

散乱モデルによる kick 系の複素半古典論

都立理 大西孝明 首藤啓 立命理工 池田研介 九工情報 高橋公也

非可積分系の半古典論において、取り扱いの容易さから kick 系 (撃力ポテンシャル系) が盛んに研究されている。本研究においては kick 系の散乱モデルを考え、時間領域におけるエネルギー障壁トンネリングの機構を複素半古典論の立場から解明することを試みた。

動的トンネリングモデルのメカニズムは複素半古典論の立場から既によりよく解明されており [1]、エネルギー障壁トンネリングが果たして同じメカニズムで起こっているかどうかを確かめることは、トンネル現象を統一的に論じるためには大きな意味を持つ。

動的トンネリングにおいては波動関数の振幅 2 乗がほぼ一定に保たれる領域と指数関数的に減衰する領域とが交互に繰り返される崖・棚構造が存在し、棚部分において非常に激しい振幅変化がおこる。これは系の持つカオスが、時間発展と共に指数関数的に増大するブランチ (古典的転回点ごとに存在する成分波) を生み出し、各ブランチ同士が干渉することによって起こる現象であることがわかっている。

さて、以下のハミルトニアンで与えられる散乱モデルを考える：

$$\mathcal{H} = T(p) + V(q) \sum_n \delta(t - n), \quad V(q) = k \exp(-\gamma q^2) \quad (1)$$

一次元直線上の原点に配置された散乱ポテンシャルに、実 (real) の古典力学では障壁を越えることがないように入射エネルギーを与えた波束を十分遠方から入射させることによって、エネルギー障壁トンネリングを実現できる。波束はポテンシャルにより散乱されて反射波とトンネリングによる透過波に分かれ各々の成分は無限遠方へと飛び去るが、原点近傍で系が持つカオスにより波動関数は動的トンネリングの場合と同じく崖・棚構造が時間経過とともに発達し、棚上では激しい振幅変化が生じる。この量子現象は複素半古典論の立場から、動的トンネリングと同一のメカニズムで起こることが本研究でわかった [2]。

一方、ポテンシャルが時間に対して連続的に変化する系 (時間連続系と呼ぶことにする) について考える場合、ポテンシャルの持つ時間依存性によってカオスが発生するが、時間連続系の時間差分化による摂動効果によってもカオスが発生する (kick 系のカオスがこれに相当する)。よって先に述べたトンネリングのメカニズムが単に kick 系の独自性によるものなのか、あるいは時間連続系においても普遍的なものなのかを調べる必要がある。

時間周期ポテンシャルを持つハミルトニアンにより時間連続系のモデルを与え、時間間隔 Δt で差分化することによって kick 系が得られる。 Δt が十分小さい場合、差分化による摂動効果は時間周期ポテンシャルの摂動効果に比べて無視でき、かつ方法論としては kick 系の複素半古典論を適用できる。このようなモデルを立ててそのトンネル現象を調べた結果、時間連続系においてもやはりブランチの数が時間発展とともに指数関数的に増大し、互いの競合が起こっていることがわかった。すなわち kick 系・時間連続系ともに、カオスによる複素相空間における manifold の引き延ばし・折れ畳みがトンネル機構を特徴付けているのである。

しかし時間連続系には、kick 系には存在しない独自の問題が存在する。それは時間を複素数に拡張することによる古典軌道の多価性である。時間連続系の半古典論では他の物理量と同様、時間も複素数として扱う必要があり、その結果、始点と終点の両時刻がたとえ実時間で与えられたとしても、実時間経路とホモトピックではない複素時間経路による軌道も波動関数の半古典和に組み入れなければならない [3]。kick 系の差分極限においては実時間経路のみを考慮しており、古典軌道の多価性が時間連続系のトンネル現象にどのような独自性を持たせ得るのかはまだ明らかではない。

[1] A. Shudo and K. S. Ikeda, *Physica D* **115** (1998) 234-292

[2] T. Onishi, A. Shudo, K. S. Ikeda, and K. Takahashi, in preparation

[3] K. Takahashi and K. S. Ikeda, "Complex Semiclassical Description of Scattering Problem in Systems with 1.5-Degrees of Freedom", to be submitted;
"Complex classical paths in multi-dimensional barrier tunneling", preprint