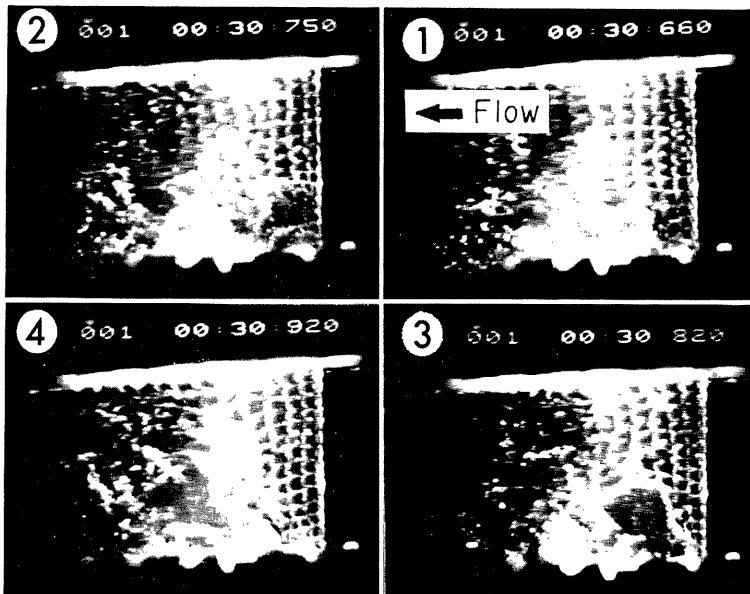


Photo 2 Example of flow visualization by hydrogen bubble method

3.2 粗面河床上の流れ

Photo 2①, ②, ③, ④ は連続した流れの様子を撮影したものである。写真上方の数値は撮影時刻を表わす。**Photo 2**②, ③ に流体塊が上昇する過程が見られ、**Photo 2**①, ④ に上昇流の発生の前後に下降流が流入する過程が観察される。このような現象は従来の可視化実験の結果と同様であり、粗面乱流にも滑面乱流のバースティング現象のエジェクション、スウィープに相当する現象が存在することがわかる。この上昇流は第2章で述べた上昇流と同一のものと考えられ、**Photo 2**③ に示すように河床に対して急角度の境界が生じていることから、流体塊が上方にかなり急激に持ち上げられていることが推察される。また、上昇流の影響範囲は大体水深の $1/3 \sim 1/2$ であり、時には水面近傍まで及ぶこともある。一方、下降流は河床に対して小さい角度で流入してくる。また、この流れも河床付近だけで生じているのではなく、**Photo 2**④ のように水深のオーダーで下降流が起ることもある。このように、粗面上の流れは、河床付近だけでなく全水深にわたって、河床付近で急激に発生する上昇流とそれに続く下降流によって特徴付けられる。また、流れの全体の構造を観察すると、流れはらせん運動を伴う3次元的なものであるように見えるが、これについて検討するためには、もう少し詳細な実験が必要である。

3.3 粗面河床の乱流特性

(1) 上昇流の発生周期

Fig. 4 は上昇流の発生周期 T_u の頻度分布を示したもので、 T_u の平均値 $\bar{T}_u$ は 0.27 sec, 標準偏差は 0.13 sec である。これを外部パラメータで無次元化すると、 $\bar{T}_u U_{max}/h = 1.7$ となり、この値は滑面におけるバースティングの平均発生周期 $\bar{T}_B$ の無次元量 (たとえば中川, 瀬津²⁾ によると $\bar{T}_B U_{max}/h = 1.5 \sim 3.0$) とほぼ同じ値となる。ここに、 U_{max} : 流下方向の最大流速, h : 水深である。したがって、粗面においても滑面と同様の周期で上昇流が発生していることがわかる。

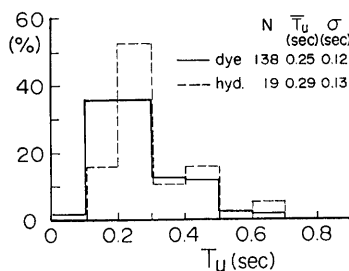


Fig. 4 Frequency histogram of periodicity of upward flow near the bottom

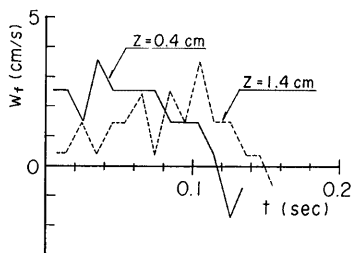


Fig. 5 Examples of variation of upward flow velocity with time

(2) ラグランジュ的な上昇流速とその継続時間

Fig. 5 は河床から 0.4 および 1.4 cm の位置から発生した水素気泡を追跡して、上昇速度 w_f の時間変化を求めたものである。この図から、流体塊の上昇速度は多少変動は伴うものの正の値が継続し、その後急速に減少して負の値になることがわかる。**Fig. 6** は w_f とその継続時間 T_{ei} の無次元量の関係を示したものである (U : 平均流速, u_* : 摩擦速度)。この関係の一般性は他の水理条件のデータがないので明確でないが、この図の傾向を見ると w_f と T_{ei} の間にはほぼ正の相関があると見せる。

(3) オイラー的な上昇流速とその継続時間

Fig. 7 は河床から 0.6 cm および 2.5 cm の位置における鉛直方向の乱れ速度 w_f とその継続時間 T_{ee} の関係を示したものである。この図から w_f と T_{ee} の間にも正の相関があることがわかる。また、**Fig. 6** と **Fig. 7** より、 w_f と T_{ei} および w_f と T_{ee} の関係はほぼ一致しており、オイラー的な継続時間とラグラ

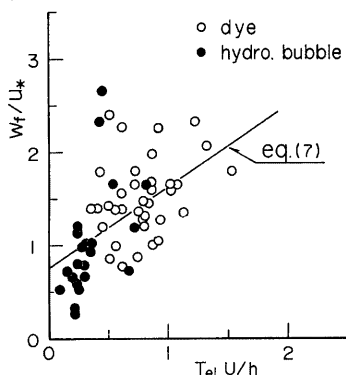


Fig. 6 Relation between Lagrangian velocity of upward flow and its duration time

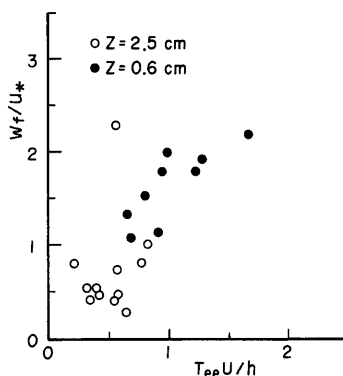


Fig. 7 Relation between Eulerian velocity of upward flow and its duration time

ンジェの継続時間は大体同じ値であることが考察される。

(4) 上昇流体塊の鉛直方向のスケール

Fig. 8 は上昇流体塊の鉛直方向のスケール z_e の頻度分布を示したものである。 z_e の値は水深の $1/5 \sim 4/5$ の間にばらついているが、頻度の高いのは水深の $1/5 \sim 1/2$ である。滑面でのエジェクションは壁面領域内の現象であるのに対し、 z_e の値から判断すると粗面での上昇流は水深オーダーの規模をもった現象であることが考察されるが、この点に関しては、上昇流体塊のスケールの測定法の問題など多くの問題点が残されており、今後詳細な検討を要すると思われる。

次に上昇流の浮上高さ z_u は、Fig. 6 の無次元量を $w_f/u_* = a$, $T_{el} \cdot U/h = b$ とおくと、 $z_u = a \cdot b(u_*/U) \cdot h$ で表わされる。 z_u の値はたとえば $a = 1.5$ のときには $z_u \approx (u_*/U)h$ となり、上昇流が水深の $1 \sim 2$ 割程度まで継続することがわかる。また、上昇流の規模がもっと大きくなると (a, b の値がもっと大きくなると)、 z_u の値は水深のオーダーとなり、上昇流が水面付近まで継続することが推察される。

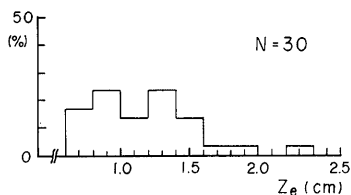


Fig. 8 Frequency histogram of vertical scale of upward flow element

4. 粒子の浮遊運動のモデルとその確率的解析

4.1 粒子の浮遊運動のモデルと定式化

(1) 浮遊運動のモデル

乱流中を運動する粒子は上昇流や下降流の影響を受けて浮遊運動する。ここで考えている上昇流や下降流は、第3章で考察したような継続時間を時間スケールとするものである。本章ではこのような流れによる粒子の運動を第2章で検討した結果を使って次のような仮定のもとにモデル化する。ただし、2.3で考察した小跳躍運動からの浮遊は議論の対象から除くことにする。(Fig. 9 参照)

① 粒子は河床付近で発生する揚圧力 F_{L0} の作用で河床を離脱する。離脱後、 F_{L0} の発生に伴って生じる上昇流速 w_{fe} による流体力 F_D を t_e 時間 (注: t_e は Fig. 6 に示すように w_{fe} によって変化する。) 受けてさらに浮上する。(step 1)

② ①の過程が終了した後、時間ステップを乱れの平均継続時間 t_{em} ごとに区切る。各ステップでは、鉛直方向の乱れ速度 w_f がその生起確率(正規分布)に応じて粒子に作用し、 F_D によって粒子は上昇または下降する。(step 2, 3,...)

③ 流れの場合は2次元一様乱流とする。

④ 流下方向には、粒子は粒子が存在する平均高さにおける平均流速と同じ速度で移動する。

以上のようなモデルは、時間ステップを区切って粒子の運動を確率的に解明しようとする点では、Yain, M. S.・Krishnappan, B. M.⁸⁾ や吉川・石川⁹⁾ のモデルと同様であるが、各ステップにおける粒子の運動を外力評価して計算する点で彼らのモデルと異なる。以下では step 1 を離脱過程、step 2 以降を浮遊過程と称して解析を行う。

(2) 浮遊運動の定式化

浮遊粒子の鉛直方向の運動方程式は、粒子が河床を離脱した後揚圧力が無視できるものとする⁴⁾ と次式で表わされる。

$$\frac{d\hat{w}_p}{dt} = \frac{6}{\pi} \frac{2}{2s+3} \hat{F}_D - \frac{2s}{2s+3} \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 $\hat{w}_p = w_p / \sqrt{gd}$, $\hat{t} = t / \sqrt{d/g}$, $s = \sigma/\rho - 1$, $\hat{F}_D = F_D / \rho g d^3$ で、 w_p : 粒子の鉛直方向の速度, d : 粒径, t : 時間, σ, ρ : 粒子および流体の密度である。

式(1)中の $\hat{F}_D$ は次式で表示される。

$$\hat{F}_D = \frac{\pi}{8} C_D |\hat{w}_f - \hat{w}_p| (\hat{w}_f - \hat{w}_p) \dots\dots\dots(2)$$

ここに、 $\hat{w}_f = w_f / \sqrt{gd}$ で、 w_f : 鉛直方向の乱れ速度, C_D : 抵抗係数であり、 C_D は Rubey の式を用いると式(3)のようである。

$$C_D = 2 + \frac{24\nu}{|\hat{w}_f - \hat{w}_p|} \dots\dots\dots(3)$$

ここに、 $\nu = \nu / \sqrt{d^3 g}$ で、 ν : 動粘性係数である。

式(1)に式(2), (3)を代入して整理すると次式を得る。

$$\frac{d\hat{w}_p}{d\hat{t}} = A |\hat{w}_f - \hat{w}_p| (\hat{w}_f - \hat{w}_p) + B (\hat{w}_f - \hat{w}_p) + C \dots\dots\dots(4)$$

ここに、 $A = \frac{3}{2s+3}$, $B = \frac{36}{2s+3} \nu$, $C = -\frac{2s}{2s+3}$ である。

式(4)の初期値や w_f とその作用時間は次のように与える。

(a) 離脱過程

初期条件は $\hat{F}_{L0}$ とその作用時間 $\hat{t}_*$ によって決まる。 $\hat{t}_* = 1/\hat{w}_{p0}$ とおくと、 $\hat{w}_p$ および粒子の存在高さ s_p の無次元量 $\hat{s}_p (= s_p/d)$ の初期値 $\hat{w}_{p0}$, $\hat{s}_{p0}$ は次式のようになる⁴⁾。これに関する詳細は参考文献4)を参照されたい。

$$\hat{t}=0; \hat{w}_{p0} = \sqrt{\frac{6}{\pi} \frac{1}{s+1} \left(\hat{F}_{L0} - \frac{\pi}{6}s \right)}, \hat{s}_{p0} = 0.5 \dots\dots\dots(5)$$

ここに、 $\hat{F}_{L0} = F_{L0} / \rho g d^3$ である。

次に、 $\hat{w}_f$ には $\hat{w}_{fe}$ を用いるが、 $\hat{w}_{fe}$ は全くランダムなものとは考えにくい。すなわち、 $\hat{F}_{L0}$ と $\hat{w}_{fe}$ は

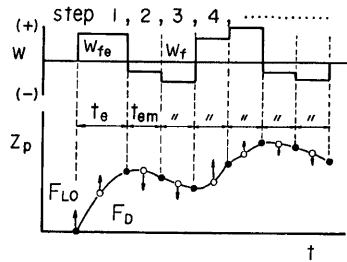


Fig. 9 A model for mechanism of particle suspension

相互に関連したもののだから、 $\hat{F}_{L0}$ が大きい時 $\hat{w}_{fe}$ は大きく、 $\hat{F}_{L0}$ が小さい時 $\hat{w}_{fe}$ も小さくなると考えられる。しかし、 $\hat{F}_{L0}$ から物理的に $\hat{w}_{fe}$ を求めることは困難であるので、それぞれの生起確率が等しいものが対応すると考える。 $\hat{F}_{L0}$, $\hat{w}_f$ を平均 0、標準偏差 $ck^2\hat{u}_*^2$ 、および $\hat{u}_*$ の正規分布とすると、 $\hat{w}_{fe}$ は次式で表わされる。

$$\hat{w}_{fe} = \frac{\hat{F}_{L0}}{ck^2\hat{u}_*} \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 c : 比例定数、 k : 遮蔽係数である。

また、 $\hat{w}_{fe}$ の作用時間 $\hat{t}_e$ は $\hat{w}_{p0}=0$ のとき 0 で、 $\hat{w}_{p0}$ が大きくなると $\hat{w}_{fe}$ の継続時間 $\hat{T}_{el}$ に近づくものと考えられる。ここに、 $\hat{T}_{el}=T_{el}/\sqrt{d/g}$ である。 $\hat{T}_{el}$ の値は Fig. 6 に示すように、同一の $\hat{w}_{fe}$ に対してかなりのばらつきがあり、 $\hat{w}_{fe}$ と $\hat{T}_{el}$ 、または $\hat{w}_{fe}$ と $\hat{t}_e$ の間に一対一の関係を与えることは問題であるが、解析の都合上、 $\hat{w}_{fe}$ と $\hat{T}_{el}$ に正の相関があるということから、Fig. 6 の実験データを参考にして、 $\hat{w}_{fe}$ と $\hat{t}_e$ の関係を次式で表わす。(前述の実験条件では同図中の実線で示すように $A=0.82$ となる。)

$$\frac{\hat{w}_{fe}}{\hat{u}_*} = A \frac{\hat{t}_e U}{h} + \frac{\hat{w}_{f0}}{\hat{u}_*} \quad (A: \text{比例定数}) \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $\hat{w}_{f0}=w_{f0}/\sqrt{gd}$ で、 w_{f0} : $\hat{w}_{p0}=0$ のときの $\hat{F}_{L0}$ に対応する w_f である。

(b) 浮遊過程

各ステップの初期条件は、 $\hat{z}_p$ については前ステップ終了時の確率分布を与え、 $\hat{w}_p$ については前ステップ終了時の平均値を用いる。 $\hat{w}_p$ の初期条件も確率分布として与えるのがよいが、計算を簡単に行うために平均値を与えることにした。また、 $\hat{w}_f$ とその作用時間 $\hat{t}_{em}$ は前述のように、 $\hat{w}_f$ は平均 0、標準偏差 $\hat{u}_*$ の正規分布、 $\hat{t}_{em}$ は乱れの継続時間 $\hat{T}_{el}$ の平均値とする。

以上のような条件を用いると式(4)から各ステップにおける $\hat{w}_p$ や $\hat{z}_p$ の時間変化が計算できるが、条件によって色々な解の型が得られるので、一般的に次式で表わすことにする。

$$\left. \begin{aligned} \hat{w}_p(\hat{t}) &= F_1(\hat{w}_{p0}, \hat{w}_{fe}, \hat{t}) \\ \hat{z}_p(\hat{t}) &= G_1(\hat{w}_{p0}, \hat{z}_{p0}, \hat{w}_{fe}, \hat{t}) \end{aligned} \right\} \quad (\text{step } 1) \dots\dots\dots (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{w}_p(\hat{t}) &= F_i(\hat{w}_{pi-1}, \hat{w}_f, \hat{t}) \\ \hat{z}_p(\hat{t}) &= G_i(\hat{w}_{pi-1}, \hat{z}_{pi-1}, \hat{w}_f, \hat{t}) \end{aligned} \right\} \quad (\text{step } i, i=2, 3, \dots) \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 F_i, G_i : 括弧内の変数の関数、 $\hat{w}_{pi-1}, \hat{z}_{pi-1}$: step i の $\hat{w}_p, \hat{z}_p$ に関する初期条件、 $\hat{t}$: 各ステップにおける経過時間である。

(3) 粒子の浮遊運動のシミュレーション

$\hat{w}_f$ や $\hat{F}_{L0}$ の確率分布から、浮遊粒子の運動を確率的に解析する前に、(2)で述べた理論の妥当性を確認するために、実験で得られた浮遊粒子の運動軌跡のシミュレーションを行う。

シミュレーションに当っては、step 2 以降は平均的には $\hat{w}_f=0$ の中を粒子が運動すると考えられるので、理論解をそのような条件で解いた。

Fig. 10 は第 2 章のポリスチレン粒子を用いた実験から得られた z_p および F_D の時間変化をシミュレートした結果を示したものである。参考のため計算条件として与えた w_f および w_p の時間変化 (w_{p0} は実験値から求めた。)も示されている。シミュレーションは、本来、 w_{p0} の実験値と式 (5), (6), (7) から w_{fe} , t_e の値を推定して、これらの値を使って行わなければならないが、Fig. 10 では実験値と一番良く一致するような w_{fe} と t_e の値を試行錯誤的に選んでシミュレーションを行った。しかし計算に用いた w_{fe}, t_e の値は無次元表示すると、 $w_{fe}/u_* = 2.3$, $t_e U/h = 1.75$ であり、Fig. 6 の実験結果との比較をからわかるように、この値は適当な値である。また、 w_{p0} から推定される w_{fe} の値は 2 cm/s となり、計算に用いた w_{fe} はこれより大きい値であるが、 w_{p0} の実験値の精度に問題があることを考慮するとほぼ妥当な値である。他の軌跡についても検討する必要があるが、以上の結果より、(2)で述べたような理論を使って粒子の運動は追跡できる。

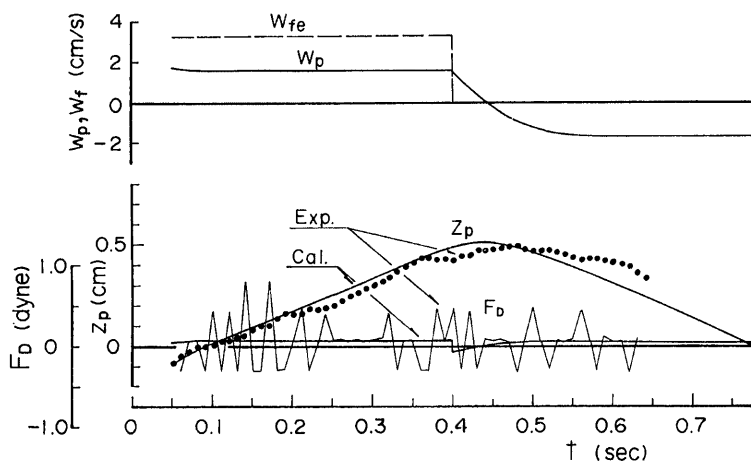


Fig. 10 Simulation for a trajectory of particle suspension

4.2 粒子の浮遊運動の確率的解析

(1) 粒子の存在高さの確率分布 $f(\hat{z}_p, \hat{t})$ と飛行時間の確率分布 $P(\hat{t}_s)$

任意の時刻 $\hat{t}$ における粒子の存在高さ $\hat{z}_p$ の確率分布 $f(\hat{z}_p, \hat{t})$ および飛行時間 $\hat{t}_s$ の確率分布 $P(\hat{t}_s)$ を求めるために、まず、Fig. 11 に示すように step 1 で $\hat{z}_{p1}$ まで浮上するような場合に対して、時刻 $\hat{t}$ における粒子の存在高さ $\hat{z}_p$ の確率分布 $h(\hat{z}_p, \hat{t}|\hat{z}_{p1})$ を求める。今、step i 終了時に $\hat{z}_p = \hat{z}_{pi}$ 、 $\hat{w}_p = \hat{w}_{pi}$ である粒子が $\hat{\tau}$ 時間後に存在する高さの確率分布を $\eta(\hat{z}_p|\hat{w}_{pi}, \hat{z}_{pi}, \hat{\tau})$ とする。 η は式 (9) から次式のように導かれる。

$$\eta(\hat{z}_p|\hat{w}_{pi}, \hat{z}_{pi}, \hat{\tau}) = f_{\hat{w}_f}(\hat{w}_f) \frac{d\hat{w}_f}{dG_{i+1}(\hat{w}_{pi}, \hat{z}_{pi}, \hat{w}_f, \hat{\tau})} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $f_{\hat{w}_f}(\hat{w}_f)$: $\hat{w}_f$ の確率分布 (正規分布) で次式で表わされる。

$$f_{\hat{w}_f}(\hat{w}_f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \hat{\sigma}_*} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\hat{w}_f^2}{\hat{\sigma}_*^2}\right) \quad \dots\dots\dots (11)$$

つぎに、step i 終了時の $\hat{z}_p$ の確率分布 $g_i(\hat{z}_{pi}|\hat{z}_{pi})$ とすると、これは次式のような漸化式から計算される。

$$g_{i+1}(\hat{z}_{pi+1}|\hat{z}_{pi}) = \int_0^{\hat{h}} g_i(\hat{z}_{pi}|\hat{z}_{pi}) \cdot \eta(\hat{z}_{pi+1}|\hat{z}_{pi}, \hat{w}_{pi}, \hat{t}_{em}) d\hat{z}_{pi} \quad (i=2, 3, \dots\dots) \quad \dots\dots\dots (12)$$

ただし、 $g_2(\hat{z}_{p2}|\hat{z}_{p1}) = \eta(\hat{z}_{p2}|\hat{z}_{p1}, \hat{w}_{p1}, \hat{t}_{em})$ であり、 $\hat{w}_{pi}$ は式(9)より次式のように表わされる。

$$\hat{w}_{pi} = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{w}_p f_{\hat{w}_f}(\hat{w}_f) \frac{d\hat{w}_f}{dF_i(\hat{w}_{pi-1}, \hat{w}_f, \hat{t}_{em})} d\hat{w}_f \quad \dots\dots\dots (13)$$

さて、時刻 $\hat{t}$ が Fig. 10 のように step n に含まれるとすると、 $h(\hat{z}_p, \hat{t}|\hat{z}_{p1})$ は次式のように表わされる。

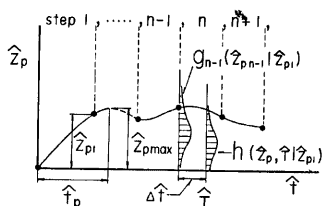


Fig. 11 Schematic view and symbols of probabilistic model for particle suspension

$$\begin{cases} h(\hat{z}_p, \hat{T}|\hat{z}_{p1}) = \int_0^{\hat{h}} g_{n-1}(\hat{z}_{p,n-1}|\hat{z}_{p1}) \cdot \eta(\hat{z}_p|\hat{z}_{p,n-1}, \hat{w}_{p,n-1}, \Delta\hat{t}) d\hat{z}_{p,n-1} & (n>1 \text{ のとき}) \dots\dots\dots (14a) \\ h(\hat{z}_p, \hat{T}|\hat{z}_{p1}) = \eta(\hat{z}_p|\hat{z}_{p0}, \hat{w}_{p0}, \Delta\hat{t}) & (n=1 \text{ のとき}) \dots\dots\dots (14b) \end{cases}$$

ここに、 $\Delta\hat{t}$: 時刻 $\hat{T}$ と step $n-1$ の終了時刻との差である。

つぎに、step 1 の浮上高さ $\hat{z}_{p1}$ の確率分布を $\xi(\hat{z}_{p1})$ とおくと、 ξ は式(8)から次式のように導かれる。

$$\xi(\hat{z}_{p1}) = f_{\hat{w}_{p0}}(\hat{w}_{p0}) \frac{d\hat{w}_{p0}}{dG_1(\hat{w}_{p0}, \hat{z}_{p0}, \hat{w}_{fe}, \hat{t}_e)} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 $f_{\hat{w}_{p0}}(\hat{w}_{p0})$: $\hat{w}_{p0}$ の確率分布で表わされる⁴⁾。

$$f_{\hat{w}_{p0}}(\hat{w}_{p0}) = \frac{2}{\sqrt{2\pi} \hat{F}'_{L0} a_1} \hat{w}_{p0} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{\hat{w}_{p0}^2/a_1 + \frac{\pi}{6}s}{\hat{F}'_{L0}} \right)^2 \right\} / \int_{\frac{\pi}{6}s}^{\infty} f_{\hat{F}_{L0}}(\hat{F}_{L0}) d\hat{F}_{L0} \dots\dots\dots (16)$$

ここに、 $\hat{F}'_{L0}$: $\hat{F}_{L0}$ の標準偏差で $c k^2 \hat{u}_*^2$, $a_1 = (6/\pi)/(s+1)$ であり、 $f_{\hat{F}_{L0}}(\hat{F}_{L0})$: $\hat{F}_{L0}$ の確率分布で次式で表わされる。

$$f_{\hat{F}_{L0}}(\hat{F}_{L0}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \hat{F}'_{L0}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{\hat{F}_{L0}^2}{\hat{F}'_{L0}^2} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

したがって、これらの関係式より $f(\hat{z}_p, \hat{T})$ は次式のように得られる。

$$f(\hat{z}_p, \hat{T}) = \int_0^{\hat{h}} h(\hat{z}_p, \hat{T}|\hat{z}_{p1}) \cdot \xi(\hat{z}_{p1}) d\hat{z}_{p1} \dots\dots\dots (18)$$

また、 $p(\hat{t}_s)$ は $f(\hat{z}_p, \hat{T})$ から次式のように導かれる。

$$p(\hat{t}_s) = \int_0^{\hat{h}} \frac{df(\hat{z}_p, \hat{t}_s)}{d\hat{t}_s} d\hat{z}_p \dots\dots\dots (19)$$

$f(\hat{z}_p, \hat{T})$ および $p(\hat{t}_s)$ は式(18), (19)より数値計算によって求められ、次項でこれの妥当性を検討する。

(2) 理論結果と実験結果の比較

まず離脱過程における最大浮上高さ $\hat{z}_{pmax}$ と離脱してから $\hat{z}_{pmax}$ に至る時間 $\hat{t}_p$ の確率分布について検討する。

Fig. 12 および **Fig. 13** は $\hat{z}_{pmax}$, $\hat{t}_p$ の確率分布の実験値と理論値を比較したもので、実験値は第2章の実験結果

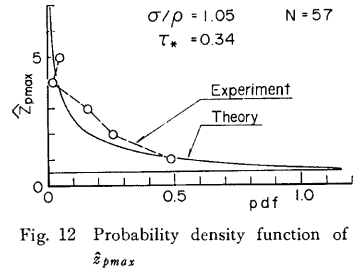


Fig. 12 Probability density function of $\hat{z}_{pmax}$

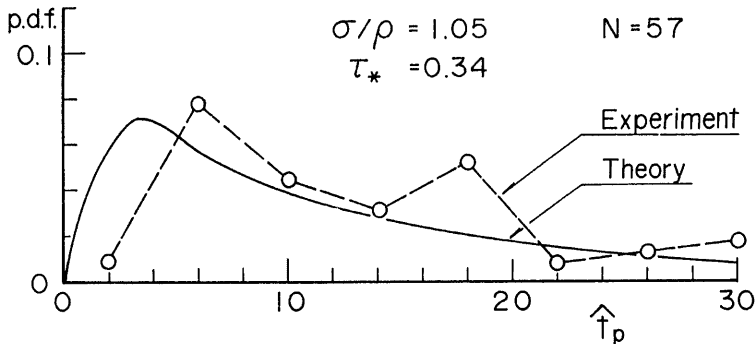


Fig. 13 Probability density function of $\hat{t}_p$

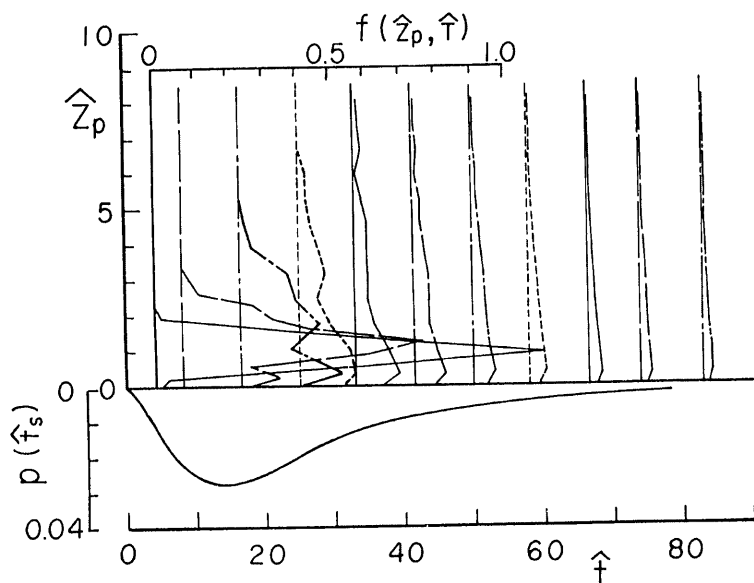


Fig. 14 Probability density function of height of suspended particles at time T and duration time of particle suspension

をビデオ解析して求め、理論値は step 1 終了後 $\hat{w}_f=0$ として計算したものである。理論値は実験値の傾向を大体表わしている。

ついで、Fig. 14 は前述の実験条件に対する $f(\hat{z}_p, \hat{T})$ および $p(\hat{T}_s)$ の計算結果を示したもので、粒子の鉛直方向の分散過程がわかる。ただし、 $ck^2=2.0$, $t_{em}U/h=0.5$ として計算した。また、粒子の流下方向の移動速度が、粒子の平均存在高さにおける平均流速に等しいとすると、 $p(\hat{T}_s)$ から飛行距離 $\hat{X}_{pL}$ の分布が得られる。Fig. 15 は $\hat{X}_{pL}$ の超過確率を求め実験値と比較したものである。 $\hat{X}_{pL}=50$ のときのデータは、撮影区間長の関係上、超過確率の上、下限が得られている。この図より、 $\hat{X}_{pL}$ についても理論値は実験値とほぼ適合していることがわかる。

以上より、本理論は離脱過程や浮遊過程に十分適用できるものと考えられる。しかし、Fig. 14 の粒子の鉛直方向の分散過程について、十分なデータが得られなかったため実験値と比較しなかったが、これについては今後検討したい。

5. 結 語

本研究においては、粒子の浮遊運動と河床付近の流れを同時に観察して浮遊機構を明らかにした。また、

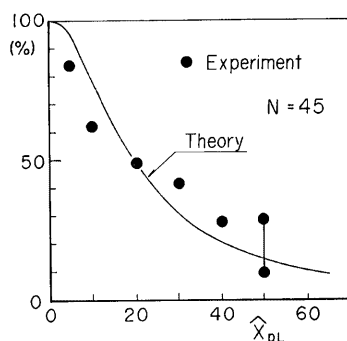


Fig. 15 Excess probability distribution of trajectory length of particle suspension

粗面河床の乱流特性について実験的検討を行い、その成果を用いて粒子の浮遊運動をモデル化し、浮遊粒子の存在高さ、飛行時間および飛行距離の確率分布を求めた。本研究で得られた結果を要約すると次のようである。

(1) 河床の粒子は前報で述べたように小跳躍運動から浮遊運動に遷移するものの他に、次のような機構で浮遊するものが考察された。すなわち、粗面上の粒子は、河床付近で発生する上昇流の加速度運動によって生じる揚圧力によって河床を離脱し、この上昇流による流体力の作用のもとさらに浮上する。また、沈降してきた粒子は、上昇流による流体力によって再浮上し、十分大きい流体力が作用しないときは河床に落下する。

(2) Grass や中川らの可視化実験と同様に、粗面でもバースティング現象のスウィープ→エジェクション→スウィープという一連の現象が観察された。エジェクションに相当する河床付近で発生する上昇流は、滑面のバースティング現象の発生周期と同じ程度の周期で発生し、時には水面付近まで影響を与える。

(3) 水素気泡や染料をトレーサーとして、上昇流速とその継続時間をオイラー的およびラグランジュ的に求めた。その結果、上昇流速と継続時間の関係は両者の場合でほぼ同じであり、正の相関があることがわかった。

(4) (1)のような粒子の運動を時間ステップ（上昇流の作用時間または乱れの平均継続時間）毎に運動方程式を用いて定式化し、さらに揚圧力や乱れ速度に確率分布を与えて、粒子の浮遊運動の特性量（粒子の存在高さ、飛行時間および飛行距離）の確率分布を求めた。この理論の妥当性は、実験値との比較より検証された。

今後、本研究の成果を使って、浮遊砂の濃度分布を明らかにしたい。また、鉛直方向の乱れ強度の鉛直分布など、非一様性の効果についても検討したい。

最後に、本研究を行うにあたり、実験や資料整理に御協力いただいた、京都大学防災研究所技官吉田義則氏ならびに京都大学大学院学生向井健君に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Jackson, R. G.: Sedimentological and fluid dynamic implications of the turbulent bursting phenomenon in geophysical flows, J.F.M., Vol. 77, 1976, pp. 531-560.
- 2) Sumer, B. M. and R. Deigaard: Experimental investigation of motions of suspended heavy particles and the bursting process, Technical University of Denmark, Series Paper, No. 23, 1979.
- 3) Grass, A. J.: The influence of boundary layer turbulence on the mechanics of sediment transport, Euromech 156: Mechanics of Sediment Transport, Istanbul, 1982, pp. 13-14.
- 4) 芦田和男・藤田正治：粗面上の粒子の浮遊機構と浮遊限界に関する研究，京都大学防災研究所年報第26号B-2，昭和58年，pp. 363-377.
- 5) Grass, A. J.: Structural features of turbulent flow over smooth and rough boundaries, J.F.M., Vol. 50, 1971, pp. 233-255.
- 6) 中川博次，福津家久，為沢長雄：水素気泡トレーサーによる乱れ計測について，土木学会関西支部年次講演概要，II-8，1974.
- 7) 中川博次・福津家久：せん断乱流の bursting 現象とその物理モデル，第22回水理講演会論文集，1978，pp. 29-36.
- 8) Yalin, M. S. and B. M. Krishnappan: A probabilistic method for determining the distribution of suspended solids in open channels, J.A.H.R., International symposium on river mechanics, 1973, A52-1-A52-12.
- 9) 吉川秀夫・石川忠晴：流砂運動のモデル化とそれに基づく流砂量の算定法について，土木学会論文報告集，第269号，1978，pp. 53-63.