

ペンローズ格子上のイジングスピン系

小田 垣 孝 (アランダイス大)

宮島 佐介 (中部大学)

1. 要約

周知のごとく Schechtman らにより発見された5回対称性を有するアルミニウム-マンガン合金の2次元模型ペンローズ格子の性質を明かにするため、タイトバインド模型等を用い波動関数、エネルギーバンド、状態密度についての解析が進められている。我々はイジングスピンをペンローズ格子上に配置しその系のスピン統計を吟味することにより、オンサーガーが厳密解を与えた従来のイジング模型、サイトorボンドランダムなイジング系などとユニバーサリティ類の意味に於いてどのような関係にあるかを調べた。

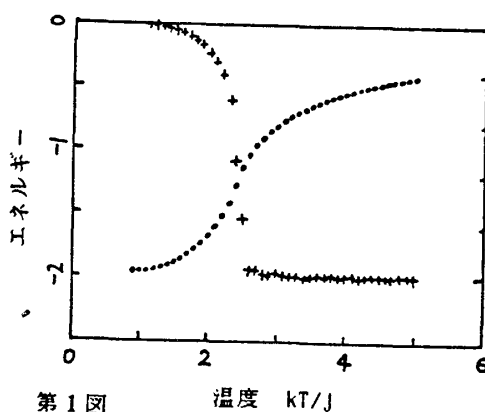
比熱、磁化、帯磁率の指数は夫々 $\alpha=0.13$ 、 $\beta=0.22$ 、 $\gamma=1.42$ であり、スケーリング則をほぼ満足している。

2. モデルおよび方法

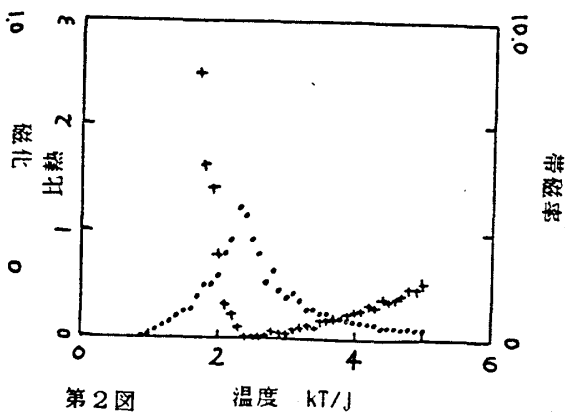
ペンローズ格子からN個の部分系を抜き出し、その格子点上にイジングスピンを配置し、そのボンドの両端の2つのスピン間に交換相互作用(強磁性的または反強磁性的)を仮定する。解析法としては、Monte Carlo 法および実空間の繰り込み法を用いる。Monte Carlo 法はよく知られた方法であるので、その詳細は省略し結果のみ以下に示す。

3. 強磁性の場合

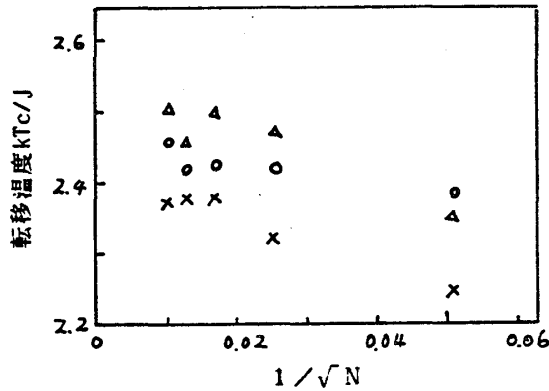
先ず、第1図には約10000個の格子点からなる系の内部エネルギーと磁化の温度変化を示している。第2図には内部エネルギー、磁化の時間的な揺らぎから求めた比熱および帯磁率を示している。第3図には内部エネルギー、磁化、比熱および帯磁率から推定される転移温度をいろんなNに対して示してある。これから転移温度 kT_c は 2.425 と求まる。比熱、磁化、帯磁率のdataから夫々のexponentは 0.13 ± 0.08 、 0.22 ± 0.04 および 1.42 ± 0.29 と推定される。この数値はpureイジング模型と大きくずれている。それにもかかわらず、だいたいスケーリング則 $\alpha + 2\beta + \gamma = 2$ を満たしていると言える。



第1図



第2図



第3図

4. 反強磁性の場合

反強磁性の場合にも、上の強磁性と同様の計算を行なう予定である。特殊な場合として興味のあるのは、細い菱形の短い方の対角線の両端にあるスピン間にも、 αJ なる反強磁性的交換相互作用を導入すると、frustrationが生じる。このfrustrationの起きる場所が（frustrationの量のみではなく） α につれて大きく変化する。即ち、 α の小さいときは、 αJ なる相互作用を有する（細い菱形の近い方の）1対のスピンの内、隣接格子点の少ない方のみfrustrateする。 α が大きくなると細い菱形の αJ を有するpairは固定し、むしろそれと直交する他のpairの両方が揺らぎ始める。従って α の変化に際し、揺らぐ場所の移動のみならず揺らぐスピンの数が2倍になるという新しい変化が見いだされている。

5. 実空間繰り込み群による解析

ベンローズ格子は太い菱形と細い菱形とからなっているが、これをさらに細分すると第4図の様に背の高い2等辺3角形と背の低い2等辺3角形との組み合わせと考えられる。第4図に示されている様なinflationをすることができるので、臨界現象の実空間繰り込みの方法を適用することができて（適当な平均操作を必要とするが）交換相互作用についてのrecurrence formulaが得られる。以下、繰り込み群の常套手段に従って処理をすることにより、転移点や臨界指数を求めることが出来る。現在、固定点を求めるための数値計算を行なっている。

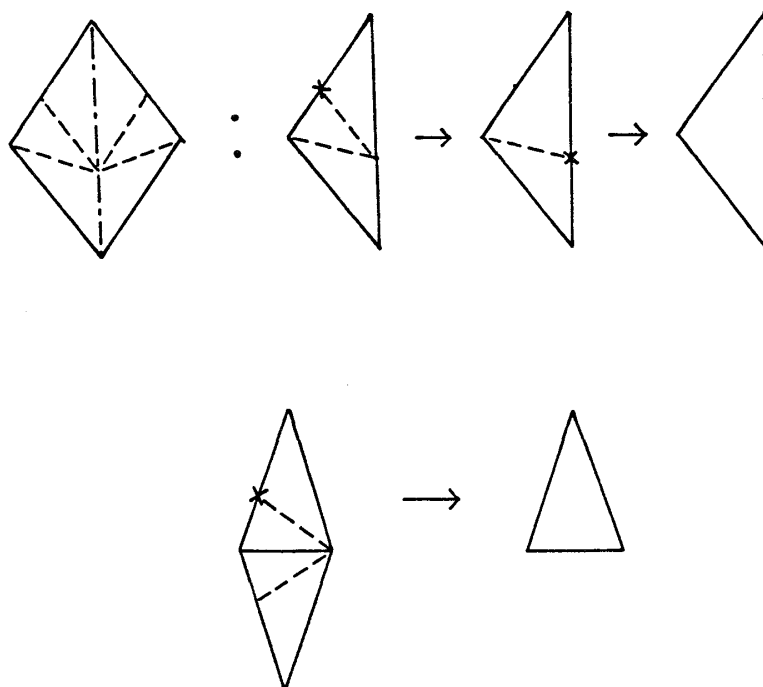
6. その他

上述の様にイジングスピンをおき、そのスピン統計を調べて格子のユニバーサリティについて吟味すると同様に強力な方法と思われるものとして次のものが考えられる。

6. 1 ベンローズ格子上でのpercolation problem

6. 2 ベンローズ格子上での成長模型の解析（細胞とくに癌細胞の成長、伝染病の広がり方、森の木の火災時の罹災地のパターンなど）

これらの解析についても現在進行中である。



第4図 繰り込みの1例 X点の所で、Y- Δ 変換を
することにより繰り込むことができる。