

教師教育における数学者の役割 II

—RIMS 共同研究の目標と現状—

三重大学教育学部 蟹江幸博 (Yukihiro Kanie)

Faculty of Education, Mie University

目次

1 はじめに	1
2 共同研究の進行状況と本講究録の構成	2
2.1 第 1 回会合	2
2.2 第 2 回会合	3
3 第 0 班の課題	5
3.1 改めて数学不要論に	5
3.2 算数・数学教育の必要性	7
3.3 高等教育の場合	7
3.4 教育数学に向けて	9

1 はじめに

本講究録は、RIMS 共同研究「数学教師に必要な数学能力に関する研究」の一年間の成果をまとめたものである。それは 2008 年度の RIMS 共同研究「数学教師に必要な数学能力形成に関する研究」を継続発展させたものである（その内容については RIMS 講究録 [6] を参照していただきたい）。

数理解析研究所において、初めて数学教育に関わる研究テーマが採択された経緯については、[6] の最初の記事 [5] をご覧頂くこととして、ここでは再度触れることはしない。その発展としての今年度の共同研究の経緯と成果について、報告させていただく。

昨年度と同様、この共同研究は5月と12月の2回に分けて行った。1回目の2009年5月26日～5月28日の集会は研究所で行ったが、2回目の2009年11月30日～12月3日の集会は、研究所が耐震改修中であったため、滋賀大学の大津サテライトをお借りして行った。共同研究者でもある滋賀大学のスタッフには大変お世話になった。ここで感謝しておきたい。

2 共同研究の進行状況と本講究録の構成

まず、昨年度の共同研究について、大略を述べておくことにしよう。

昨年度は、教員養成系大学・学部の大学生・大学院生をコア・モデルとして、将来、数学教師になる学生に必要な数学の力をどのように形成すればよいかについて議論し、さらには、大学・大学院における新たな数学教育法の開発についても考えてきた。また、新しい視点での教材の開発も重視したいと考えた。

教員養成系の大学院生（主に修士）の研究課題として、学術的に価値のあるものをどう捉えるべきかという問題も取り上げた。その際、具体的な研究課題の発掘といった個々の事例を問題とするだけではなく、パラダイムとして確立することを目指した。なお、本共同研究においては、教員養成系大学学部の大学生・大学院生を中核的な対象とはするが、その成果は、理学部等における学生・大学院生に対する教育、さらには、現職教員の能力向上のための研修等においても貢献できるものを期してきた。

総勢13名の少人数では到底達成が覚束ないほどのテーマであるが、数学教師の教育に関わってきた数学者の、この時点で考えうる最低限の分担責任として設定したものであった。12月の会合ではそれを確認しただけというありさまであったが、それでも、講究録に向けて、可能なことに絞って、年度末まで頑張った成果が講究録[6]であった。

本年度は、数学の教育者に必要な数学能力自体も視野に入れて、これらの研究を深め、発展させることを目的とした。

2.1 第1回会合

5月26日から5月28日までは、各班が講究録までに行った仕事の報告と、それを踏まえて今年度の達成目標を設定するための集会を持ったのである。昨年度来、6つの班に分かれて活動している。第1回までは、昨年度の総括をするための班であり、それから、今年度の活動の母体として再編することになった。各班のテーマを挙げておくと

- 第0班 数学の教育に数学者が関わるべき理念と実際の理論化
- 第1班 教員養成系における学部教育内容の理想的モデルの構想
- 第2班 教科専門科目の内容を活用する教材研究の指導方法
- 第3班 学校数学の背景としての数学史：教師教育における事例研究
- 第4班 学校数学の社会的意義・活用状況：教師教育における事例研究
- 第5班 学校教育専修における教育・研究のあり方の検討

となっている。

会合では、今年度の研究の進め方や共同作業のあり方についての検討・意見交換を行い、第2回の集会まではほぼ昨年度と同じ陣容で作業を行うこととなった。視野を広く持つために、東北大学の森田康夫氏から、学術会議や数学会などでのグローバルな動きについての情報を提供していただいた。

第2回の集会までの間、日本数学会での秋季総合分科会の教員養成系大学・学部教員懇談会において、各チームの作業進行状況の確認と検討や意見交換を行った。第1班（丹羽，松岡，川崎）はインターネットを利用してアンケートを行い、さらに秋には伊藤氏を加え、熊本大学でチーム内の集会を持った。第2班（青山，中馬，神）は、滋賀，東京，松江でチーム内の集会を持った。第3,4,5班（河上，安井，金光，伊藤）は、8月の日本数学教育学会の機会に集会を持った。第0班は定期的に会合を行いながら、できるだけ広い視野を心掛けながら、議論を広げかつ深化させていった。

2.2 第2回会合

11月30日から12月3日までの大津の滋賀大学サテライト会場で行なった集会で、各チームごとの取り組みの報告が行われ、その実際的な実現形態や実現に向けての方法について参加者全員による討論が行われた。と同時に、チームを超えた協力関係の確立に向けての擦り合わせを行った。

第1班の成果は現在の教員養成系大学・学部で具体的にどのような数学的内容が教えられているかの、ダイナミックな確認であった。総単位数が少ない中、何をどう学生に身につけさせるか、各大学での苦悩する実状が認識された。第1班の目的は本来、「理想の」カリキュラムの作成にあり、その予備的作業としてのアンケートであった。そのため、今後は「数学教師の養成に必要な数学専門科目の標準モデルの構想」にしばった取り組みをする。

講究録の内容は、現在の教員養成系大学・学部の数学専門科目の講義内容をまとめ、それに考察を加えた[13]と、中学校・高等学校の数学教師の養成における数学専門科目の標準的なモデルを構想した[14]である。

第2班は、前年度の内容を敷衍し、より実践可能な形のを提案すること、さらに新たに、数の概念とその学校教育における取扱の分析を課題として取上げるようになった。そのための予備的な、教科書の調査を、第2チームに新加入の曾布川と青山が担当することになった。

講究録の内容は、前年度の内容をより広めかつ深めた [1] と、小学校教員養成における数学者の役割を考察した [2] である。

第3班と第4班はテーマの広さに比してメンバーが少ないこともあり、作業をする上で重複する内容が少なくないこともあって、新3班に統合することになった。チーム名を「学校教育の教科内容の背景にある数学の事例研究～歴史的状況や社会的状況と関連して～」として、歴史や社会の状況とも関連させながら、学校教育の教科内容の背景にある数学の事例について、数学の体系性や本来の数学との関連性を強く意識しながら、開発していくこととなった。

講究録の内容は、担当者の個別な興味に基づくいろいろな素材をまとめた [11] である。

第5班は、班構成の変更のため、新4班となった。この班は、教員養成系の大学院教育の実践例の収集とより合目的化したあり方を模索する「教育学研究科における教育・研究のあり方についての研究」を継続する。担当者が一人であり、現実的には個々の事例をあげる以上のことはできていない。講究録の内容は、担当者が行った事例の報告 [3] である。

これについては、F. クラインも言うように、話題としては小さなものでもよいが、何かしらの達成感のある研究をすることが教育者としての資質の根底になればならない、という点が強調されるべきだろう。

数学者養成でない数学科での卒業研究にも似たような意味合いがあり、そういう取り組みとしては、学習院大学の飯高茂氏の営為を紹介しておきたい。彼のセミナーの卒業研究では、小粒だが興味深い数多くのテーマが取り扱われていて、その成果は彼のサイト (<http://www-cc.gakushuin.ac.jp/~851051/iitaka1.htm>) にアップされている。

第0班は、数学者の数学の教育への関わり方の考察を一般化させ、「教育数学」の構想に向けて、一步を進めることとなった。これについては§3で述べる。

なお、どの班の取り組みも、数学教育に数学者が関与することの意味と意義についての視点を欠くことのないように、という共通認識を持つことを確認した。

また柴田氏 [17] には、数学教師に期待されている能力の一端につき、PISA という鏡に照らして見ることを通して、我々とは異なる視点を提供していただいた。

3 第0班の課題

3.1 改めて数学不要論に

昨年度の「数学教師に必要な数学能力形成に関する研究」から「数学教師に必要な数学能力に関する研究」にテーマを変えたのは、我々は当然のこととして「数学教師には数学的な能力が必要である」ことを前提として議論してきたが、それを前提とする議論でいいのだろうかという反省からでもあった。

教員養成大学・学部でのカリキュラムでは、小学校で算数を教えている大半の教師に、十分な数学的素養を期待できるようなものでないことは、[6]で注意しておいたが、数学的能力がさほど必要でないと考えている、社会一般の了解事項と現場の教師たちの安易さがあって、「分数を知らない大学生」を生み出す要因ともなっている。

しかし、我々には明らかだと思われることが、世の中に受け入れられていないとしたら、算数の教育には数学的知識が要らないというような議論をのっけから間違いだと切り捨ててしまうのではなく、それらに対抗しうる確固とした根拠と信念を、我々自身持っているかということを考えてみるのが大切ではないだろうか。まずは脚下照顧である。

まず、教員養成に直接関わる枠組みとして児童・生徒に対する教育の場と、それを担う教師を育成するという場における、数学不要論的主張を、対応させながら見てみることにしよう。

初等・中等教育での数学の質

「小学校で学ぶ算数以上の数学は日常生活には必要がない」というのは世間でよく言われる言葉である。

これに端的に答えれば、「必要ない」というのは、この話者がそういう数学を意識的に使っていないと言っているに過ぎないし、多くの人が使っていないことを意味してはいない。また、この種の発言をする人は、小学校で実際に教えられている算数がどのようなものであるかということを熟知しているわけでもない。

また「2次方程式を実生活で解いたことがない」という言葉も象徴的である。しかし、例えば直接には測れないような長さを求めるという状況は、それこそどんな人にも起こり得て、ピュタゴラスの定理を使うことになれば2次方程式を解かずには済まない。

公教育で何をどれほど教えるべきかという内容は、時代とともにまた、国際的な関わりとともに変化する。誰かが使わずに生きられたからと言って、使わずに生きた方が良く他人に強制する権利はないのである。

しかしこの種の認識が、大学での初等・中等教員を養成する場で、「小学校教師育成には大学での数学の知識は必要ない」という議論にすり替わると厄介になる。誰でもそうだが、何かを教えようとするとき、その人の持っている目一杯の知識を教えることはできるものではない。当然、十分に知っている知識しか教えることができないものである。そのために、余裕をもった数学的知識を、大学時代に学んでおくことは、教師としての資質の底固めとして重要である。さらに、時代の変化とともに教える内容が変わって行った時にも、自分の持っている知識の余裕の範囲内に収まっていることが望ましい。

知識の範囲内にない時にも、それを補うことのできる（数学的）知識の獲得能力を大学時代に育成しておくことは必須だと言える。

基本的に、最初に述べたような種類の数学不要論は、算数・数学（教育）に対する誤解や無理解に基づくところが多く、しかも、文教政策に影響力のある人々の中にこの種の発言をする人の少なくないことが、問題をさらに難しくしている。第3班の活動は、それらに応えることも視野に入れている。

初等・中等教育での算数・数学教育の質

「算数を教えるときに、その内容以上の（数学的）知識は必要ない」とか、またそれとは別の面からだが「算数を教えるには、社会や自然との関係などの背景知識の方が重要」という議論もある。

これも誤解や無理解に基づくもので、同じように反論ができるのだが、これが大学での教員養成の場での議論になると、「教師教育をする教員には高度な数学の知識は必要がない」とか「教師教育をする教員には数学的専門知識を持つものは不要である」、さらには「数学的専門知識を持つ教員数を削減して、教室運営などにものの言える人を増やすべきだ」という議論に変わっていく。

「数学の（初等教育の）教師養成のための教育には数学的専門知識を課さない方が良い」というのはまだ良い方で、「数学の（初等教育の）教師は数学的専門知識を持たない方が良い」という（我々から見れば）暴論が、教師志望の学生に向かって語られることさえ起きている。

結果として実際に、教員養成大学・学部における教科の専門家（数学教育の場合の数学者）の地位を低められたり、人員の減少が引き起こされたりしている。教員養成大学・学部は、文科省からの人員削減の圧力が、高等教育全体の中でも強

く懸かる部署になっているのである。

3.2 算数・数学教育の必要性

初等教育で算数・数学を教える理由は、複雑な現代社会で不自由なく自覚的に生きるために必要な知識だからである。さらに、民主主義の社会では、政策的意思決定に（直接的にでなくとも）参加することが期待されており、その判断のために必要な知識や技術だからであると言ってよい。最も間接的な関与は選挙での投票であろうが、その時でさえ、投票によって生じる結果責任は負わねばならず、そのためには結果を予想できるだけの能力を持たねばならない。

また、複雑な構造・機構を持つ現代社会の利便性を享受するには、社会の構造や機能の理解と、制御可能性について知っておく方が良いのは明らかで、それらの理解に必要な最低限の算数・数学的知識は、時代とともに、質量ともに増えている。にも拘らず、「依らしむべし。知らしむべからず」という言葉が、今の政策担当者にとっても基本方針となっているのではないかと思われることが少なからず起きている。

この種のことを踏まえた算数・数学教育を行うためには、カリキュラムや教材だけでなく、教授法もしくは姿勢を意識的に構築する必要がある。また、それを教授する教育担当者の育成でもそうした意識を忘れてはいけない。それらは、この共同研究の底流に強く流れている共通理解であったが、それを十分反映した形の成果はまだ挙げられていない。今後の課題である。

3.3 高等教育の場合

高等教育で数学を教える理由は、多く、現代社会を支え発展させるために不可欠な知識・技術を習得するための、基礎となる知識だからである。

科学・技術の本質的な進歩は、対応する数学的技術や構造的な理解が構築されるに伴って、確立していくものである。（現象論的段階、実体論的段階、本質論的段階という三段階を螺旋状に繰り返しながら科学技術は発展するという方法論的な理論が、筆者の学生時代には常識化していたことを懐かしく思い出す。）

しかしここでも、数学不要論が語られることがある。それは多くの場合、数学者による数学教育の不要論ないし有害論の形で述べられることが多い。数学者はそれに対して反論をしていないわけではないのだが、受け流されるばかりで効果はない。また、説得力のある反論になっていないこともあるだろう。

数学者が教授する場合、教育内容や手法は、とにかく一般的また普遍的になりがちである。数学的内容が同じであるなら、分野横断的に、統一的な形式で扱おうという努力をする。

一方で、現場の要請は、当然のこととして、具体的また個別的な傾向にある。工学部の方がされる数学的な講義の配布物を見る機会があるが、何より分量の多さに驚く。覚えるべき公式や事実として提示される量の多さには圧倒されるほどである。実務的な知識を得たり研究をするには必要だからという理由で、提示されているのだろうということは分かるのだが、現代の（現代でなくてもそうだったのではないかと思われるが）多くの学生が理解できる量を超えているように感じる。（理解できなくても、触れておくだけでも役に立つという議論も聞こえてくる。）量も程度を越せば質になる。実務では、理解しているに越したことはないが、理解していなくても使えればよいという立場が取られやすい。講義時間数の削減のために、ゆったりと理解させている余裕がないのも事実だろう。

数学者が教授する場合、何よりも学生に理解させようとする。やむを得なければ、内容は減らすことも辞さない。現場は、それでは困る、役に立たないと感じる。19世紀末に、F. クラインが数学教育運動に関わる切っ掛けになったのは、純粋数学的教育を受けた若手数学者が工科大学で教える内容やスタイルが輦轡を買ったことで起きた数学者ボイコットに対処するためでもあった。その時のクラインの対処法は、一言でいえば、大学で突然高等数学を始めるから拒絶反応が起こるのだから、高校以下の教育を改革して、せめて初歩の微積分を高校で教えられるようにするというものだった。

この問題については根本的な解決がされたことはなかった。ために、繰り返し、数学の教育問題の議論の中で話題に取り上げられる。19世紀末から20世紀初めに掛けての有名なクラインやペリーの運動 ([15]) のほかにも、1903年にAMS会長だったE.H. ムーアが高校の数学教育改革が必要であると言い、そのために純粋数学と応用数学の教育の融合を唱えた ([16])。

数学者が数学教育改革に影響を及ぼすと碌なことはないという風潮もある。初等教育に抽象数学の枠組みを導入しようとしたNewMathは、数学者からも批判を受け、失敗している。

数学教育に対する数学者の立場や意見は実に千差万別であり、統一的な見解があり得ないほどのものであることも、数学界の外からは考えられもしないほどである。NewMathが大半の数学者に支持されなかったのと同じように、工学部向けの数学の講義内容が今のままでよいと思っている数学者は多くないのである。

社会の状況の変化や、科学技術の進歩に伴い、教授すべき内容は変わっていくべきである。しかし、そうした節目に、強いバイアスがかかって、思ってもみな

い方向に流されることも起こる。

アメリカでは、近年多くの数学者が数学教育の問題に関心を払うようになり、カリフォルニア大学バークレイ校の MSRI においてもそのような研究集会が何度となく持たれている。

数理解析研究所 RIMS で、今回のような共同研究が採択され、それなりの成果を上げつつある今、本格的に数学者が数学の教育に参加する場が日本でも設けられるべきではないだろうか。実は、5月の第1回会合の最終日に、RIMS の高橋陽一郎氏と本共同研究の参加者との会合を持った際に、そのような意見が持ち上がり、次年度、可能であれば RIMS でそのような研究集会を持つ方向で努力しようという話がまとまった。

数学者が数学の教育に関わる、また関わるような議論をする公認された場が、日本では保障されていない現状は問題だろう。だからこそ、RIMS にそういう場を作ることがまず必要であろうということになった。より広い視野を持った運動とするためには分かりやすい旗が必要である。これまでの歴史的経緯から内容が限定される「数学教育」という言葉でなく、新しく「教育数学」という言葉を掲げることになった。

具体的に作業の内容を持っていない第0班がその担当になるのは、やむを得ないところであった。そのため、第0班の守備範囲が拡大し、初等中等教育の教員養成の枠を越えた、視野を持つ必要に迫られた。

教育数学の理念と実際を作る。その構想を練ることが、第0班の主要なテーマになってしまった。そのため、この共同研究の流れの中から、少し脇に逸れたところからの総体的な下支え的役割をするということになった。

3.4 教育数学に向けて

数学教育と教育数学の違いをスローガンの的に述べてみる。とくに教えるべき内容に関して言うなら、

「数学教育は、出来上がった数学（カリキュラム）をどう教えるかを問題にするものであり、教育数学は教育の諸々の様相から実際に数学者が関わることのできる部分を取り出す営為である」

ということになる。実際に、分科として成り立つほどのものが取り出せるかどうかは分からないが、できることからやってみることにした。

まず、大学の理科系学部の基礎教育部分の長年の係争について、一度正面から見つめてみることにした。そのため、工学の数学的教育の中から、とりわけ基礎

と呼ぶことのできそうな、静力学を取り上げることにした。そこでなら立場の違いが少ないのではないかと考えたからだし、また、世界的に定評のある教科書があるからでもある。そうした静力学の教科書として [12] を取り上げて、この問題を考えてみたのが、本講究録の中の [10] である。

また、本共同研究との関わりで言えば、教材研究、特に新しい教材開発には数学的知識が必要であることは言うまでもなく、この活動も教育数学の枠内に捉えることが出来るだろう。ただし、教員養成の立場よりは若干広い視点に立つことが要求されるだろう。そういう意味では、第3班の活動を直接的な教材作りよりも、少し基本的、包括的、根本的な教材へのアプローチというようにシフトさせたものと言える部分を含んでいるだろう。

「教育」と「数学」という言葉の組み合わせとしては、「数学教育」と「教育数学」しかないわけだから、あまり聞いた記憶はないが、どこかに「教育数学」という言葉を使って、何かしらの主張がされていないかということが気になる。

そこでそういう使用例を探してみた。すると、戦後には目立った使用例はないが、戦前に、『新輯教育数学講座』というシリーズが昭和十年代に共立社から刊行されていたことが分かった。実は、あまり期待をしないで、この講座の内容を調べてみた。もちろん、我々とは立場は違うものの、実に真剣に構想されていたことが分かったのである。報告するだけの意義があると考えた。詳しいことは [9] を見ていただく。

これから、いろいろな形や局面で「教育数学」を掲げていこうと考えているが、まず、数学を取り巻く関連諸分野から、数学の教育をどう考え、またどのような要望があるのかということを知りたいと思う。そのための研究集会が、来年度の RIMS 研究集会として採択されたことを報告して、今回のまとめに代えることにしたい。

参考文献

- [1] 青山陽一，中馬悟朗，曾布川拓也，神直人『教科専門科目の内容を活用する教材研究の指導方法 II (Team2 プロジェクト)』本講究録所収。
- [2] 平井安久，曾布川拓也『数学者からみた「算数教育」について』本講究録所収。
- [3] 伊藤仁一『教育学研究科における数学の研究-修士論文指導等における 2,3 の事例-』本講究録所収。

- [4] 蟹江幸博, 岡本和夫『数学教育 T F—高校数学と大学数学の接点』三重大学教育学部紀要, 第 49 巻, 教育科学 (1998), 97-113.
- [5] 蟹江幸博『数学教育における数学者の役割—RIMS 共同研究の目標と現状』数理解析研究所講究録 1657(2009), 1-22.
- [6] 蟹江幸博編『RIMS 共同研究 数学教師に必要な数学能力形成に関する研究の目標と現状』数理解析研究所講究録 1657(2009), 178 ページ.
- [7] 蟹江幸博, 佐波学『エアランゲン就任講演にみるクラインの数学観について—試論—』三重大学教育学部研究紀要, 第 60 巻, 教育科学 (2009), 219-236.
- [8] 蟹江幸博, 佐波学『教育数学序説—古代における教育と数学の類型—』三重大学教育学部研究紀要, 第 61 巻, 教育科学 (2010), 187-218.
- [9] 蟹江幸博, 佐波学『数学教師に必要な数学能力とは何か—戦前における数学教師養成の一断面—』本講究録所収.
- [10] 蟹江幸博, 佐波学『「専門基礎としての数学」とは何か—教育数学の必要性—』本講究録所収.
- [11] 河上哲, 金光三男, 安井孜, 磯川幸直, 山中聡恵『学校教育の教科内容の背景にある数学の事例研究 ～歴史的状況や社会的状況と関連して～』本講究録所収.
- [12] Meriam, J.L., Kraige, L.G. : *Engineering Mechanics, volume 1, STATICS*, sixth edition, John Wiley & Sons, Inc., (2008).
- [13] 丹羽雅彦, 松岡隆, 川崎謙一郎, 伊藤仁一『「教員養成大学・学部の数学専門科目の講義内容についての調査」の結果とその考察』本講究録所収.
- [14] 丹羽雅彦, 松岡隆, 川崎謙一郎, 大竹博巳, 伊藤仁一『中学校・高等学校の数学教師の養成における数学専門科目の標準的なモデルの構想』本講究録所収.
- [15] ペリー／クライン『数学教育改革論』(丸山哲郎訳) 明治図書出版株式会社 (1972).
- [16] 『ペリー, ムーア数学教育論』(鍋島信太郎訳) 岩波文庫 (昭和 11 年).
- [17] 柴田勝征『高度情報化社会における PISA 型リテラシー教育の意味』本講究録所収.