

膨張宇宙における密度ゆらぎの相関関数とカタストロフィー理論

郷田直輝（京大理）

宇宙には多くの種類の構造がみられる。例えば、中性子星、惑星、太陽のような恒星、星間雲、星団、銀河、銀河団、そして超銀河団といったものがある。これらの構造の大きさは 10^6cm から 10^{26}cm にまでわたり、密度は 10^{-30}g/cm^3 から 10^{15}g/cm^3 までの範囲をとる。密度に関しては最も密度の高い中性子星と最も小さい超銀河団の密度はなんと45桁の違いもある。これらの構造をつくるにいたっては4つの相互作用の中では重力が最も重要な役割を果たす。なぜなら重力は長距離力であり、また電磁力と違って遮蔽がないからである。従って自己重力による構造形成を考えることが宇宙の構造を明らかにする上でたいへん重要である。すなわち、自己重力による密度ゆらぎの非線形成長を解明することが必要である。その解明には、いろいろなアプローチの仕方があると思われるが、その中で物性物理や力学系の分野で最近発展してきている非線形・非平衡物理の概念や手法を用いる方法が、今後重要になっていくと思われる。つまり、カオスやパターン形成、フラクタル、カタストロフィー理論といった新しい定量化や解析方法により自己重力系を解析していくことは重要であり、今後、発展させていくべきものであると思う。

さて、ここでは特に宇宙の大局的構造の形成に関連して述べることにする。すなわち、銀河や銀河団、超銀河団といったものが、どの様にしてでき、そして現在観測されているような空間分布のパターンがどうして形成されたのかという問題である。標準的なシナリオでは宇宙の十分初期になんらかの原因でできた小さな密度ゆらぎが重力によって成長し、現在のような構造が形成されたと考えられている¹⁾。従って宇宙の大局的構造を説明するためには、膨張宇宙での密度ゆらぎの成長を明かにしなくてはならない。特に数値的にしかわからない非線型成長を考えるに当たっては、その成長における物理的過程を明確にしなくてはならない。すなわち、例えば密度ゆらぎの非線型成長によって密度ゆらぎのパワースペクトルはベキ則に従うようになるが、そのベキ指数は何によって決まっているのか（初期条件によるのかよらないのか）、またベキ指数は時間とともにどの様に変化するのかという問題を明らかにすることである。ところがこれらに関する過去の仕事には問題点が残されているため、比較的解析のしやすい1次元系での物理過程を先ず考えて明確にし、その後、2次元、3次元へ進むguideを見つけるこ

ととする。

初期の密度ゆらぎがsingle-waveの場合、その後の非線型成長によって初めて密度のsingularityができるとき（caustics発生）には密度ゆらぎのスペクトルと相関関数はpower-lawになることが解析的に知られている²⁾。そこで、初期のゆらぎとして波長が異なっているゆらぎを多数random phaseで重ね合わせ、そのスペクトルは初期に(z :redshift, $z=1000$)power-lawに従うとして、そのpower index n はいろいろな値を考えて($n=-2, -1, 0, 1, 2$)、その後の成長を調べてみた³⁾。singularity発生時までは解析解がもとまっているため解析しやすい。その結果、singularity発生時($z=z_c=5$)には非線型の効果により、small-scaleでのゆらぎのスペクトルのpower indexは、第0近似ではsingle-waveの場合とすべて同じ値($-1/3$)になり、初期のゆらぎのpower indexにはよらないことが分かった（図1参照）。

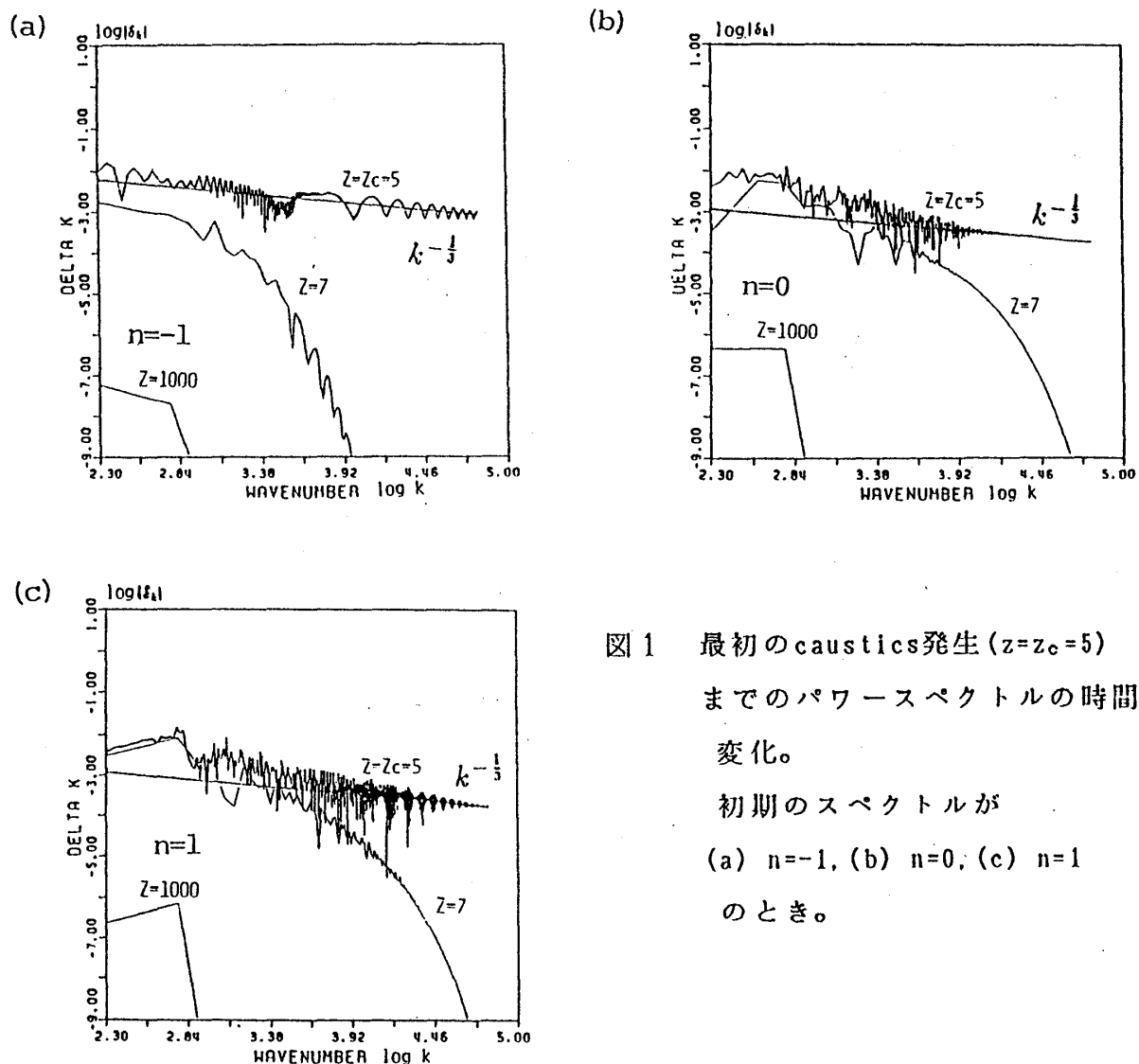


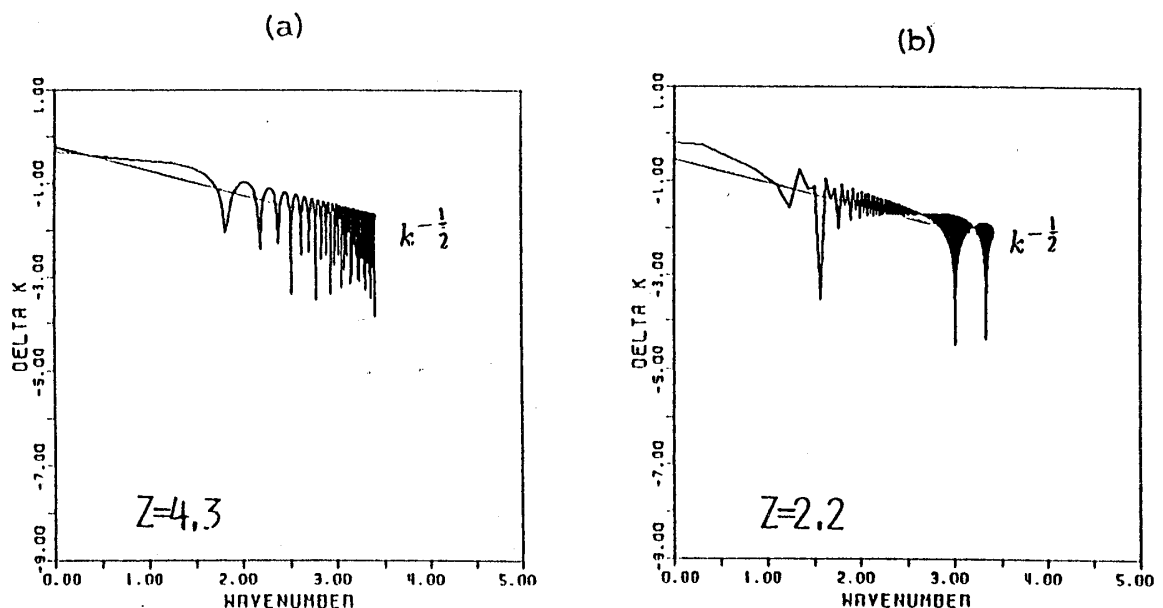
図1 最初のcaustics発生($z=z_c=5$)までのパワースペクトルの時間変化。
初期のスペクトルが
(a) $n=-1$, (b) $n=0$, (c) $n=1$ のとき。

そして、それはsingularityの発生の仕方（カタストロフィーの分類でいうとA3:

くさびのカタストロフィー⁴⁾)により説明できる。すなわち、最初のcaustics発生時まではオイラー座標 x と速度 v がラグランジュ座標 q に対して連続であり、singularityが発生する近傍で、 $x \sim q^3$ となるからである。次にこの最初のcaustics発生以後のcollisionless particleのゆらぎの成長はどう変化していくのか調べてみた。

Caustics発生以後は解析解がないために、従来はCICといったparticle-mesh法等でシミュレーションを行っていた⁵⁾。しかし、これらの方法では差分化の影響によりゆらぎの進化を正しく追えないことが指摘されている⁶⁾。そこで、ここでは粒子同士が交差してから次に交差するまでの間は解の形が分かっているので、粒子が交差するときをみつけて、解析解を粒子が交差する毎につないでいくという計算法をとった⁷⁾。このようにすると数値的なviscosity等によって計算がおかしくなることもなく、ゆらぎの進化を時間反転して計算すると殆ど完全に過去の値にもどることができる。

さて、結果はやはり初期のゆらぎのスペクトルのpower indexによらず、非線型成長の結果、small-scaleでのpower indexは第0近似では全て同じ値になるが、その値はcaustics発生以前は $-1/3$ であったのが今度は $-1/2$ に変化する⁷⁾。この値は時間がたっても殆ど変化しない(図2参照)。



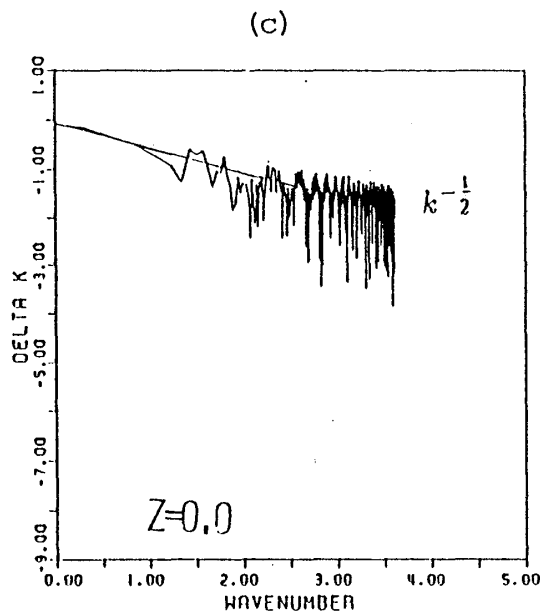
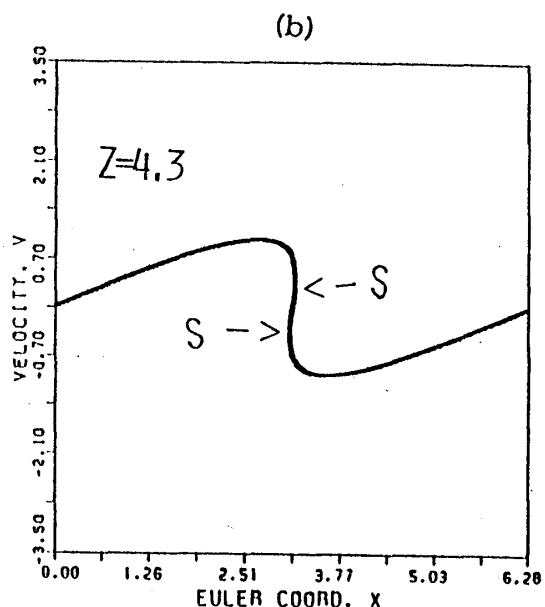
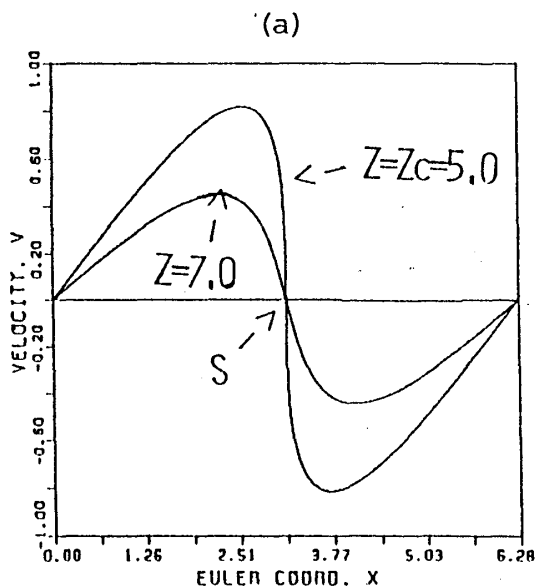


図2 最初のcaustics発生($z=z_c=5$)
以後のパワースペクトル。
(初期がsingle-waveの場合)
(a) $z=4.3$, (b) $z=2.2$, (c) $z=0.0$ のとき。

これは、今度はsingularityの発生の仕方がA2タイプ（折り目のカタストロフィー）がdominateするためであり、A3タイプのも発生するときもあるがそれはpower indexには第0近似では寄与しないからである。A2タイプはsingularityの近傍において $x \sim q^2$ となり、そのためpower indexは $-1/2$ となる。最初のcaustics発生時とちがって $x \sim q^2$ となるのは、最初のcaustics発生以後、phase spaceにおいてphaseの巻き込みが起こり、 v が q の関数として不連続になるためである。時間がたつにつれ巻き込み数が増えて、特異点は増えていくが、特異点付近での発散の様子は変化しない。（図3参照）



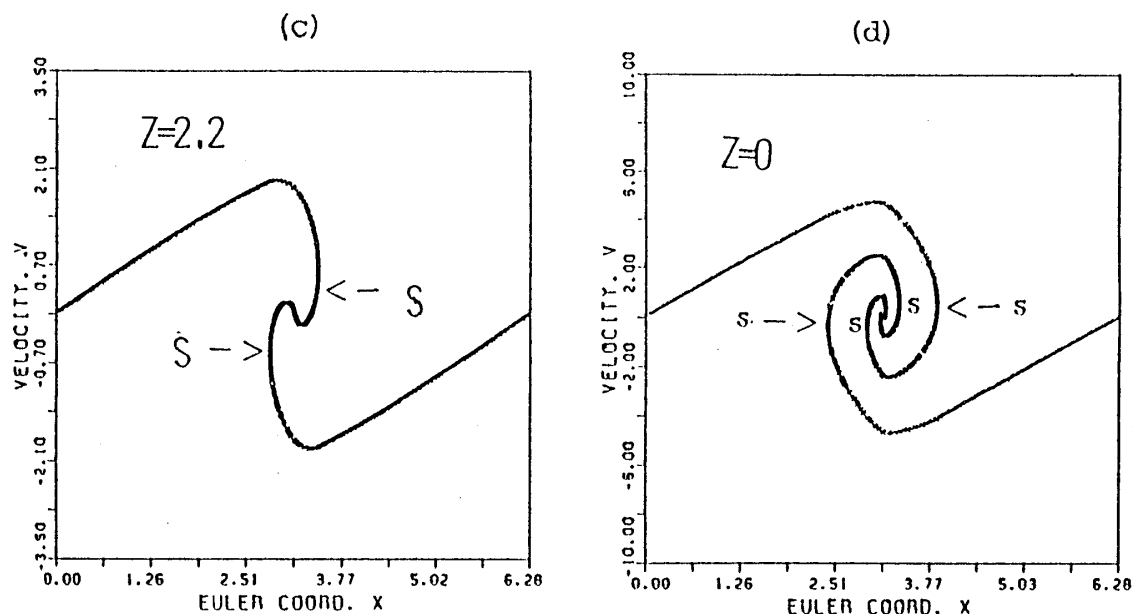


図3 phase spaceの様子 (a) $z=7.0, 5.0$, (b) $z=4.3$, (c) $z=2.2$, (d) $z=0.0$ のとき。

点Sは特異点。

以上、1次元ではパワースペクトル、そしてそれからフーリエ変換によって導かれる2体相関関数もベキ則に従いベキ指数は初期条件によらずsingularityの発生の仕方によることが明らかになった。そして、その特異点のタイプは Λ_3 と Λ_2 である。ただ、 Λ_3 タイプは一過性のものであり、カタストロフィー理論でいうところの構造不安定の場合に当たる。 Λ_2 タイプは構造安定である。では2次元や実世界である3次元ではどうであろうか。2次元、3次元の場合でも構造安定な特異点のタイプはどのようなものがあるかというのはカタストロフィー理論によってすべて与えられ、分類されている⁸⁾。しかし、どのタイプが現われるのかは分からない。また、構造不安定なものも現われる可能性があり、もし現われるとすれば、どのタイプなのか、そしてどの様に時間的に推移するのかなども分からない。精度のよい数値計算を行なって解析を行ない、どの様なタイプの特異点が、どんな物理的原因により起こるのか解明するのが今後の課題である。

References

- 1) P. J. E. Peebles, The Large-Scale Structure of the Universe, Princeton-University Press(1980).
- 2) T. Nakamura, Prog. Theor. Phys. 73 (1985), 657.

- 3) N. Gouda and T. Nakamura, Prog.Theor.Phys. (1988), in press.
- 4) V. I. Arnold, Mathematical Methods of Classical Mechanics, Springer-Verlag, NewYork, Heidelberg, Berlin(1980).
V. I. Arnold, S. F. Shandarin and Ya. B. Zeldovich, Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics 20 (1982), 111.
- 5) A. L. Melott, Ap. J. 264 (1983), 59.
- 6) F. R. Bouchet, J. C. Adam and R. Pellat, Astron. Astrophs. 144 (1985), 412.
- 7) N. Gouda and T. Nakamura (1988), in preparation.
- 8) V. I. Arnold, Functional Anal. Appl. 6 (1972), 254.