

D C および A C 電流で駆動されたジョセフソン接合のカオス

阪大・基礎工 吉木政行, 三原敏行, 西田良男

§ 1. はじめに

ジョセフソン接合の量子的位相差 ϕ の運動は、振り子と同じ非線形方程式で記述され、カオスの例の一つになっている。

この研究では、アナログシミュレーターを使って、 ϕ の運動が規則状態をとったりカオス状態をとったりする過程について、その特徴、条件を調べた。

§ 2. ジョセフソン接合

ジョセフソン接合とは2つの超伝導体を弱く結合させたもので、その電気的特性は量子的位相差 $\phi = \theta_1 - \theta_2$ (θ_1, θ_2 : 2つの超伝導体の量子的位相) によって特徴づけられる(図-1(a))。ジョセフソン接合を R S J モデルで取り扱うと、図-1(b)の等価回路で表わされる。このモデルによると、外部から D C 電流 i_0 と A C 電流 $i_1 \sin \Omega_1 \tau$ を入れたとき ϕ の従う方程式は次のようになる。

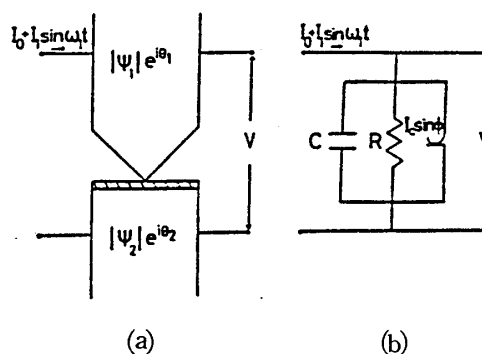


図-1 (a) ジョセフソン接合
(b) 等価回路

$$\beta \frac{d^2 \phi}{d \tau^2} + \frac{d \phi}{d \tau} + \sin \phi = i_0 + i_1 \sin \Omega_1 \tau, \quad v = \frac{d \phi}{d \tau}$$

ここで、電流、電圧、振動数、時間の単位として、 $I_C, I_C R, \omega_0 = 2e I_C R / \hbar, 2\pi / \omega_0$ をとっている。また、 β は McCumber parameter で $\beta = 2e I_C R^2 C / \hbar$ である。

§ 3. ジョセフソン接合におけるカオス

図-2(a)に $\beta = 1.8, \Omega_1 = 0.44, i_1 = 0.4$ のときの $I-V$ 特性を示す。 $I-V$ 特性とは D C 電流と接合電圧の長時間平均

$$\langle v \rangle = \left\langle \frac{d \phi}{d \tau} \right\rangle = \frac{\phi(\tau + T) - \phi(\tau)}{T}$$

との関係を表わしたものである。 ϕ の運動が外部周波数 Ω_1 に同期していて、 ϕ の運動の周期 T_0 が、外部周期 $T_1 = 2\pi / \Omega_1$ の m 倍 (m : 整数) であって、かつその T_0 の間に位相差 ϕ が

$2\pi n$ (n : 整数) 進むならば,

$$\phi(\tau + T_0) - \phi(\tau) = 2\pi n$$

となる。従って

$$\langle v \rangle = \frac{n}{m} \Omega_1$$

となり、同期している時 $I-V$ 特性上において定電圧ステップを形成する。

ここでまず注目するのは、図-2(a)の $I-V$ 特性上で $N = n/m = 1$ のステップ上である。図-2(b), (c)は、それぞれ $v(\tau)$ のスペクトル、時間波形を示す。

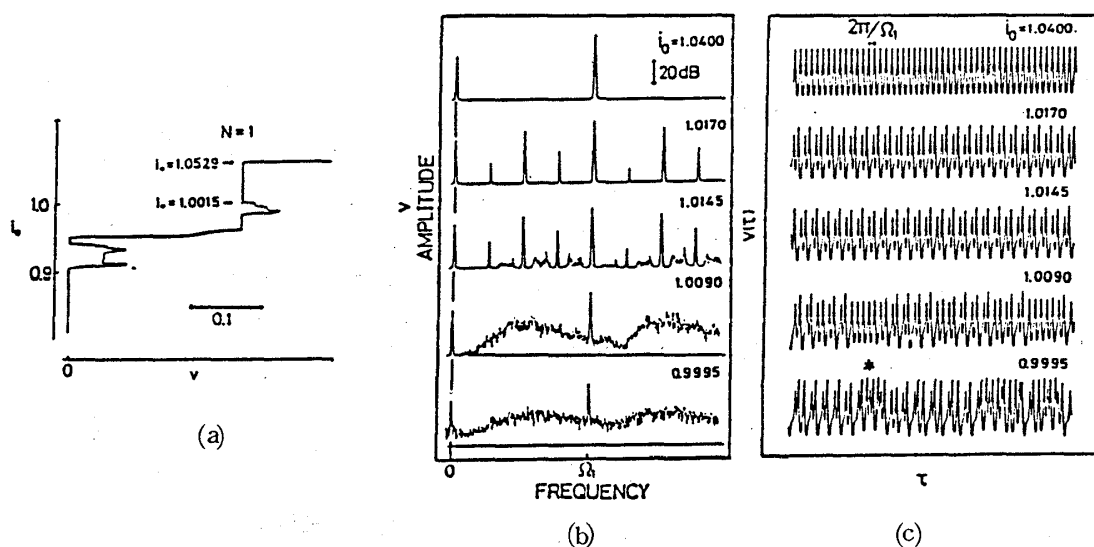


図-2 $\beta = 1.8$, $\Omega_1 = 0.44$, $i_1 = 0.4$

(a) $I-V$ 特性 (b) $v(\tau)$ のスペクトル (c) $v(\tau)$ の時間波形

$i_0 = 1.0400$ から i_0 を減少させると、まずピリオドダブリング現象が起っている。 $i_0 = 1.0145$ になると、スペクトル上に連続スペクトルが現われる。 $i_0 = 0.9995$ では、DC 電圧は定電圧ステップの値からはずれ、スペクトルは零振動数付近の成分が増えてくる。

$v(\tau)$ の時間波形を見ると、 $i_0 = 1.0090$ のカオス状態の時には、 $2T_1$ の間に ϕ の進む量は 4π で一定しており、カオス状態になる原因は振幅のゆらぎである。

ステップからはずれた $i_0 = 0.9995$ のカオス状態の時には、 $2T_1$ の間に ϕ が進む量にもゆらぎが出てくる。図-2(c)の*の所では $2T_1$ の間に ϕ が 6π 進んでいる。このようにステップからはずれた所でのカオスは、 ϕ が 6π 進む所が間欠的に現われるという間欠カオスの特徴をもっている。

間欠カオスの特徴がよくわかるのは、 $\beta = 1.8$, $\Omega_1 = 0.44$, $i_1 = 0.5$ の時で、図-3に I

$I-V$ 特性, その各点の $v(\tau)$ のスペクトル, 時間波形を示してある。②の波形は明らかに間欠的である。そして, その波形は $N=0$ ステップと $N=1$ ステップの波形の組み合わせからできている。つまり, ②の状態は ①と③の状態間を間欠的に行き来していることがわかる。

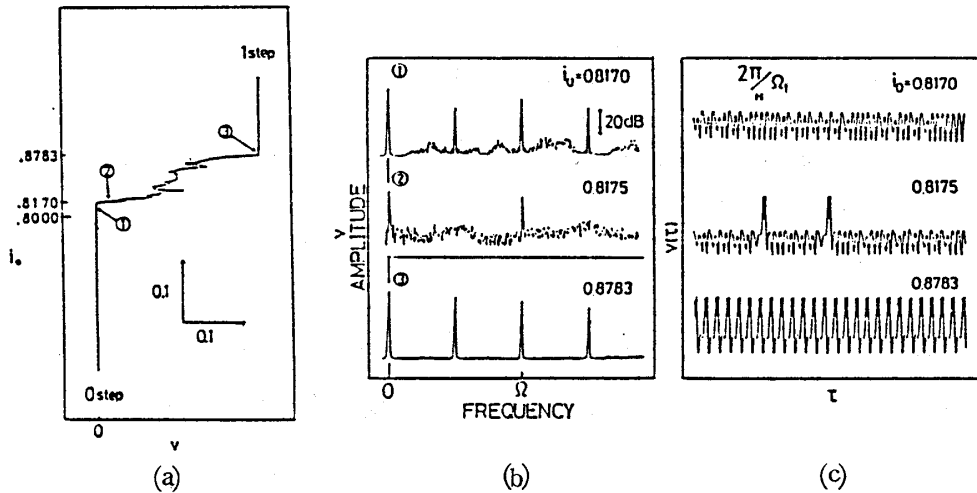


図-3 $\beta = 1.8$, $\Omega_1 = 0.44$, $i_1 = 0.5$

(a) $I-V$ 特性 (b) $v(\tau)$ のスペクトル (c) $v(\tau)$ の時間波形

次にジョセフソン接合に, 周波数の違う2つのAC電流を流した場合を調べた。ジョセフソン接合では, このような場合2つの周波数のミキシングが起こる。

$\beta = 1.8$, $\Omega_1 = 0.44$, $\Omega_2 = 0.27$, $i_1 = i_2 = 0.2$ の時の $I-V$ 特性, その各点の $v(\tau)$ のスペクトル, 時間波形を図-4に示す。スペクトルを見ると, $N=0$ ステップ上では Ω_1 と Ω_2 のミキシング成分だけが存在する。ステップ上にある⑤の点においては, 零振動数成分が少なく, ステップからはずれた④の点においては, 零振動数成分が増える。④の $v(\tau)$ の波形は間欠的である。

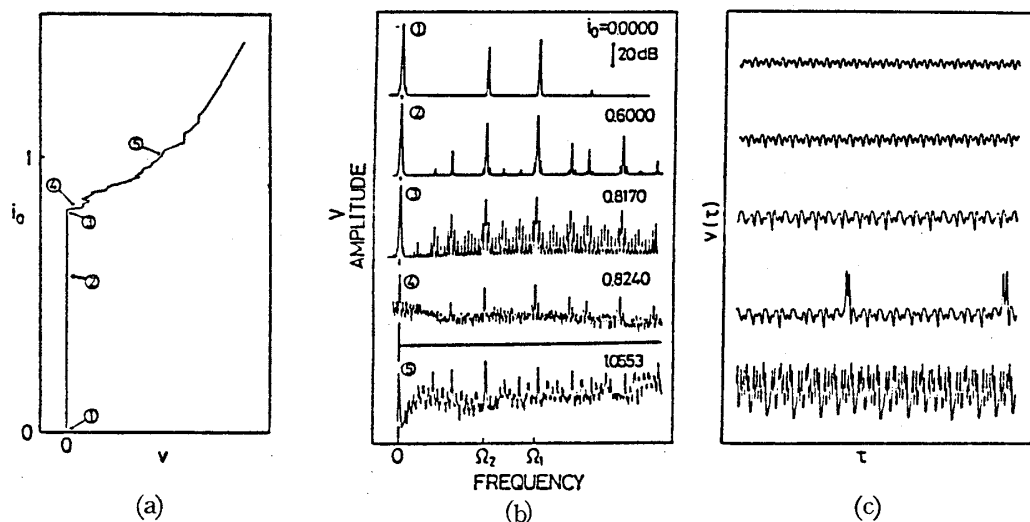


図-4 $\beta = 1.8$, $\Omega_1 = 0.44$, $\Omega_2 = 0.27$, $i_1 = i_2 = 0.2$

(a) $I-V$ 特性 (b) $v(\tau)$ のスペクトル (c) $v(\tau)$ の時間波形

§ 4. おわりに

以上のことをまとめると、位相差 ϕ の運動状態は、次の3つに分類できる。

(i) 周期運動

$\phi(\tau + T_0)$ と $\phi(\tau)$ の関係を

$$\phi(\tau + T_0) = \phi(\tau) + 2\pi n + T\delta(\tau)$$

($\delta(\tau)$: ゆらぎ) で表わすと、この場合は $\delta(\tau) = 0$ となり、 $I-V$ 特性上の定電圧ステップ上に存在する。また、 $v(\tau)$ のスペクトルは、線スペクトルである。

(ii) 周期カオス

$\delta(\tau)$ の時間的平均 $\langle \delta(\tau) \rangle_{AV}$ が零で、これもステップ上に存在する。 $v(\tau)$ のスペクトルは線スペクトルに連続スペクトルが加わっているが、零振動数成分が少ない。

(iii) 間欠カオス

$\langle \delta(\tau) \rangle_{AV} \neq 0$ でステップからはずれた所に存在する。 $v(\tau)$ のスペクトルは、周期カオスと違って、零振動数成分が増えている。

ジョセフソン素子におけるカオスに対する量子効果

北大・工 飛 田 和 男

1. はじめに

ジョセフソン素子は外部から ac 電流を掛けた場合、カオスを示すことはよく知られている。¹⁾ ここでは最近の素子の小型化にともない、問題になりつつある量子揺らぎの効果²⁾が、この系のカオス的な振舞いに与える影響を調べる。今回は特に、周期倍化過程や間欠的カオスといったカオスの発生過程に着目して、これらに量子揺らぎの与える影響を調べた。

2. 量子ランジュバン方程式

ジョセフソン素子は古典的には次のような運動方程式により記述される。

$$\phi_{tt} + \eta \phi_t + \sin \phi = I_0 + I_1 \sin \Omega t \quad (1)$$

ここで、 t , η , ϕ , Ω , I_0 , I_1 はそれぞれ時間、散逸係数、位相差、ac 電流の振動数、dc, ac 電流の振幅を表わす。電流の単位はジョセフソン素子の臨界電流 I_c であり、時間の