

「量子電磁計算素子」 補遺

「エントロピー生成・移送と
情報の消去・損失」

"Entropy Production, Transfer, and Information Erasure, Losses"

松 枝 秀 明 * 後 藤 英 一 **, # K. F. Loe **, ##

Hideaki Matsueda *, Eiichi Goto **, #, and K. F. Loe **, ##

* 高知大学理学部情報科学科

高知市曙町 2 - 5 - 1 (〒780)

**理化学研究所後藤特別研究室

埼玉県和光市広沢 2 - 1 (〒351-01)

神奈川大学理学部情報科学科

神奈川県平塚市土屋 2 9 4 6 (〒259-12)

* Department of Information Science, Kochi University

2-5-1 Akebono-cho, Kochi 780, Japan

** The Institute of Physical and Chemical Research (RIKEN)

Wako, Saitama 351-01, Japan

Department of Information Science, Kanagawa University

Tsuchiya, Hiratsuka, Kanagawa 259-12, Japan

Department of Information Systems and Computer Science

University of Singapore, Singapore

梗概

発熱が究極的に少ない計算に関し、「1ビットの情報損失には、必然的に、 $kT \ln 2$ の発熱、および $k \ln 2$ 程度のボルツマン・エントロピーが伴う。」、あるいは、「無発熱計算は、情報損失のない計算によって可能である。」等の、誤謬に陥りやすい議論が、関心を集めている。

これに対し、本稿では先ず、エントロピーないしは熱の可逆的な移送 (transfer) と、非可逆的な発生すなわちエントロピー生成 (production) との区別を明確にする。具体例として、量子磁束パラメトロン (QFP) と、結合率可変素子とを組み合わせることにより、クロック周期当りのエントロピー生成 (発熱損) を、クロック周波数に比例して減少させ得ることを示す。さらに、QFPにおける記憶状態と無記憶状態との間の、エントロピーの差は、準静的な方法によれば、正・ゼロ・負のいずれの値にも設定できることを明らかにする。そして、前掲の議論は、素子内部の局所的な状態量としてのエントロピーと、熱浴を含めた全系のエントロピー生成とが、区別されていない場合、誤謬に陥ることを明確にする。

計算機の発熱量は、各部におけるエントロピー生成量を合計することによって求めるべきであり、情報の熱雑音損失と情報の積極的な消去も明確に区別する必要がある。

1. 緒言

本論文は、平成5年9月に開催された京都大学数理解析研究所の研究集会「量子情報理論と解放系」における、松枝秀明の講演「量子電磁計算素子」の中の、磁束量子計算機に対する補遺である。

磁束量子計算機は、後藤らの提案と実証 [1] による量子磁束パラメトロン (QFP) を主要素子とする計算機のことである。計算速度の限界や計算に伴うエネルギー消費の極限を追究するなかで、このQFPが、具体例として、しばしば取り上げられてきた。本稿では先ず、このような無発熱計算に関する論争の経緯を振り返る。その上に、我々の見解を述べる。

特に、エントロピーないしは熱の、可逆的な移送 (transfer) あるいは転送と、非可逆的な発生すなわちエントロピー生成 (production) との区別を明確にする。そして、計算機の発熱量は、各部におけるエントロピー生成を合計することによって求めるべきことを示す。具体例として、量子磁束パラメトロン (QFP) と、結合率可変素子とを組み合わせることにより、クロック周期当りのエントロピー生成 (発熱損) を、クロックに比例して減少させ得ることを示す。そして、可逆な準静的な過程を用いる場合には、エントロピー移送のみ起こり、QFP の記憶状態と無記憶状態との間のエントロピーの差は、正・ゼロ・負のいずれの値にも設定できることを明らかにする。さらに、熱雑音による情報の損失ないしは消失と、情報の積極的な消去も明確に区別する。

2. 無発熱計算に関する論争の経緯

無発熱計算に関する論争は、少なくとも1950年代にまで遡ることができる。その主な内容を次に示す。

- (1) Brillouin は、情報は秩序を意味すると論じ、他方、エントロピー (Boltzmann の entropy) は無秩序性を表現すると論じた。その上で、情報の量を負のエントロピー (negentropy) と呼んだ [2]。そしてしばしば、この情報のエントロピーと、上述の熱力学的なエントロピーとが混同されるようになった。

なお、本稿では情報量を表すのにビットを使用し、混乱を避けるため、エントロピーないしはShannon の entropy と呼ばれる言葉は使用しない。

- (2) Landauer は1ビットの情報損失は、必然的に $k \ln 2$ のエントロピーの増大と、 $k \ln 2$ の発熱を伴うと主張している [3~7]。

これに対し、Porod は、熱化 (thermalization) に抗して計算を進めるために、最低限度 $k \ln 2$ のエネルギーが必要なのだという見解を発表した [8]。特に、情報を読む、あるいは測定する動作においてこのことが顕著であると述べている。そして、計算をこの熱化に対抗するMaxwell's demon 的な行動として捉えた。

さらに、Toffoli は、論理的に可逆なゲートにおいても、再生 (regeneration) に、エネルギーの散逸が伴うと考えた [9]。そして、素過程当りの散逸量の上限を、 $\{ (m/n) \ln 2 + d \} kT$ とした。ここで、 m , n , d はそれぞれ、入出力線の

数の上限、ゲート数、技術レベルを示す定数である。この式に基づき、長時間計算 ($n \gg m$) と技術進歩 ($d \rightarrow 0$) によってエネルギーの散逸は任意に小さくできると述べている。

- (3) Bennett, Keyes, Landauer らは、情報の損失のない論理的な可逆計算を実現させると、漸近的な無発熱計算が可能であると主張している [10, 11]。

なお、漸近的な無発熱計算ないしは漸近無発熱計算とは、クロックを十分遅くし、熱力学における準静的過程に相当する計算過程を実現させ、発熱を任意に小さくすることを意味する。

- (4) Likharevは、彼の素子Quantronによって、前項(3)の無発熱計算が可能であると論じている [12]。そして、Bennett, Keyes, Landauer もこれを認めている [5, 7]。

なお、このQuantronは、数学的には後藤のQFPと同等である [1]。

- (5) 1989年の第3回ISQMにて、後藤らはQFPによって、情報損失のある素子のリサイクルを含む計算においても、漸近無発熱計算が可能であると発表した [1]。

同ISQMにて、Landauer は、後藤らはMaxwell's demon を実現させようとしていると主張した。さらに、後藤の質問に答え、乱数発生器は熱を吸収することになると述べた。後藤は、それこそMaxwell's demon だと指摘した。ただし、このdemon に関する討論は、出版された会議録には記載されていない [1]。

- (6) 後藤らは、前項(5)の主張を、1991年Physica C の誌上にて明確にした [13]。

- (7) Landauerは、前項(6)に対し、次の反論を行った [7]。QFPにおいて、2個の最小点を持つ2重井戸ポテンシャルを、1個の最小点を持つ1重井戸ポテンシャルに変える過程が、気体の自由膨張に相当し、 $k \ln 2$ のエントロピー増大をもたらす。さらに、後藤らの、 $\frac{1}{2}$ クロックだけ情報を保持させる論理コピー方式に対し、そのコピーに記憶が残るので、情報の消去はなされず、この方式が論理的な可逆計算に帰着すると主張した。

- (8) Science 誌の記者 D. P. Hamilton は、理化学研究所に後藤を訪ねたが、彼がその後書いた記事は、あたかも後藤が第2種の永久機関を実現させる研究を実施しているが如く脚色されている [14]。

- (9) 後藤らは、前項(7)の Landauer の反論 [7] に対し、コメントを同誌 (Physica C) に投稿したが、前項(2)に示した Landauer の思い込みを、ギリシャ神話になぞらえて神託と表現したこと等のため、科学論文にふさわしくないとして却下された[15]。
- (10) 以上とは独立に、Feynman は、Bennett の影響を受け、論理的な可逆演算素子を、幾種類も考案し、それを組み合わせると、万能的な可逆計算機を組み立て得ることを示した[16]。可逆演算素子は、2準位原子の配列によって構成し、その励起には、例えばスピン波を用いることを提案した。そして、演算速度が遅いほど、かつ、原子の配列ないしは結晶が完全であるほど、エネルギーの散逸が少なくなることを示した。

なお、日本においては、無発熱計算に関する議論は、井森によって紹介された[17]。最近に至るまで、無発熱計算機についての議論が続いている[18, 19, 20]。

3. エントロピー生成とエントロピー移送

熱力学的なエントロピー S は、クラウジウスの定式化に示されている通り [21]、熱量 Q を、その時の温度 T で割ることによって定義される。そこで、着目している系が持つ熱量 Q を、系外部との間でやり取りしたエントロピー S に基づく部分 TS と、系内部で生成したエントロピー S^* に基づく部分 TS^* とに分けて考える [22]。

$$Q = T(S + S^*) \quad (1)$$

前者はエントロピー移送 (entropy transfer) に相当し、系の内部と外部についての熱力学第1法則に結びつく。後者は、エントロピー生成 (entropy production) に相当する [22]。熱力学第2法則より、エントロピー生成量 S^* は非負値に限られる。従って、エントロピー生成率 dS^*/dt も非負値を取る。

例えば、磁束量子計算機において、ジョセフソン素子の冷却用の液体ヘリウム熱浴を計算機に含めて考える。計算機の内部的なエントロピー移送は、準静的な運転を仮定した場合、計算のクロックサイクル毎に元に戻り、発熱とはならない。従って、計算機における発熱は、非可逆過程のエントロピー生成量 S^* によって議論されるべきである。

4. 量子磁束パラメトロン (QFP) におけるエントロピー生成

4. 1 ジュール熱に基づくエントロピー生成

抵抗 Z におけるジュール熱によるエントロピー生成率 dS_J^*/dt は、電流 I 、電圧 V によって、

$$\frac{dS_J^*}{dt} = \frac{ZI^2}{T} = \frac{V^2}{ZT} \quad (2)$$

と与えられる。ここで、QFP を電圧 V の印加された抵抗 Z と考えると、1 周期の間に発生するジュール熱 Q_J は、磁束の変化が連続的であれば、クロック周波数を f_c とし、

$$Q_J = \int_0^{1/f} T \frac{dS_J^*}{dt} dt = \int_0^{1/f} \frac{V^2}{Z} dt = \frac{u_z \Phi_0^2 f_c}{Z} = h_z f_c \quad (3)$$

となる [1, 13]。ただし、熱浴が十分大きく、抵抗の温度 T が一定に保持されると仮定した。また、 $\Phi_0 = \frac{1}{2}h/e$ (half Dirac monopole flux) であり、 u_z , h_z は定数である。例えば、 $T=4.2K$, $Z=10\Omega$, $u_z = 1$ とすれば、 $f_c = 1.33 \times 10^8 s^{-1}$ のとき、すでに、 $Q_J = kT \ln 2$ となる。すなわち、クロック周波数 f_c をもっと遅くすれば、ジュール熱 Q_J を、 $kT \ln 2$ よりはるかに小さくすることが可能である。さらに、周期が $1 s^{-1}$ のときの発熱量 h_z は、 $h_z \approx 10^{-29} J s \gg h$ (プランク定数) となり、量子力学上の不確定性を考慮する必要のないことが分かる [1]。

すなわち、磁束の連続的な変化に基づく発熱は、クロックを遅くすることによって、原理的には、任意の微小量にまで減少させ得る。

次に、急激な磁束の変化について考察する。クロックを遅くしても、他の原因によって、磁束の急激な変化が起これば、電磁誘導効果によって、電流 I や電圧 V が生じ、式 (3) に与えられるジュール熱を発生させる。量子磁束パラメトロン (QFP) によって構成された回路の場合、ある 1 個の QFP において、情報の転送後、次の情報の受け入れ準備をする段階で、次段に接続された QFP から漏れて戻ってきた信号のため、エネルギーの高い準安定状態が発生する可能性がある (図 2 (d) 参照、エネルギー差 E_d) [1, 13, 23, 24]。もしこのような状態に至れば、そこからの状態遷移が磁束の急激な変化を引き起こし、前述のようにジュール熱を発生させるであろう。しかし、このような準安定状態の発生は、以下のようにして防止することができる。

準安定状態からの急激な緩和をなくし、電流インパルスの発生を防ぐには、図 1 に示すように、各 QFP 相互の接続に、結合率が制御できる素子すなわち結合率可変素子を用

いて、動作に断絶相を含めた4相（サイクル）の構成とする。この断絶相においては、入出力の結合インダクタンス等を変化させ、断絶状態を作る[23]。次の消去相では、断絶状態のまま、準静的に単独の1重井戸型ポテンシャルを実現させる。ここで、これまでの情報は消去されたと考える。 $P: QFP$ $C: \text{可変結合率素子}$

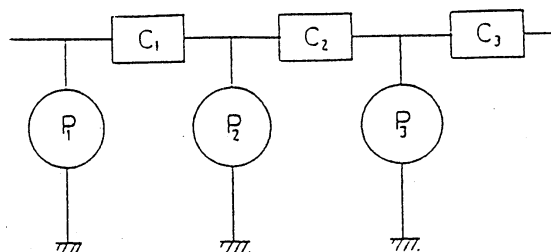


図1 結合率が制御できる素子によるQFPの相互接続

結合率可変素子の利用によって、論文[1, 13]に示されている論理コピーは不要となった。しかし、熱力学的可逆性と情報理論上の論理的可逆性との区別に関する論旨および結論に変わりはない。すなわち、準安定状態を防止するため、3個のQFPを追加することによって構成した論理コピー[1のFig.4, 13のFig.6]は、情報の可逆性とは無関係であり、単にポテンシャルを準静的に変形させるための補助的な役割を演じていたに過ぎない。この点、本稿に述べる結合率制御方式の方が簡明である。

消去相において、励起電流を準静的に減少させるとき、ポテンシャルの主要部分は、例えば下に凸な放物型2次曲線と余弦関数とを組み合わせた左右対称な2重井戸から、4次曲線で近似される1重井戸を経て、放物型2次曲線の1重井戸に至る[24]。図2参照。この過程において、3次曲線の段階を通らないようにすることが、エネルギーの高い準安定状態を発生させないことに対応する。

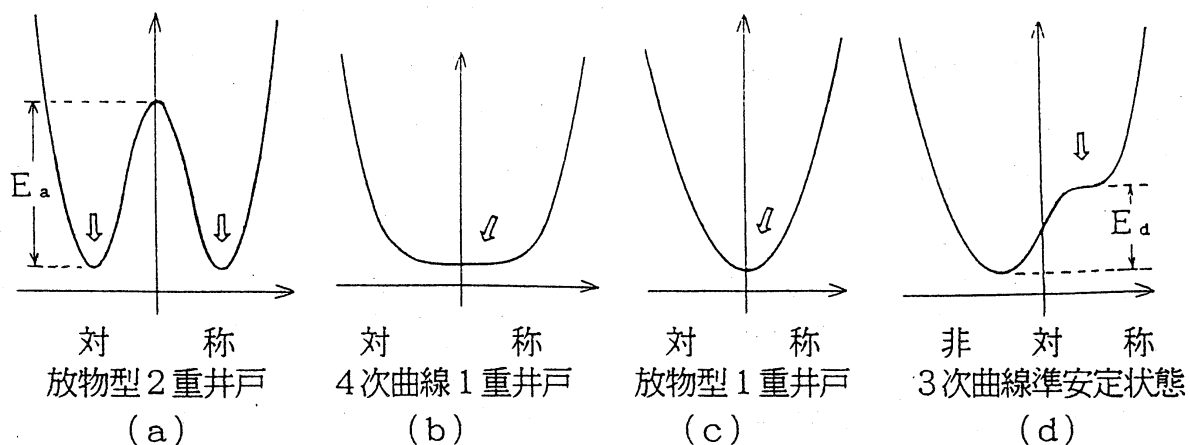


図2 準静的なポテンシャルの変形による情報の消去。縦軸：エネルギー、横軸：磁束

なお、この下に凸な4次曲線の1重井戸の状態等、底の広いポテンシャル井戸の状態において、磁束がブラウン運動を起こす場合、そのエネルギーを供給するのは熱浴であり、ブラウン運動のためにジュール熱が発生しても[20]、それは元の熱浴に返される。そして、差引の発熱ないしはエントロピー生成はゼロである。すなわち、QFP回路と熱浴の全体を計算機として考えると、その中で熱力学の第一法則が成立し、エネルギーが保存される。かつ、準静的なポテンシャル変化のためエントロピー生成がなく、ゼロ発熱が達成される。このように、ジュール熱の蓄積の懸念は無用となる。

4. 2 熱伝導に基づくエントロピー生成

温度差のある2点間の、熱伝導は非可逆的であり、このときエントロピーが生成される[21]。2点の温度を T_h , T_l とし、その間の距離を D 、熱を伝達する物体の断面積を A 、熱伝導率を κ とすれば、単位時間当りの熱の伝達量は、 $(T_h - T_l) \kappa A / D$ となり、これによるエントロピー生成率は、 $\kappa A (T_h - T_l)^2 / (D T_h T_l)$ となる。3次元的な温度分布 $T(x, y, z)$ を考えると、単位体積当りのエントロピー生成率は式(2)と同様に、

$$\frac{dS_c^*}{dt} = \iiint \frac{\kappa (\nabla T)^2}{T^2} dx dy dz \quad (4)$$

と表される。

QFPの場合、ジョセフソン接合と熱浴との間のエネルギーの流れの大部分は、等温の準静的な可逆変化であり、大きさは kT 程度である。そして、温度差に基づく非可逆な熱伝導による部分は、 T_h と T_l を熱浴の温度 T で近似すれば、1クロック周期当り、

$$Q_c = T \int_0^{1/f} \frac{dS_c^*}{dt} dt = u_c \frac{k^2 T D}{\kappa A} f_c = u_c h_c f_c \quad (5)$$

となり、 $u_c = 1$ 、 $\kappa = 1 \text{ J m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ 、 $A = 2 \times (5 \times 10^{-61} \text{ m})^2$ 、 $D = 10^{-6} \text{ m}$ 、であれば、 $f_c = 1.33 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$ のときすでに、 $Q_c = \{kT \ln 2\} \times 5.38 \times 10^{-11}$ となる。すなわち、熱伝導によるエントロピー生成ないしは発熱も、任意にゼロに近付け得る。

4. 3 ポテンシャルの形状変化に基づくエントロピーの移送と生成

前節4. 1に述べた4相動作の中の、情報の消去相において、2重井戸型のポテンシャルから1重井戸型のポテンシャルへ、準静的に移行する過程を、第2節の(7)項の議論に応じ、2倍の体積への気体分子の膨張過程に対応させて考察する [21, 25]。QFP内部の磁束1個を、質量 m 、2乗平均速度 v 、温度 T の、1次元運動をする分子1個と考え、気体分子運動論を適用し、 $v = (kT/m)^{1/2}$ を得る。ここに k はボルツマン定数である。さらに、気体の圧力を p 、ポテンシャルの壁の移動速度を w 、左右の壁の間隔を W とし、壁の面積 A が単位面積 ($A = 1$) の場合を考え、壁の速度は分子のそれより遅い ($0 \leq w \leq v$) とすれば、

$$p = \frac{m(v-w)^2}{W} = \frac{kT}{W} \left(1 - \frac{w}{v}\right)^2 = (1-F) \frac{kT}{W} \quad (6)$$

を得る。ただし、 $F = 1 - (1 - w/v)^2$ とした。

壁が静止しているとき $F = 0$ であり、壁が分子と同じ速度のとき $F = 1$ である。等温かつ準静的に壁を移動させた場合、分子が壁に対してなした仕事は熱量に換算され、式

(6)を用いて、

$$Q_t = \int_1^2 p dW = (1-F) kT \ln 2 \quad (7)$$

となる。次のサイクルの励起相(励起過程)では、この熱が元に戻される。これに伴うエントロピー変化は可逆なエントロピーの移送であり、差引の発熱ないしはエントロピー生成はゼロである。すなわち、クロック回路を含むQFP回路と熱浴の全体を計算機として考えると、その中で熱力学の第一法則が成立し、エネルギーが保存される。

さらに、記憶状態の2重井戸型のポテンシャルと、無記憶状態の1重井戸型ポテンシャルにつき、その相対的な井戸の幅ないしは形状を準静的に制御することによって、式(7)に基づくエントロピー差は、正、ゼロ、負のいずれの値にも設定できる [1, 26]。

式(7)の右辺に現われる量 $F kT \ln 2$ は、壁の外向きの運動によって、分子の壁に対する相対速度が減少し、分子の運動エネルギーが十分仕事に変換されなかった事を表す。この仕事に変換されなかった運動エネルギーは、非可逆な自由膨張に相当する過程によって、エントロピー生成をもたらすと考えられる [21, 25]。その時間積分は、次のエントロピー生成量を与える。

$$S^* = F k \ln 2 \quad (8)$$

なお、壁の速度が分子の速度より十分早い ($v \ll w$) 場合、この過程すべてが断熱自由膨張に対応し [25]、 $S = 0$ 、 $S^* = k \ln 2$ となり、最大のエントロピー生成が起こる。

逆に、準静的な壁の移動を十分遅くすれば、式 (8) のエントロピー生成量を任意に小さくすることができる。すなわち、壁の移動によって情報を消去しても、計算機全体からの発熱は任意にゼロに近付けることができる。

上述の結論は、ポテンシャル井戸内部に一連のエネルギー準位を考え、統計力学的平均エネルギーを求め、これを温度で偏微分し、そこからエントロピーを計算することによって確認される [1, 26]。また、エネルギー準位に関し、縮退度を含めた分配方法の数を考えることによっても得られる。

5. 情報の積極的消去と熱雑音損失

前節までに述べたとうり、情報を意図して消去する場合は、準静的に行う限り、そこにおける発熱を任意の量にまで小さくすることができる。この情報の積極的な消去は、記憶状態から無記憶状態へ準静的に遷移させることを意味する。そして、熱雑音による情報の損失とは別のものである。後者すなわち情報の熱雑音損失は、情報の記憶状態にありながら、熱的なホッピングによって、エネルギー障壁を乗り越えて、記憶内容が失われてゆくことを意味する。前節の図2に示したポテンシャル (a) において、この情報の熱雑音損失は、発熱ないしはエントロピー生成とは無関係に起こる。すなわち、準静的過程を仮定した漸近無発熱計算は、情報の熱雑音損失とは直接的な関係を持たない。さらに、QFPの場合、情報の熱雑音損失を食い止め、誤り率を 10^{-20} s以下にするため、障壁の高さ E_a は数百kT以上に設計されている。

第2節に述べたPorod と Landauer の論争は、情報の熱雑音損失を免れる期間 (情報の平均保持時間) と、漸近無発熱過程とを混同している。しかも彼らの考えている障壁の高さ E_a はkT程度であり、實際上、不足である。また、Toffori の考案による、完全弾性衝突をする球を用いた機械式の無損失計算機も、情報を保持するための障壁 E_a が低い。これらに比べ、QFPの障壁 E_a は十分高く、实际的である。

QFPの記憶状態から、準静的に障壁 E_a を低くしてゆくと、熱的なホッピングの頻度が増加し、記憶内容が乱数に近づいてしまい、情報の熱雑音損失が起こる。しかし、

4. 1節に示したように、計算機全体ではエネルギーが保存され、発熱は起こらない。しかも、積極的な情報の消去は、ポテンシャルが1重井戸型になったときに完了したと考えるならば、途中における情報の熱雑音損失とは別であり、直接的な関係はなくなる。

6. 結 言

エントロピーないしは熱の可逆的な移送と、非可逆的な発生すなわちエントロピー生成との区別を明確にした上で、各部におけるエントロピー生成の合計を計算機の発熱量とすべきことを示した。

具体的に、量子磁束パラメトロン (QFP) と、結合率可変素子とを組み合わせることにより、クロック周期当りのエントロピー生成 (発熱損) を、クロックに比例して減少させ得ることを示した。さらに、QFPの記憶状態と無記憶状態との間の、エントロピーの差は、準静的な方法によれば、正・ゼロ・負のいずれの値にも設定できることを明らかにした。

また、クロックを極限的に遅くして行く場合、素子内部における磁束の熱振動が、ジュール熱を発生し、これが蓄積されるのではないかとの懸念は、熱力学の第一法則によって否定されることを示した。

謝 辞

本研究において、討論を重ねた Willy Hioe、細谷、吉田 の三博士に感謝の意を表明する。

参 考 文 献

- (1) E.Goto, N.Yoshida, K.F.Loe, and Willy Hioe, "A study on irreversible loss of information without heat generation", Proc. 3rd. Int. Symp. Foundations of Quantum Mech. Tokyo (1989) pp.412-418;
The record of questions and answers, Proc. 3rd. Int. Symp. Foundations of Quantum Mech. Tokyo (1989) p.418.

- (2) L.Brillouin, "Science and Information Theory", Academic Press,
New York (1956) Cap.9, 佐藤 洋訳「科学と情報理論」みすず書房(1969).
- (3) R.Landauer, "Irreversibility and heat generation in the computing
process", IBM J. Res. Dev. 5 (1961) pp.183-191.
- (4) R.Landauer, "Dissipation in computation", Phys. Rev. Lett. 53 (1984)
p.1205.
- (5) R.Landauer, "Reversible computation: implications for measurement,
communication, and physical law", Proc. 3rd. Int. Symp. Foundations of
Quantum Mech. Tokyo (1989) pp.407-411.
- (6) R.Landauer, "Information is physical", Phys. Today, May (1991) pp.23-29.
- (7) R.Landauer, "Comment on 'Physical limits to quantum flux parametron
operation'", Physica, C 208 (1993) pp.205-207.
- (8) W.Porod, R.O.Gronidin, D.K.Ferry, and G.Porod, "Dissipation in
computation", Phys Rev. Lett. 52 (1984) pp.232-235.
- (9) T.Toffoli, "Comment on 'Dissipation in computation'", Phys. Rev. Lett.
53 (1984) p.1204.
- (10) C.H.Bennett, "Logical reversibility of computation", IBM J. Res. Dev. 17
(1973) pp.525-532.
- (11) R.W.Keyes and R.Landauer, "Minimal energy dissipation in logic", IBM J.
Res. Dev. 14 (1970) pp.152-157.
- (12) K.Likharev, "Classical and quantum limitations on energy consumption in
computation", Int. J. Theor. Phys., 21 (1982) pp.311-326.
- (13) E.Goto, W.Hioe, and M.Hosoya, "Physical limits to quantum flux
parametron operation", Physica, C 185-189 (1991) pp.385-390.
- (14) D.P.Hamilton, "Battling against entropy", Science 258 (1992) pp.574-575.
- (15) E.Goto and N.Yoshida, "Author's comments on 'Physical limits to QFP
operations' and on Landauer's comments", RIKEN internal document (1993)
unpublished.

- (16) R.P.Feynman, "Quantum mechanical computers", Optics News 11 (1985) pp.11-20.
- (17) 井森正敏「情報処理の熱力学」科学 54 (10) (1984) pp.629-637.
- (18) 松枝秀明「量子電磁計算素子」 京都大学数理解析研究所研究集会「量子情報理論と開放系」 9月 6日～ 8日 (1993) 講究録.
- (19) K.Igeta, "Physical meaning of computation", Proc. for Workshop on Phys. & Computation, Oct. 2-4 (1992) Dallas Texas, IEEE Computer Soc. Press, 8pp.
- (20) 鎮目浩輔「情報消去と熱散逸—Fokker-Planck 方程式からの導出」研究集会「量子情報理論と開放系」 東京理科大学 11月29日～12月 1日 (1994) 予稿集 pp.40-49、講究録 (1995) pp.52-64.
- (21) R.B.Lindsay and H.Margenau, "Foundation of Physics", John Wiley, New York (1936) chap.5.
- (22) G.Nicolis and I.Prigogine, "Self-organization in Nonequilibrium Systems", John Wiley, New York (1977) Sect. 1.2, 小畠陽之助、相沢洋二訳「散逸構造」岩波書店 (1980); なお、Prigogine等はエントロピー生成を dS_i 等の記号を用いて、微小変化量として表現する場合が多い。
- (23) E.Goto, "The parametron, a digital computing element which utilizes parametric oscillation", Proc. IRE, 47 (1959) pp.1304-1316.
- (24) W.Hioe and E.Goto, "Quantum Flux Parametron", World Scientific, Singapore (1991) chap.3, pp.23-29.
- (25) G.von Wylen, R.Sonntag, and C.Borgnakke, "Fundamentals of Classical Thermodynamics", 4th ed., John Wiley, New York (1994) pp.112-113; Joule's experiment.
- (26) E.Goto, Y.Wada, and K.F.Loeb eds, "Quantum Flux Parametron", World Scientific, Singapore (1992) pp.148-155.