

操作履歴に依存した Freeze-Slip 転移を示す力学系*

東京大学 総合文化研究科 栗津暁紀

乱雑性、非一様性を内包する系では、一般的に状態変化等の過去の履歴が長期間にわたり記憶され、またその記憶に依存した状態変化が起こる。この記憶 $\Leftrightarrow$ 状態変化関係に対し、その力学及び機能発現への可能性を探りたい。このような背景のもと本小論では、とある状態転移を示す簡単な (少数自由度) 力学系に現われる、履歴に依存した転移点の変化について紹介する。具体的には、次の方程式で記述される長さ L の円周上を運動する 1 次元回転子系を考える。

$$\dot{x}_i = \sum_j \theta(1/2 - |x_i - x_j|) \sin(2\pi(x_i - x_j)) + c_i F$$

ここで、 x_i は粒子の位置 ($x_i = 0 \sim L$ で周期境界)、 F は外力の大きさ c_i は各粒子の外場に対する感受率である。この系はいわゆる位相振動子系に多少改造を加えたものであり、後で詳しく述べるように、系は F の変化に対し Freeze-Slip 転移を示す。ちなみに位相振動子系はこれまで、様々な振動的挙動 (化学振動や生体系のリズム生成及び同期) や CDW 系等での位相 Slip、塑性変形等に対し、良い簡略化モデルを与えている * (参考文献等)。

今回注目する履歴に依存した状態変化は、特に、生体系等のような構成要素の不均一性が強い系において、顕著に現われる。そこで今回、外力感受率 c_i を分散させることで、要素の不均一性をモデルに導入する。具体的に本論では $c_i = (N - 2i - 1)/N$ と置く。(N は全粒子数。今回は $N = 3 \sim 9$ 程度。)

図 1 に系の典型的な時間発展を示す。まず外力 $|F|$ が小さい場合、系は全ての粒子が静止した Freeze 状態になり (図 1 上、下)、 $|F|$ が増加し臨界力 F_s (Freeze $\rightarrow$ Slip 転移点) 超えると、幾つかの粒子が系内を回転し続ける Slip 状態が実現する (図 1 中)。この系では粒子の性質が不均一で、また相互作用が斥力的であるため、粒子の並び順によって多数の準安定 Freeze 状態が存在する。そして各状態の外場に対する安定性は様々である。よって図 2 に示すように、一般的に Freeze $\rightarrow$ Slip 転移点 F_s は多価になる。

転移点の多価性は系の内部状態 (粒子配置や回転速度など) が起因している。そしてこの内部状態は、 F の変化及び状態の履歴によって決定される。そこで次になされる F の変化に対する転移点と、系の履歴との関係を明確にするために、 F の変化に対する「遷移地図」を構成する¹ 転移点が増加すれば、転移ルールは複雑になり、この遷移地図は繁雑になる。しかし幾つかの N 、 L では図 3、図 4 に示すように、複雑で多様でありながら規則性もある転移点変化が見られる²。

* この研究の前段階の研究論文: A. Awazu, Physica D 178 (2003) 19

¹ 「遷移地図」説明書: Each arrow means paths of operations. The signs + and - mean quasi-static increase and decrease of F . 'Slip' means the occurrence of the transition from a freezing to a slipping state, and 'slip stop' means that of the opposite transition. Solid boxes and solid arrows indicate the events and the operations in freezing state, and dotted boxes and arrows indicate the events and the operations in slipping.

In order to simplify the transition diagrams, we consider two types of operations, Regular operation and Opposite operation. Regular operation is described as + and -, and Opposite operation is described as (+) and (-). By Regular operations, each event occurs at F out of () in boxes, and each event occurs at F written in () by Opposite operations. If crossing arrows sandwiched in between +, -, (+), and (-) appears by an arrow, the type of operations changes from Regular to Opposite, or from Opposite to Regular.

As an initial condition, we set F at large enough value, and decrease to 0 quasi-statically.

² 図の明確化のためページ増加を許可して下さいました編集部に感謝します。

1) 分岐的な転移点変化 (図3):ある操作Bをする直前に別の簡単な操作Aをするとした場合、操作Bによって起こる Freeze → Slip 転移の転移点が、操作Aの程度に依存して変化する (点線内)。例えば、操作B「物を右に押す」、操作A「物を動かない程度に左に押す」、とした場合に、操作Aで加える力の大きさに依存して、操作Bの際の最大静止摩擦力が変化する、といったことが実現する³。

2) 階層的な転移点変化 (図4): 単調な操作に対して系が従う転移ルール (各点線内) が、ある特殊な操作 (非常に強い外力をかけるとか、特別な順序で外力を変化させる等。) によって変化する。例えば、物を弱く規則的に押し引きしてる内は最大静止摩擦力が一意に決まっているが、ある特殊な操作を行うと、その後の最大静止摩擦力が変化する、といった事が実現する³。

このように、たかだか数個 (7~9個) の回転子系という簡単な玩具でも、状態変化に複雑な履歴依存性を、違う見方をすれば何処となく機能的な挙動を実現し得ることが解る。

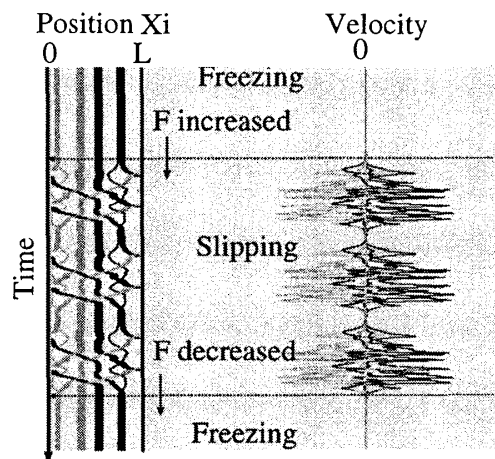


図 1: Temporal evolution of each particle. Color means sign of c_i (gray (+) and black (-)).

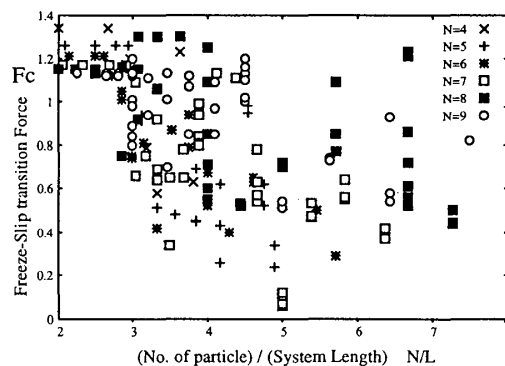


図 2: Transition points F_s from the freezing to slipping states by the increase of $|F|$ as a function of N/L for $N = 4 \sim 9$.

³ 今回は現象の特徴を明快にするため便宜上、摩擦に関わる言葉を用いて例を挙げたが、実際上記のような現象の固体等での実現は難しいだろう。しかし内部自由度として高分子やタンパクの状態等を考え、現象を生体物質等の移動や状態変化に置き換えれば、今回の議論の重要性が見えてくるかと思われる。

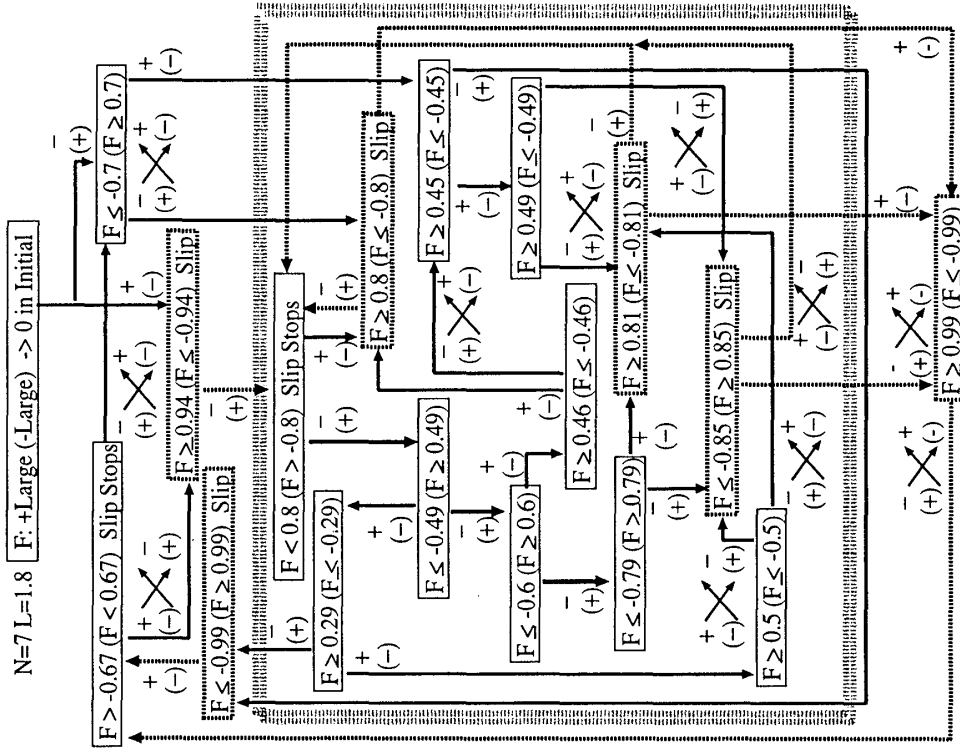


図 3: Transition diagram¹ for $N = 7$ and $L = 1.8$.

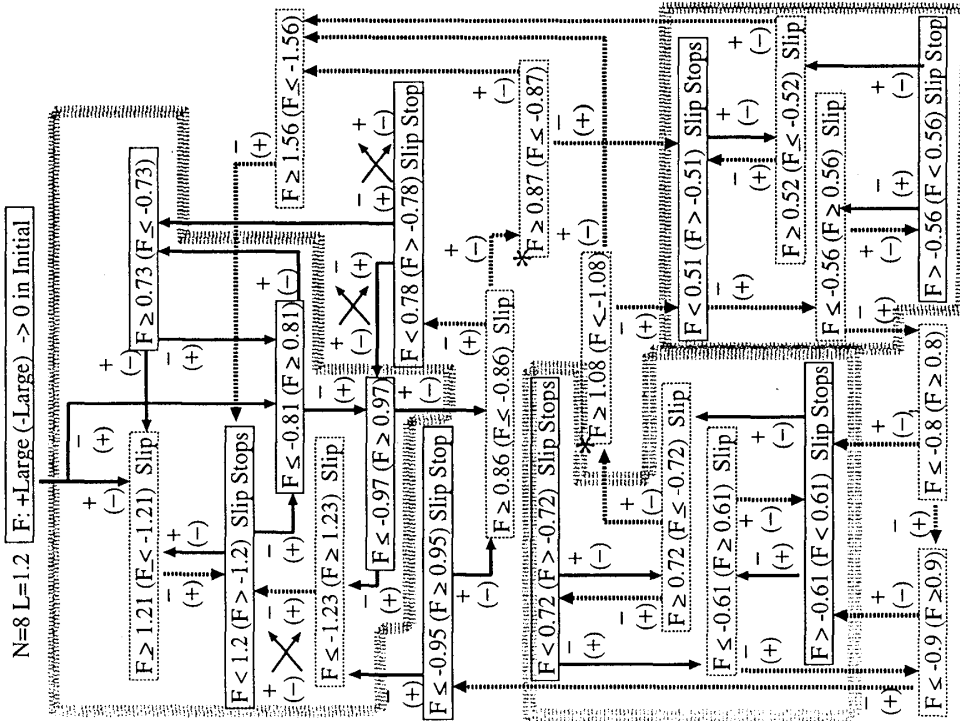


図 4: Transition diagram¹ for $N = 8$ and $L = 1.2$.