

連続スペクトル発生源の情報エントロピーと構造の測度
—小宇宙系、物質系、生体系—

大阪府立大学総合科学部 谷塚 昇
(〒593 堺市学園町1-1)

1. はじめに

複雑なシステムを理解するためには、そのシステムから発生する情報に着目し、その情報から定量化する事の出来る、“測度”を探し求めなければならない。その測度によって、システムの性質を知る。例えば、システムが英文アルファベット文字空間 R にある場合、そのシステムは記号の二次元列びであるが、平均情報量 H (エントロピー) という測度で定量化することが出来る。空間 R が無法則ならば $H = -\sum p \log p$ ($p=1/27$) $= 4.75\text{bit}$ 、無記憶記号出現確率に従うならば $H = 4.03\text{bit}$ 、単純マルコフ確率に従うならば $H = 3.32\text{bit}$ というふうに変化し、 $1/$ 、エントロピーの減少とともに、システムは英文様構造に近づく。この場合注意しなければならないことは、人間が“構造”を認め得るためには、すでに人間の悩に空間 R に関する知識・法則がINPUTされていなければならない。

さてシステムが物理空間 N にある場合、その複雑なシステムが発生する情報とは、物理量のゆらぎとか単純でない変動である。変化の大きさ(数値)は空間 R の記号に相当する。その時系列(サンプリング値)を $X: x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ とし、時系列 X のエントロピー H を考える。列び X および X の同時確率分布 $p(X)$ は、空間 N にあるシステムの法則・現象に支配される。 X のエントロピーは、

$$H = - \int_V p(X) \log p(X) dv \quad (1)$$

で与えられる。複雑なシステムの時系列の変化は予測し難く、そのままでは扱い難い。時系列をパワースペクトル密度関数 $P(f)$ 、又はその対数 $N(f) = 10 \log P(f)$ に変換すれば、扱い易い。 f は周波数である。 $P(f)$ はウイナー・キンチンの定理により、自己相関関数 $C(\tau)$ と等価でありタイムラグ τ といった記憶減衰に関する情報を含む。 f は雑音発生源におけるエネルギーの大きさと関係し、 τ は衝突時間に関係する。この報告書では $P(f)$ の一般化関数を求めた後、エントロピー H との関係を導く。 $P(f)$ として、小宇宙(キューサー)、抵抗体、半導体、神経系の連続スペクトルを扱い、測度を計算し、発生源の構造との関係について、考察する。

2. 連続スペクトル密度の一般化関数とエントロピー密度関数

連続スペクトルの周波数領域 $f_{n-1} < f \leq f_n$ でのスペクトル指数 α_n を定義し $P_n \propto f^{-\alpha_n}$ とする。次に単位関数 $u_n(f) = 1$ (上記領域内), $= 0$ (領域外) を定義すると、すべての連続スペクトルは、(2) 式の関数で表示することができる。/2/

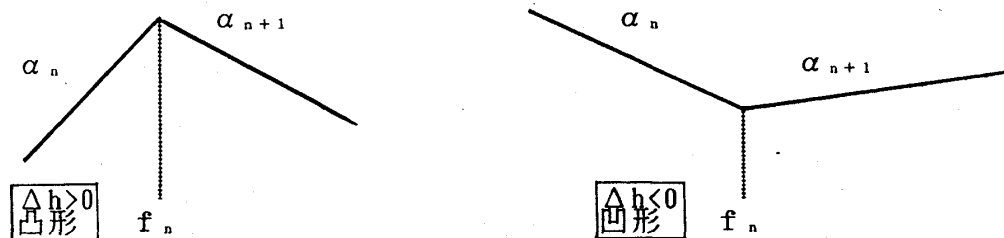


図1 スペクトル形とエントロピー密度

$$P(f) = \prod_{n=0}^k P_n(f)^{\alpha_n(f)} \quad (2)$$

$n=0$, k はそれぞれ、スペクトルの始まりの最小周波数、終りの最大周波数に対応する。時系列 X の同時確率分布 $p(X)$ を正規分布とすると、エントロピー密度 h すなわち

$$h = \lim_{m \rightarrow \infty} H/m$$

が計算でき、収束し (3) 式のように、時系列のパワースペクトルから求められる。/3/

$$h = \frac{1}{4 f_k} \int_{-f_k}^{+f_k} \log P(f) df + \frac{1}{2} \log 2 f_k \quad (3)$$

(3) 式に (2) 式を代入して計算すると、すっきりとした関数 h を得る。/2/

$$h = 0.5 \left\{ \log P_0(f_0) + \sum_{n=0}^k (\alpha_{n+1} - \alpha_n) \cdot \left(\log f_n - \frac{f_n}{f_k} \right) + \log 2 f_k \right\}, \text{ただし } \alpha_0 = 0 \quad (4)$$

(4) 式から部分エントロピー (一部の周波数帯域の値, $f_k \rightarrow \infty$)

$$\Delta h = \sum_n (\alpha_{n+1} - \alpha_n) \log f_n \quad (5)$$

に着目する。(5) 式は、特定周波数帯域における時系列のエントロピー密度を与え、スペクトル指数が変化する点の周波数値の対数と、これをはさむスペクトルの指数差との積から計算できる。1 Hz 以上の変動の系を考えると、(5) 式は、上に凸のスペクトル形を持つ情報源はに対して $\Delta h > 0$ を与え、下に凸のスペクトル形を持つものに対して $\Delta h < 0$ を与える (図1)。これは、システムにおける特定周波数領域の変動が、情報 (または構造) を捨てている、あるいは生成しているのに対応すると考える。実際の観測データを対象にして考察する。

3. 宇宙電波とエントロピー

特定周波数領域 $0.01 < f < 100 \text{ GHz}$ におけるクェーサー (QSO) からの連続スペクトル雑音電波 (宇宙雑音) を我々は持っている (図2)。^{/4/} QSO は、宇宙の最外郭にある (数十億光年以遠) 銀河様天体で、強い電波を放出しているものがある。プラズマジェットと磁場との相互作用によるシンクロトン放射と考えられているが、電波源は構造を持つことがVLBIの観測で知られ始めてきている。この電波は数十億年前の宇宙の情報を持つので興味深い。式(5)に赤方偏移 z による補正 $f = F(1+z)$ [F : 受信値周波数] を必要とする。QSO電波のフラックス密度 (Jy)、周波数 ($0.01 < F < 100 \text{ GHz}$) は、国立天文台・野辺山で多数の文献から収集・編集されたデータベースを使い、赤方偏移は文献5を参考にした。表1に8個のQSOとその赤方偏移、図2のようなスペクトルから計算できる Δh 、QSOの特徴を掲げる。図3にQSOの赤方偏移 z と情報の測度 Δh の関係をプロットした。

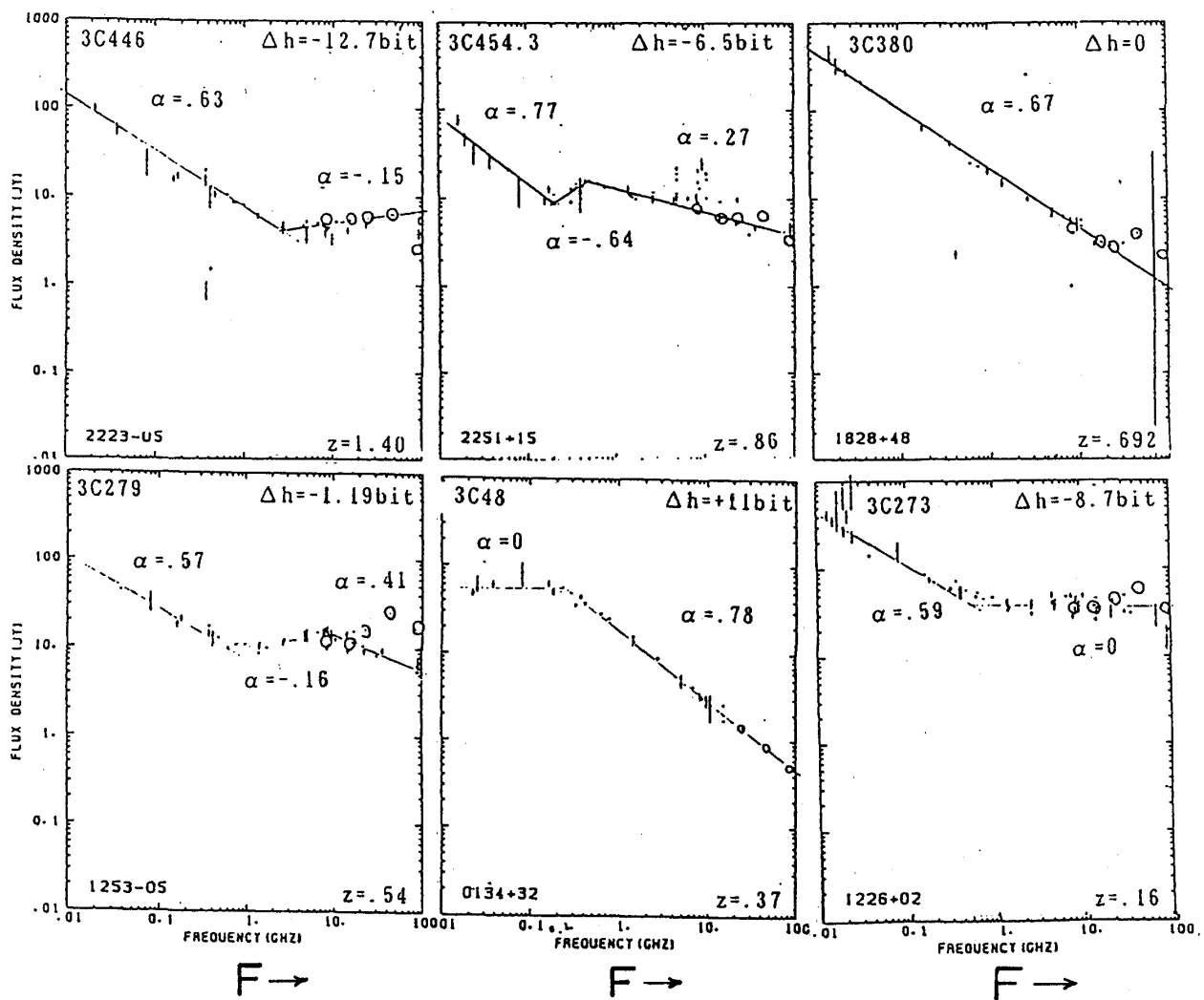


図2 クェーサーの電波フラックス密度 (Jy) と観測周波数 ($0.01 < F < 100 \text{ GHz}$)

表 I QSOの電波源に関する情報の測度と発生源の構造

QSO	3C446	3C454.3	3C380	3C216	3C345	3C279	3C48	3C273
Z	1.40	0.86	0.692	0.67	0.595	0.54	0.37	0.16
Δh	-13	-6.5	0	-7.5	-7.7	-1.2	+11	-8.7
特徴	*1	*2	*3			*4	*5	*6

*1 激変光天体(1等級/1日)。*2 変動の大きい天体。*3 無視出来る程度の変動。
 *4 構造が観測されていない。*5 安定。*6 プラズマジェットが片方だけしか観測されない/6/(普通のQSOでは、対のジェットを観測)。

図3では、表IのQSO以外に電波銀河(3C84:セイファート, $Z=0.017$, $\Delta h=-20$ bit, 3C274:M87, $Z=0.0043$, $\Delta h=0$)の計算結果も示した。このうちセイファート銀河は、活動の激しい極めて特異な天体である($\Delta h=-20$ と低い値であることに注意)。図3で、QSOの内、ジェットが片方しかない3C273以外は、右下がりの傾向を持っている。すなわち、 z が増すと Δh が減じる。これは、古い宇宙ほど活動が激しく構造生成が激しいことを意味する、と考えられる。図の傾斜(右点線)から、測度と赤方偏移の関係式

$$\Delta h = -7.0 - 32 \log_{10} z \quad (6)$$

が得られる。参考までに電波銀河の傾斜(左点線)は、式(6)の-32と同じであるが、左の群の性質を知るためには、もう少しデータが必要である。

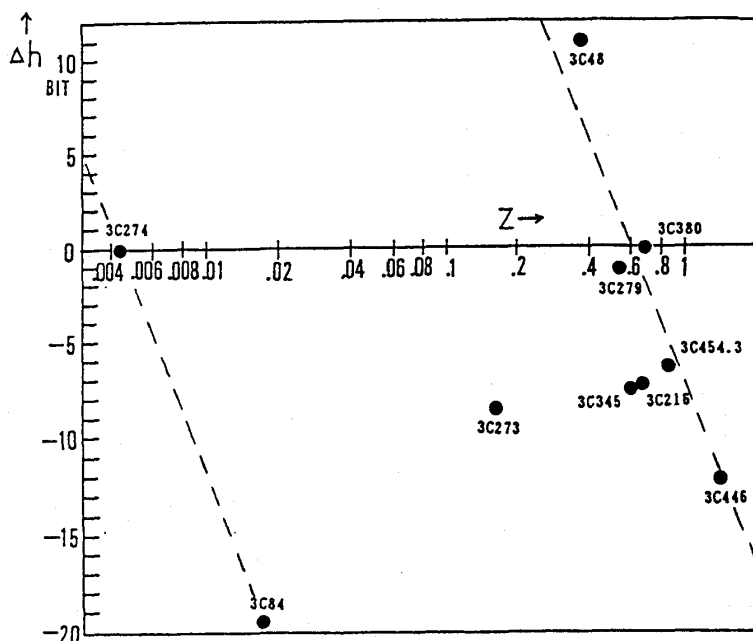


図3 QSOの構造の測度 Δh と赤方偏移 z (電波銀河2例含む)

(Δh と z に相関があれば、小宇宙<QSO等の銀河様天体>の年齢と構造に相関関係があると推定できる事になる)

スペクトル図2で、周波数が高い程、電波源の電子エネルギーが高い。図の凹凸は、異なる電波源の電波の重ね合わせであり、QSOから数珠つなぎのようにして、連続して出ていると考えられる。エネルギーは、QSOの重力エネルギーから供給され则认为されており、図の右に位置する電波程QSOの深いところからエネルギーを得ていると考えられる。以上の事から、 Δh の値が負側に深くなるほど、構造のはっきりした活動の激しい電波源ジェットからの宇宙雑音であるとの描像が得られ、既に知られているQSO描像と、定性的に合う。

4. 物質系・生体系のゆらぎとエントロピー密度

物理量の変動のパワースペクトルが $f^{-\alpha}$ の形をしたスペクトルを出すゆらぎは、物質系や生体系に存在する。表IIに、抵抗体の低周波数側の雑音/7/、MOSFETのテレグラフ雑音/8/、Qプラズマ装置のラングミュア短針における電位ゆらぎ/9/、有髄神経軸索の膜電位の静電位ゆらぎ/10/、巨大神経細胞の自励発振電位パルス列のゆらぎ/11/ について、周波数領域・ α ・スペクトル形状・ Δh を示す。

表II 物質系・生体系のゆらぎのスペクトル

系	抵抗体	MOSFET	Qプラズマ	神経軸索	神経細胞
周波数領域* ¹ Hz	1<f<1000	10 ⁻³ <f<10 ⁺⁵	10k<f<100k	16<f<3.2K	0.0005<f<0.5
特徴周波数* ² Hz	200	0.3	20k	1.3k	無し
形状* ³	凹	凸	凸	凹	線分
α * ⁴	1, 0	0, 2	0, 4.8	1, 0	1
Δh bit* ⁵	-3.8	-2.0	+37	-5.3	0

*1 測定または観測周波数領域。 *2 スペクトル線が折れ曲がる点の周波数。

*3 凹は下に凸のこと。 *4 例えば抵抗体の $\alpha=1, 0$ は、周波数200Hzでフリッカノイズから白色雑音に変化する事を表す。 *5 MOSFETの形状が凸で $\Delta h<0$ となるのは特徴周波数が1Hz以下であるため。神経細胞の $\Delta h=0$ は、観測周波数領域内で $\alpha=1$ 以外のゆらぎが現れないためである。

表IIに列挙したものは、種類の異なった物質・生体の系である。観測周波数帯域もそれぞれ異なり、 Δh の値の直接的な比較は意味がない。同一の種類の系、周波数帯域での Δh には物理的な意味（現象を支配する物理的な構造）が含まれてくる。表は白色雑音から α が1, 2等のゆらぎに変化する例が示されている。 α の違いは、現象の物理的性質の違いで、（5）式右辺の差の項はゆらぎ発生源の物理的構造を数量化したものと考えられる。 α の変化する点の周波数値は、例えば衝突がドミナントにきいてくる現象（衝突周波数）への

入口であれば、密度や温度、エネルギーという大きさを示し、その対数値は系の活性（発）度の数量化である。従って、(5)式 Δh は、系の物理的構造、活性を表す測度と考えることが出来る。MOSFETとQプラズマの指数差（ α の差）を見ると、一方は+2、他方は+4.8と異なり、現象の物理的構造の違いが数値に現れている。抵抗体と神経軸索とは、指数差がいずれも-1と等しく、更に同様な周波数帯域でのエントロピー Δh は、それぞれ-3.8、-5.8と近い値で、同周波数帯域帯域における現象の物理構造が似ていることが示唆されている。神経細胞の Δh は0で、3桁にわたる低周波数の広帯域でゆらぎの構造が無いことが示されている。これは神経系情報処理の場において、数秒から数10分にかけてゆらぎに構造があれば不利であることが示されている。

凸（ $\Delta h > 0$ ）と凹（ $\Delta h < 0$ ）の意味について、輝線・吸収線スペクトルの意味するところから考える。輝線スペクトルは $\alpha_n \rightarrow -\infty$ かつ $\alpha_{n+1} \rightarrow +\infty$ に相当し、凸形の極限である。吸収線スペクトルは $\alpha_n \rightarrow +\infty$ かつ $\alpha_{n+1} \rightarrow -\infty$ に相当し、凹形の極限である。前者は原子または分子のエネルギー場（不連続）の電子に関して励起状態からエネルギーの低いレベルに遷移する時に生じる（系からエネルギーを放出、系のエネルギーの減衰）。輝線スペクトルのエントロピーは $\Delta h = (+\infty - (-\infty)) \log \lambda / 2\pi$ （ λ :スペクトル波長）である。これは、2エネルギーレベルをもつ構造（レベル間に壁がある。これが構造の存在の証拠。係数の ∞ は不連続構造に対応する。）の存在を示し、エネルギー放出の系である。吸収線スペクトルの場合 $\Delta h = (-\infty - (+\infty)) \log \lambda / 2\pi$ で、逆符号、上記と同じく構造存在（係数に ∞ が入るため不連続構造）を示すが、エネルギー吸収の系である。 Δh の係数に ∞ が入らない一般の場合、構造は存在するが隔ての壁が連続的に変化するような系であると考え。符号の区別は、エネルギー放出系、吸収系に対応すると考える。放出、吸収によって系に構造変化が生じると、スペクトル形状や Δh の値に変化が生じる。以上の見方をすると、表IIの抵抗体、神経軸索は壁が連続的に変化する構造をもったエネルギー吸収系、そしてMOSFET、Qプラズマは壁が連続的に変化する構造をもったエネルギー放出系と見ることが出来る。Qプラズマの場合の Δh の係数は他より高いが、変化の割合が高いと思われ、壁はプラズマ・シースに相当する。/12/

5. 結 論

はじめに文字空間における記号系列（時系列を意識して呼ぶ）に対して、その構造を測る測度、情報エントロピー H が存在することを示した。 H は文字空間（記号系列が発生する空間）を作った法則（統計的、無記憶、記憶等）に支配され、法則が精密なほど H の値は減少し、構造が現れてくる。これでエントロピー H が、文字空間の構造の測度であると理解した。つぎに物理空間における時系列は、それを発生するシステムの現象の物理法則に支配されていなければならない、時系列のパワースペクトル密度関数からエントロピー密度 h を導き、その部分関数 Δh がシステムの物理構造の測度であることを、小宇宙系、物質系、生体系より観測される連続スペクトルのデータを取り上げ、例証した。

キューサーの電波のデータと貴重なコメントを頂いた、川口則幸氏、井上 允氏、森本雅樹教授（国立天文台・野辺山）、亀野誠二氏（東大・理）、加藤龍二氏、田原博人教授

(宇都宮大・教育)、またMOSFETのテレグラフ・ノイズに関して教示頂いたM. Schulz教授(Univ. Erlangen)に感謝します。

文 献

- /1/ N. Abramson著, 宮川 洋訳: 情報理論入門(Information Theory and Coding), 1986, 好学社, p39.
- /2/ N. Tanizuka: Proc. Int. Conf. On Noise in Physical Systems and 1/f Fluctuations, 1991, Ohmsha Ltd., p401.
- /3/ 日野幹雄: スペクトル解析, 1986, 朝倉書店, p83.
- /4/ 谷塚 昇, 川口則幸, 御子柴 廣, 井上 允: VLBI国内ネットワークシンポジウム収録, 1992, 国立天文台・野辺山, p136.
- /5/ R. A. Preston, et al.: Astronm. J., 1985, vol. 90, num. 9, p1599.
- /6/ R. J. Davis, et al.: Nature, 1991, vol. 354, p374.
- /7/ 武者利光: 応用物理, 1977, 第46巻, p1144.
- /8/ M. Schulz and A. Papas: Proc. Int. Conf. On Noise in Physical Systems and 1/f Fluctuations, 1991, Ohmsha Ltd., p265.
- /9/ N. D' Angelo and L. Enriques: Phys. Fluids, 1966, vol. 9, p2290.
- /10/ H. E. Derksen and A. A. Verveen: Science, 1966, vol. 151, p1388.
- /11/ 武者利光: 応用物理, 1985, 第54巻, p429.
- /12/ N. Tanizuka: Jpn. J. Appl. Phys., 1991, vol. 30, p. 171.