

学 位 審 査 報 告 書

(ふ り が な) 氏 名	はせべ たかひろ 長谷部 高広
学位 (専攻分野)	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	理 博 第 号
学位授与の日付	平成 年 月 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研 究 科 ・ 専 攻	理学研究科 数学・数理解析専攻
(学位論文題目) Analytic continuations of Fourier and Stieltjes transforms and generalized moments of probability measures (フーリエ変換とスチルチェス変換の解析接続と確 率測度の持つ一般化されたモーメント)	
論 文 調 査 委 員	(主査) 小 嶋 泉 准教授 山 田 道 夫 教 授 熊 谷 隆 教 授

理 学 研 究 科

京都大学	博士 (理学)	氏名	長谷部 高広
論文題目	Analytic continuations of Fourier and Stieltjes transforms and generalized moments of probability measures (フーリエ変換とスチルチェス変換の解析接続と確率測度の持つ一般化されたモーメント)		
(論文内容の要旨)			
学位申請者の修士論文およびそれ以降の中心的研究対象は、非可換確率論、すなわち、非可換代数上の確率論である。通常確率論と大きく異なる非可換確率論固有の興味深い現象は、独立性概念が単一でなく、通常の意味での独立性和共に、自由独立性・ブール独立性・単調独立性和と呼ばれる4つの異なる種類が存在することであり、学位申請者の研究はこの状況をより深く理解することを目指してきた。 非可換確率論では、非可換積を持つ代数構造を適切に取り扱うため、確率変数のモーメントが議論の基本的対象とされ、多くの専門家によってモーメントに関係した様々な計算が、特に組合わせ論的な視点からなされてきた。モーメントを用いて表すことのできる量のうち、特に有用なのはキュムラントと呼ばれる量であるが、単調独立性の場合、その定義に固有の非対称性のため、キュムラントの定義を与えることが長く困難であった。申請者は、西郷甲矢人氏との共同研究(参考論文 3, 4)により、独立同分布な確率変数の和に着目することによってこの困難を解決し、キュムラントの一意的整合的定義を与えることに成功した。それによって、単調独立な確率変数に関する中心極限定理の証明は大幅に簡略化された。 これは結果的に、独立性の種類の違いに基づく「障害」を克服した例を与えているのだが、特定の性質に着目すると異なる独立性間で共通する特徴が浮彫りになることがしばしば起きる。どういう性質に関して類似性が現れるかを明らかにすることを通じて、独立性概念のより深い理解を目指して行った研究が参考論文 2 の内容である。特に単調独立性に関する Lévy 過程を他の独立性の場合と比較し、いくつかの重要な類似点を発見した。具体的には、分布が正の実軸に集中するという性質がどういう条件下で成立つかを単調独立性の場合に精査し、他の独立性和と比較することで、その条件が4つの独立性に共通するものであることが明らかになった。このような類似性と非類似性の起源を明らかにするため、4つの独立性を統一的に扱う研究に取組み、まず単調独立性和ブール独立性和を統一することに成功した(参考論文 5)。これによって、この2つの独立性が持つ共通性と異質性が、良く分かるようになった。例えば単調独立性に関する中心極限定理には逆正弦則が、ブール独立性にはベルヌーイ分布が現れるが、両者はケステン分布という分布の特殊例として理解できる。 そこで、4種の異なる独立性それぞれについて典型的な確率過程である Lévy 過程を考えると、通常、独立性の種類ごとに現れ得る確率分布が異なるのに対して、コーシー分布だけはどの独立性の場合にも出現可能という特徴的性質を持つ。その由来を探る上で、フーリエ変換・スチルチェス変換の複素解析的性質が果たす重要な役割がこの間の研究を通じて分かってきた。主論文で明らかにしたのは、モーメントを全く持たないコーシー分布に対して、そのフーリエ変換・スチルチェス変換を調べると、複素解析的性質を通してモーメントを持つ確率分布の場合との類似性が明示化されるということである。さらにこの見方は、安定分布を含むようなクラスにまで拡張されることを参考論文 1 で明らかにした。			

(論文審査の結果の要旨)

確率論における「独立性」は、複雑なゆらぎ現象に潜む確率的・統計的法則性をいくつかの典型的な確率分布とその組合せに基づいて系統的に解析する上で不可欠な概念装置であり、物理学における粒子とエネルギー準位の概念にも比すべき基本的なものである。ところが、非可換な確率変数を許容した非可換確率論においては、この「独立性」概念の定式化が一意的には決まらず、4種類の異なった概念に分岐してしまう。

学位申請者の長谷部高広氏は、この状況を産み出し、4種類の独立性の各々を特徴づける本質は何か？なにゆえに独立性概念が4種になるのか？というナゾの解明を目指すと同時に、確率変数の非可換化という状況設定によってもたらされる確率論の新しい視点・方法は何か？という問題にこの4年間、精力的に取り組んできた。

主論文1編、参考論文5編から成るこの学位申請論文には、この目的を達成するために同氏が展開してきた研究成果の重要な部分が記述されており、問題の最終的解明に到達したわけではないが、それに接近するために重要な役割を演ずると期待される概念装置が吟味されている。特に、4つの独立性に基づく Lévy 過程の全てに共通して出現可能なコーシー分布の本質を明らかにする目的で用いられたフーリエ変換とスチルチェス変換の持つ複素解析的性質を通して、モーメントを持たないコーシー分布とモーメントを持つ確率分布との間に明示化された共通性は、安定分布を含むようなクラスにまで拡張されることが明らかになった。

この一連の研究は、昨年2月、ウィーン大学付属の Erwin Schroedinger 数理物理学研究所で開催されたワークショップ: Bialgebras in Free Probability において本人が発表し、同席した当分野の第一人者の一人である Prof. Speicher などから好意的な反応が寄せられた。

ここで用いられたフーリエ変換およびスチルチェス変換の相互の関係並びにそれらの持つ複素解析性は、非可換確率論に限らず、数理物理学の広い文脈・分野において散発的に応用がなされてきた数学的手法であるが、今後、より洗練されたものに仕上げ、その深い含意を汲み尽すことによって、広い応用が期待されるに違いない。

平成23年12月27日に開催された公開講演会では、上記論文の内容説明を受けて関連した口頭試問を行った結果、本論文は博士(理学)の学位論文として価値あるものと認め、合格と判定した。