

一般化シフト写像のダイナミクスの解析

Analysis on Dynamics of Generalized Shift Map

吉川 敏文* 合原 一幸**
Toshifumi YOSHIKAWA Kazuyuki AIHARA

伊東 晋* 宇都宮 敏男*
Susumu ITOH Toshio UTSUNOMIYA

*東京理科大学 理工学部 電気工学科
Faculty of Science and Technology, Science University of Tokyo

**東京電機大学 工学部 電子工学科
Department of Electric Engineering, Tokyo Denki University

1. はじめに

決定論的力学系が示す長期予測不能なふるまいはカオスとして知られており、その典型的性質は、初期値に対する鋭敏な依存性として、記号列が一方向へシフトしていくシフト写像によって説明できる⁽¹⁾。このシフト写像にシフト数の変換と記号列の一部を変える変換を組み合わせることによって、さらに複雑な変換をおこなうように構成した写像が、一般化シフト写像である⁽²⁾⁽³⁾。一般化シフト写像は任意のチューリングマシンと1対1の対応が成り立つ。したがって、チューリングマシンの1つである万能チューリングマシンと等価な写像が存在し、この写像が生み出すダイナミクスをコンプレックスカオスとよんでいる。コンプレックスカオスは非常に複雑なふるまいを示し、例えば初期値を完全に指定したとしても、長時間後のふるまいの予測はチューリングマシンの停止問題と同様に決定不能となる、カオスより強い性質の予測不能性をもっている。

このように、計算万能な系は周期とカオスという従来の力学系の概念でとらえることは難しい。しかしこの問題に対し、Langton は、「計算万能な系は秩序相と無秩序相の相転移上に存在する」という仮説を示し、これをクラス4のセルオートマトン⁽⁴⁾がクラス1, 2（周期）とクラス3（カオス）との相転移上にあるという観点から検討をおこなっている⁽⁵⁾。

本論文では、この考えを一般化シフト写像のコンプレックスカオスに関し検証

する．ここで一般化シフト写像を対象とする利点は、

- (1) 一般化シフト写像は 2 次元平面の区分線形な写像に埋め込むこと
ため⁽²⁾⁽³⁾、多自由度系のセルオートマトンに比べて解析が容易であること．
- (2) チューリングマシンと等価な関係にあるため、計算論的な考察ができること．

があげられる．まず一般化シフト写像から生みだされるダイナミクスを、周期型・相似型・カオス型・ゆらぎ型・コンプレックスカオス型の 5 つのクラスに大きく分類する．この 5 つのクラスのダイナミクスが、全ダイナミクスの状態相のなかで、どのように位置づけられるかを解析の目的とする．このため解析では、ダイナミクスのマクロな性質に着目し、各ダイナミクスの 2 次元平面での軌道を粗視化した⁽⁶⁾シンボル系列を扱う．はじめに粗視化したシンボル列に対するサイトエントロピー⁽⁷⁾⁽⁸⁾を求め、ロジスティックマップに対する結果と比較してダイナミクスの状態を情報論的に推定する．さらに複雑さの尺度を導入し、これをランダムネスの尺度であるエントロピーと対応させることにより、ダイナミクスの状態遷移の様子を解析する．

2. 一般化シフト写像 Φ

本章では、一般化シフト写像 Φ について説明する．まず写像 Φ の定義を述べる．次に記号列の上で展開される写像 Φ の軌道を、2 次元平面上に変換する方法を述べる．最後に無限にある Φ の集合から、本論文で実際に解析の対象とする写像 Φ の選定法について説明する．

2. 1 写像 Φ の定義

力学系のカオスは、両側無限記号列 $a = (a_i)_{-\infty < i < \infty} = (\dots a_{-1} \cdot a_0 a_1 \dots)$ に対するシフト写像 $\sigma: (a_i) \rightarrow (a_{i-1})$ によって説明される．例えばカオスの初期値に対する鋭敏な依存性とは、写像 σ によって記号列 a の右端のセルの状態が時間とともに小数点の方向へシフトしていくために、初期値の微小な誤差が指数的に拡大していく性質を表す．

一般化シフト写像 Φ は、このシフト写像 σ の定義をより一般化した写像で、時

刻 n における両側無限記号列 $a(n) = (\dots a_{-1} \cdot a_0 a_1 \dots)$ に対し,

$$\Phi : a(n+1) = \sigma^{F(a(n))} (a(n) \oplus G(a(n))) \quad (1)$$

と定義される. ここで F は a から整数への写像, G は a から有限記号列への写像, また $\oplus$ は列の置換を表す演算である. 写像 F および G の値は, $a(n)$ 内の有限個のセルからなる領域 $DO D$ (Domain of Dependence) の値により決まる.

式(1)は, $a(n)$ 内の有限個のセルの記号を記号列 $G(a(n))$ で置き換え, さらに列全体を $F(a(n))$ の値だけ左か右へシフトさせる変換を表している. 例えば $DO D$ を $a_{-1} \cdot a_0 a_1$ とし, 写像 Φ の値を表 1⁽²⁾⁽³⁾ のように定めた場合, 記号列 $a(n) = (\dots 10.111\dots)$ は, $DO D$ の値が

0.11 であるので $G = 0.00$ でこれを置換し,

さらに F の値 -1 だけ列をシフトさせる

ことにより, $a(n+1) = (\dots 1.0001\dots)$

と変換される. 以下では, この例のように

$a(n)$ の各セル a_i は 0 か 1 の記号をとる

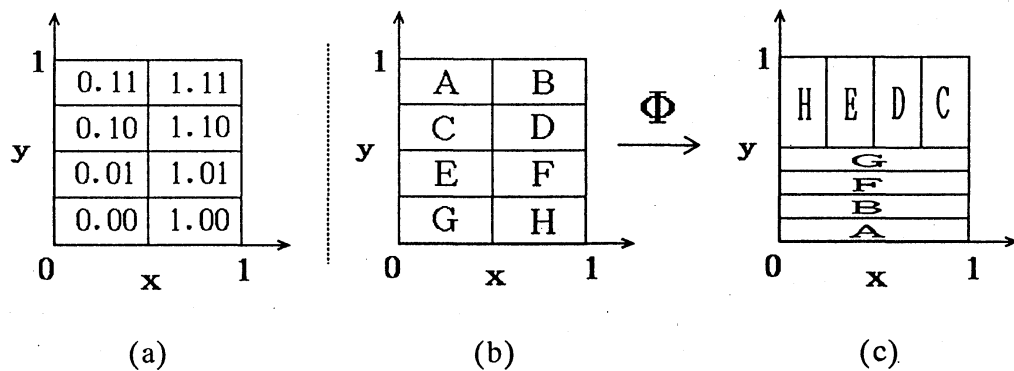
ものとする.

$a_{-1} \cdot a_0 a_1$	F	G
0 . 0 0	-1	0 . 1 1
0 . 0 1	+1	1 . 0 1
0 . 1 0	+1	1 . 1 1
0 . 1 1	-1	0 . 0 0
1 . 0 0	+1	0 . 0 1
1 . 0 1	-1	0 . 1 0
1 . 1 0	+1	0 . 1 1
1 . 1 1	-1	0 . 0 1

表 1 写像 Φ

2. 2 2次元平面での写像 Φ

写像 Φ は両側無限記号列 $a(n)$ に対する写像であるが, この $a(n)$ を小数点を境に $(.a_{-1}a_{-2}\dots) = x_n$, $(.a_0a_1\dots) = y_n$ と, それぞれ x 座標, y 座標を 2 進展開したものと考えると 2 次元平面の点 (x_n, y_n) に変換でき, 2 次元平面での Φ のふるまいをみることができる. 例えば写像 Φ が 2.1 の表 1 のような場合, 2 次元平面では図 1 のような変換をおこなう写像になっている. まず各 $DO D$ の値は, 2 次元平面では図 1 (a) のような 8 つの区分領域となる. これに図 1 (b) のような A から H のラベルをつけると一回の写像によって, 各領域は図 1 (c) のように変換される. この変換では, Φ を構成しているシフト写像 σ の作用は baker's map に対応している.

図1 2次元平面での Φ の変換

2. 3 解析の対象とする写像 Φ の選定

写像 Φ は、DOD、写像F、写像Gをパラメータとしており、これらを任意に組み合わせるとその数は無限に考えられる。そこで本論文では以下のような条件を定め、これをみたす写像を解析する対象にしている。まずDOD、写像F、写像Gの条件を、1) $DOD = a_{-1} \cdot a_0 a_1$ 、2) Fは-1もしくは+1の値をとり、かつ Φ の中では必ず両方の値が含まれる、3) $\oplus G$ はDODのみを置換する、と定める。これは2.1の表1の Φ の形式に対応している。そしてこの条件をみたす Φ のなかでさらに、4) 2次元平面上で1対1写像、となるものを選ぶことにする。1対1写像となる一般化シフト写像の集合はチューリングマシンと同等の計算能力をもつことが示されているため⁽³⁾、4)の条件は計算能力的に有効な写像を選ぶ意味をもっている。

F	G		DOD
-1	0.00	↔	0.00
-1	0.01		0.01
-1	0.10		0.10
-1	0.11		0.11
+1	0.01		1.00
+1	0.11		1.01
+1	1.01		1.10
+1	1.11		1.11

表2 解析の対象となる写像 Φ

条件1)~4)をみたす写像 F と G の組合せは表 2 (a) のようになる。したがって解析の対象となる写像 Φ は、これらに DOD の値を対応させることによって決まる。条件1)より、 DOD は $0.00 \sim 1.11$ の 8 つの値をとりうるので (表 2 (b))、その対応の総数は $8! = 40320$ 通りとなる。本論文では、このなかから乱数によって解析する写像を選んでいる。

3. ダイナミクスの分類

本章では、2.3の方法で選定した写像 Φ が生み出すダイナミクスを、定性的に分類するために、ダイナミクスの集合を大きく 5 つのクラスに分け、これらの特徴を説明する。

一般化シフト写像は、一方向のシフト写像のふるまいを双方向でかつ複雑となるように構成したため、そのダイナミクスの種類は写像の数と同じほど多様に存在する。これらを、記号列 $a(n)$ でみたパターンダイナミクスと 2.2 の方法によりえられる 2 次元平面での軌道 (x_n, y_n) の様子から、周期型・相似型・カオス型・ゆらぎ型・コンプレックスカオス型の 5 つのクラスに分類する。ここで、この分類は厳密な定義によるものではなく、多様なダイナミクスの種類をその特徴によって簡潔に表すために、便宜上定めた分類である。またこれは、乱数で定めたある 1 つの初期値に対しての分類であり、同じ Φ でも初期値を変えることにより、クラスが変わることがある。

(1) 周期型 周期型クラスに分類される写像 Φ は、例えば表 3 のような写像である。図 2 (a) と図 2 (b) は、それぞれこの写像に対する 2 次元平面の軌道とパターンダイナミクスである。ここでパターンダイナミクスは、横方向が記号列を表し、縦方向が下向きに時間発展を表している。またパターンは黒い部分が記号 '0' を表し、白い部分が記号 '1' を表している。ここで示されているのは、132 個のセルからなる記号列であり、時間は $n: 0 \leq n \leq 168$ の範囲である。またシフト変換は列をシフトさせる代わりに小数点を逆方向に動かしている。(つまり小数点を $-F(a(n))$ の値シフトさせている。) この表示により、記号が変化していないセルのパターンは垂直のストライプとなってみられる。2 次元軌道は 2.2 の方法によって変換された点 (x_n, y_n) の軌道を示している。

2次元平面軌道により、この写像が周期14の周期点であることがわかる。またパターンダイナミクスをみると、パターンが変化しているセルの範囲（正確にはDODが動いている範囲）をセル全体からぬいた部分、すなわちストライプ状の部分は、全く写像に影響しないことがわかる。したがって、この部分の記号を任意に変えても同じ周期をもつ周期点となり、このような周期点の集合は2次元平面上で面積（測度）が正となる領域を形成する⁽³⁾。このように周期点の集合が2次元平面で正の面積（測度）をもった領域を形成する場合を、周期型クラスとして分類している。

(2) 相似型 相似型クラスに分類される写像Φには表4の写像がある。図3(b)のパターンダイナミクスは相似なパターンが時間発展している。これは周期的にも見えるが、2次元軌道は閉じていない。この相似型には、無限記号列のどちらか一方の側に、'バリア'とよばれる記号列の壁が存在し、パターンの変化はこのバリアを越えることができないという性質がある⁽³⁾。例えば、図3(b)では記号列'01'がバリアとなっている。また、このバリアが存在するため記号列の片側は一定となり、2次元軌道は図3(a)のような特徴的な帯状の構造となる。

(3) カオス型 カオス型クラスには、例えば表5のような写像がある。このクラスには、図4(b)のようにパターンが一方向に遷移するもの、いいかえると単純な一方方向のシフト写像と同じふるまいをする写像を分類している。また2次元軌道は図4(a)のように平面内に局在した領域を形成するという特徴がある。

記号列のシフトは軌道の拡大（2倍）もしくは縮小（1/2倍）を表しており、時刻nまでの正味のシフト量の時間平均をとった、

$$\lambda(n) = \frac{\left| \sum_{k=0}^{n-1} F(a(k)) \right| \cdot \log 2}{n} \quad (2)$$

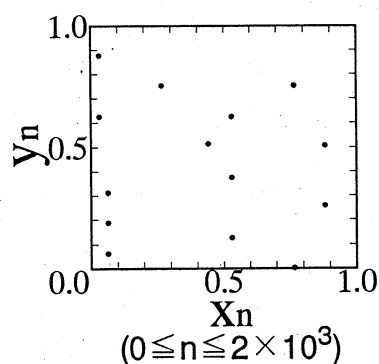
を軌道の拡大率と定める。カオス型では、軌道の拡大率の時間変化は図7(a)のように正の値へ収束する。

(4) ゆらぎ型 ゆらぎ型に分類される写像 Φ には表6のような写像がある。このパターンダイナミクスは図5(b)のようになり、一方向のシフト写像が左右両方向へ不規則にシフトしたようなふるまいを示す。またこのゆらぎ型は、次に述べるコンプレックスカオスと同じ性質（計算万能性）をもっている可能性もある。

(5) コンプレックスカオス型 コンプレックスカオスとなる写像 Φ は表7で与えられる⁽²⁾⁽³⁾。図6(b)のパターンダイナミクスは、周期的なパターンが間欠的に現れ、これが不規則にセル上を遷移する複雑なふるまいを示している。また軌道の拡大率は図7(b)のように時間とともに0に漸近している。つまりカオスとは異なり、その予測不能性は初期値に強く依存するものではない。コンプレックスカオスの予測不能性は、1.で述べたように決定不能性に起因している。

a_{-1}, a_0, a_1	F	G
0.00	+1	0.01
0.01	+1	0.11
0.10	-1	0.10
0.11	+1	1.11
1.00	-1	0.01
1.01	-1	0.00
1.10	+1	1.01
1.11	-1	0.11

表3 写像 Φ



(a) 2次元軌道



(b) パターンダイナミクス

図2 周期型

a_{-1}, a_0, a_1	F	G
0.000	+1	0.111
0.001	+1	1.111
0.100	-1	0.000
0.111	+1	0.001
1.000	-1	0.111
1.001	-1	0.001
1.100	-1	0.110
1.111	+1	1.001

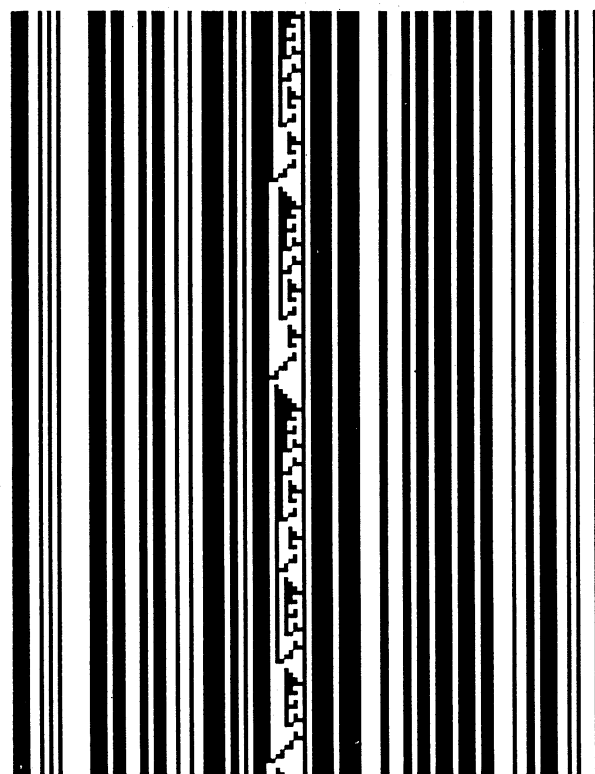
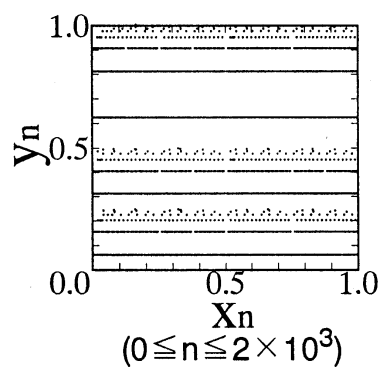
表4 写像 Φ 

図3 相似型

a_{-1}, a_0, a_1	F	G
0.000	+1	0.111
0.001	+1	1.111
0.100	-1	0.001
0.111	+1	0.001
1.000	-1	0.110
1.001	+1	1.001
1.100	-1	0.000
1.111	-1	0.111

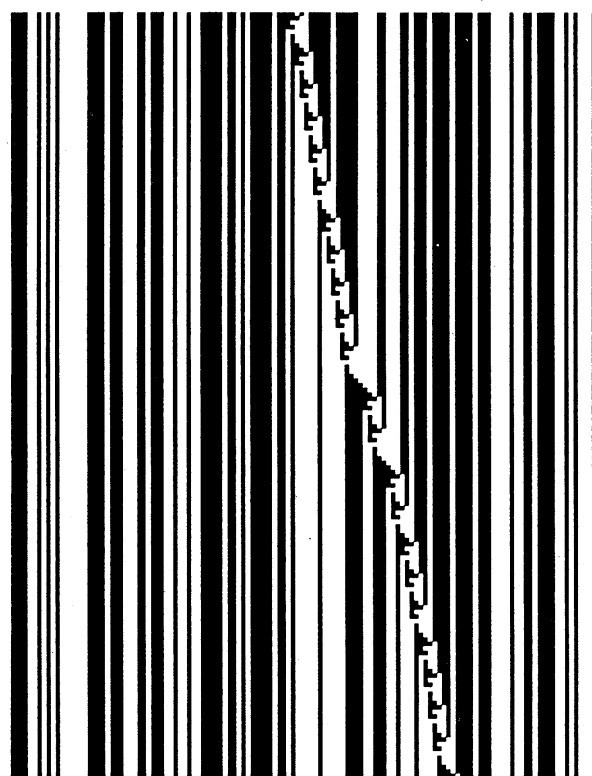
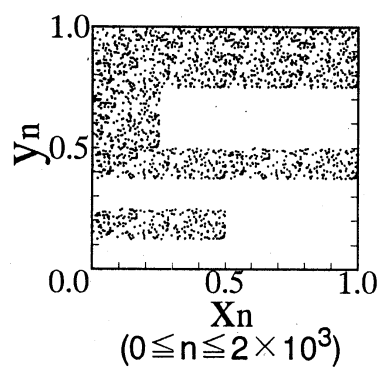
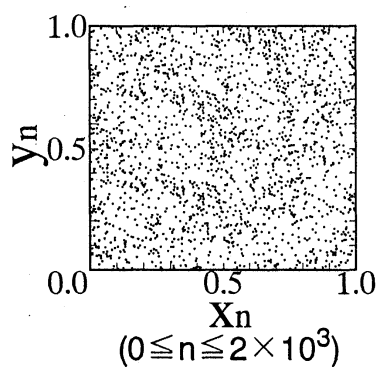
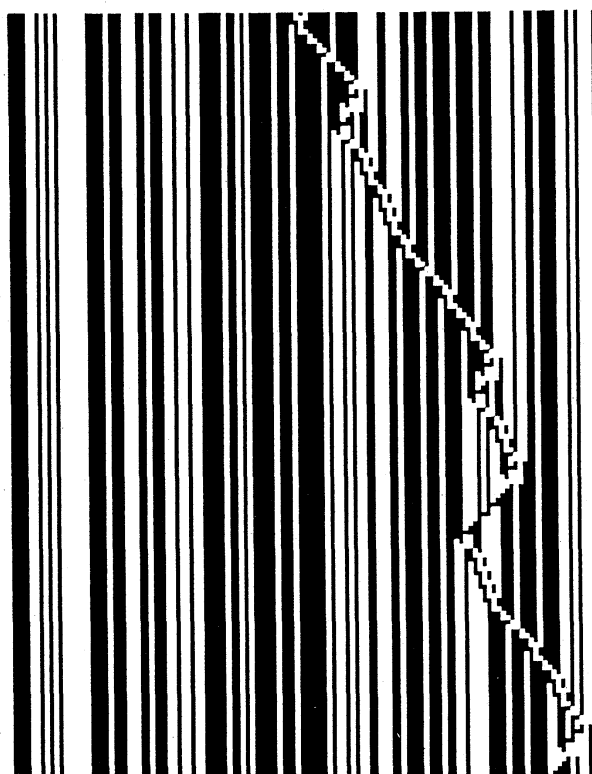
表5 写像 Φ 

図4 カオス型

a_{-1}, a_0, a_1	F	G
0.00	-1	0.11
0.01	+1	1.01
0.10	+1	0.11
0.11	+1	1.11
1.00	-1	0.00
1.01	-1	0.01
1.10	+1	0.01
1.11	-1	0.10

表6 写像 Φ 

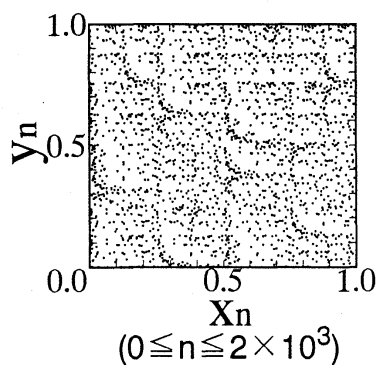
(a) 2次元軌道



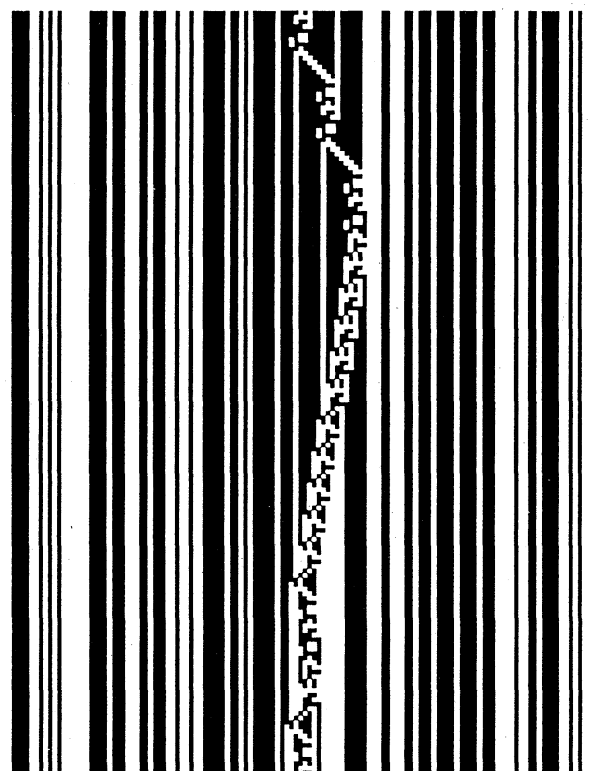
(b) パターンダイナミクス

図5 ゆらぎ型

a_{-1}, a_0, a_1	F	G
0.00	-1	0.11
0.01	+1	1.01
0.10	+1	1.11
0.11	-1	0.00
1.00	+1	0.01
1.01	-1	0.10
1.10	+1	0.11
1.11	-1	0.01

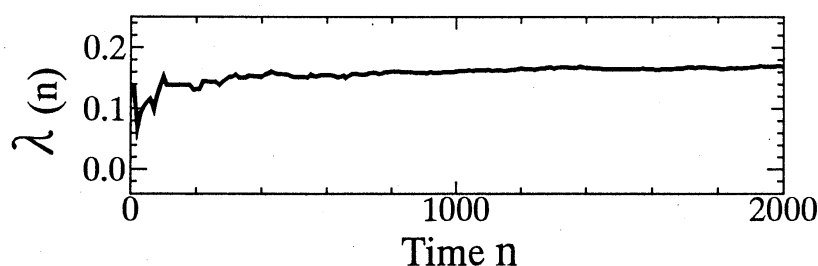
表7 写像 Φ 

(a) 2次元軌道

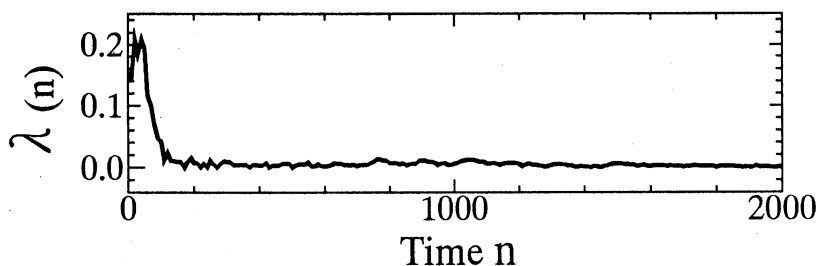


(b) パターンダイナミクス

図6 コンプレックスカオス型



(a) カオス型



(b) コンプレックスカオス型

図7 軌道の拡大率

4. ダイナミクスの解析

本章では、「計算万能な系は秩序相と無秩序相の相転移上に存在する。」という仮説に基づいて、コンプレックスカオスが相転移にあることを検証するための解析方法とその結果を示す。また本章でおこなう解析方法は、系の各時刻の状態を粗視化してえられるシンボル系列を用いるため、はじめに写像 Φ の軌道を粗視化する方法から説明する。

4. 1 軌道の粗視化

写像 Φ の軌道の粗視化は2次元平面でみた軌道に対しておこなう。2次元平面上で Φ の軌道が通過する領域を M とすると、 M に対する分割 $\alpha : M = M_0 \cup M_1$ を M_0 と M_1 の面積がほぼ等しくなるように定める(図8)。このとき時刻 n の軌道 (x_n, y_n) の状態 s_n は、その軌道が属する分割 α の領域によって、

$$s_n = k \Leftrightarrow (x_n, y_n) \in M_k, k \in \{0, 1\} \quad (3)$$

と粗視化される。ここで、分割を軌道が通る領域に対して定めたのは、カオス型クラスのように、軌道が平面内に局在した領域をとる場合を考えたためである。この粗視化によって写像 Φ はシンボル0, 1を出力する2元情報源と考えることができる。

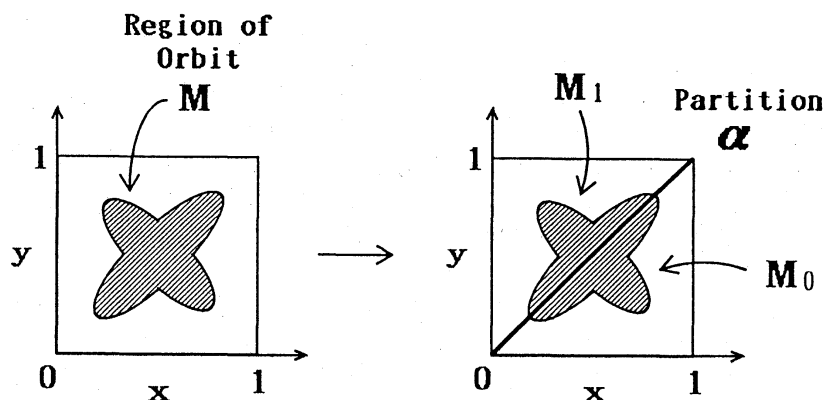


図8 軌道の粗視化

4. 2 サイトエントロピーによる解析

本節では、サイトエントロピーによって写像 Φ の5つのクラスの状態を解析する。

4.1の粗視化でえられたシンボルの時系列 $\{s_n\}_{0 \leq n < \infty}$ に対し、各時刻 n でそれまで出力された N 個のシンボル $s_{n-(N-1)}, \dots, s_n$ をまとめ、長さ N のシンボル列 $s_0 \cdots s_{N-1}$ とする。ここで、このシンボル列の生起確率を $p(s_0 \cdots s_{N-1})$ で表すと、長さ N のシンボル列に対する N サイトエントロピーは、

$$S(N) = - \sum_{s_0} \cdots \sum_{s_{N-1}} p(s_0 \cdots s_{N-1}) \cdot \log p(s_0 \cdots s_{N-1}) \quad (4)$$

と定義される。サイトエントロピー $S(N)$ は、力学系の状態に応じて特徴的なふるまいを示すが、これをロジスティックマップ $x(n+1) = a \cdot x(n) \cdot (1-x(n))$ の周期、カオス、ファイゲンバウム臨界点 ($a = 3.569945671 \dots$) に対する結果⁽⁷⁾⁽⁸⁾

(図9) を用いて説明する。まず周期状態 (×) では、その周期長以上の情報をもったシンボル列は生成されないため、周期以上の N で $S(N)$ は一定となる。またカオス状態 (□) では、ある N 以上で $S(N)$ は線形に増加

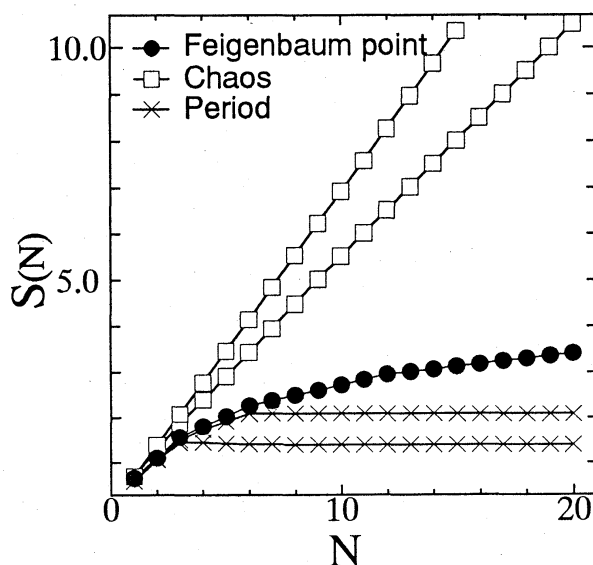


図9 ロジスティックマップのサイトエントロピー

する。この性質はマルコフ情報源がもつ性質であり⁽⁹⁾、シンボルがその N の長さをこえるとつながりなく生起されることを示している。周期とカオスの臨界点であるファイゲンバウム臨界点(●)では、 $S(N)$ はlog的な増加を示している。つまり $S(N)$ は N に対して発散するが、カオスに対応する線形発散よりも弱いという臨界的な性質を示している。

写像 Φ の5つのクラスが示すサイトエントロピーのふるまいは、図10のようになる。ここで図10(a)は横軸を N 、図10(b)は横軸を $\log N$ でとっている。コンプレックスカオス(●)の $S(N)$ はlog的な増加を示しており、ファイゲンバウム臨界点と同様、周期とカオスの間の臨界的な性質をもつことが示されている。また相似型($\triangle$)、ゆらぎ型($\diamond$)の $S(N)$ もlog的な増加をしており、これらも臨界的な状態であると考えられる。

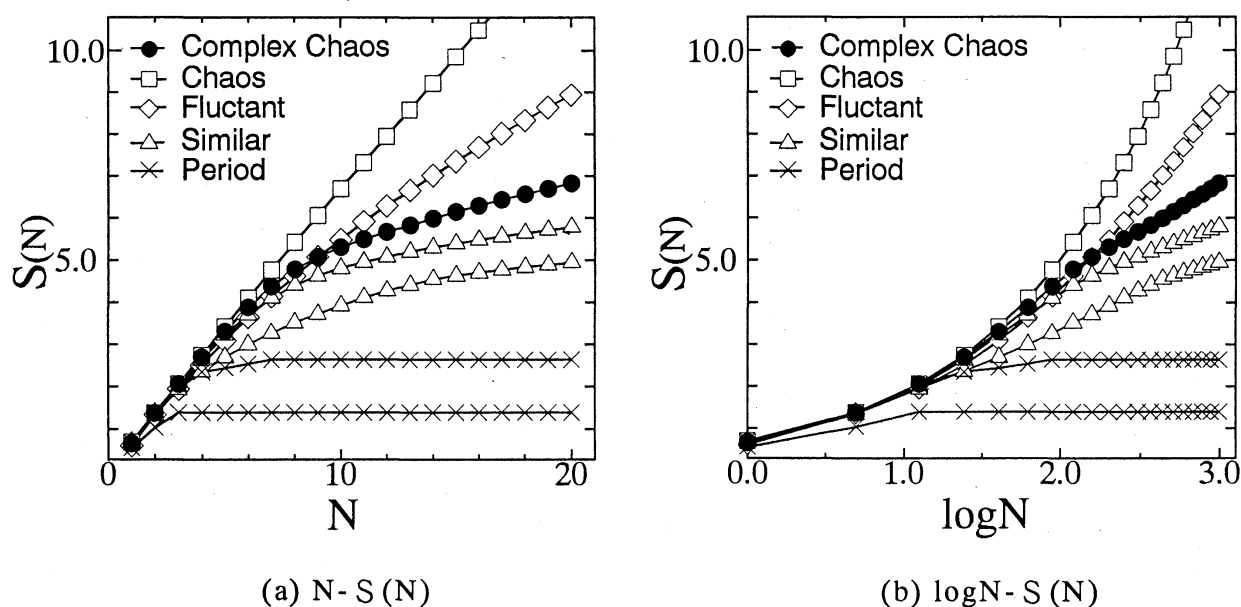


図10 一般化シフト写像のサイトエントロピー

4. 3 複雑さの尺度とエントロピーによる解析

本節では、エントロピーと複雑さの尺度を対応させて、写像 Φ のダイナミクスの秩序-無秩序相転移のようすを解析する方法とその結果を述べる。

4. 3. 1 複雑さの尺度

'複雑さ'という概念は相対的なものであり、そのとらえ方はいろいろと考えられるが、本論文では'複雑な系'を、「次の状態への遷移がそれまでの過去の履歴に大きく関わるような系」と定める。この複雑さの概念は、我々の複雑さに対する感覚に基づいており、ランダムネスと複雑さを明確に区別している。例えばこの考えに基づくと、サイコロを投げてえられる系列のような完全にランダムな系列は、前後につながりがないため、我々が感じるのと同様に複雑ではないとみなされる。

本論文ではこのような複雑さの尺度として文献(10)で定義されたEMC (Effective Measure Complexity)を導入する。EMCは、

$$EMC = \sum_{N=1}^{\infty} N \cdot (G(N-1) - G(N)) \quad (5)$$

と定義される。右辺の $G(N)$ はエントロピー減衰とよばれる量⁽⁷⁾⁽⁸⁾で、

$$G(N) = S(N+1) - S(N) \quad (6)$$

とサイトエントロピーの階差で定義される。このEMCは、サイトエントロピーを求めたシンボル系列 $\{s_n\}$ の複雑さをはかる尺度である。いま現在のシンボルの状態を s_n とする。文献(10)より、式(5)の右辺のエントロピー減衰の差分 $G(N-1) - G(N)$ は、長さ $N-1$ のシンボル列 $s_{n-(N-2)} \cdots s_n$ を知った下での s_{n+1} と $s_{n-(N-1)}$ の相互情報量に等しい。これを、

$$G(N-1) - G(N) = I(s_{n+1} | s_{n-(N-2)} \cdots s_n, s_{n-(N-1)}) \quad (7)$$

と表す。このとき式(5)は、

$$EMC = \sum_{N=1}^{\infty} N \cdot I(s_{n+1} | s_{n-(N-2)} \cdots s_n, s_{n-(N-1)}) \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
&= 1 \cdot I(s_{n+1}, s_n) + 2 \cdot I(s_{n+1} | s_n, s_{n-1}) \\
&\quad + 3 \cdot I(s_{n+1} | s_{n-1} s_n, s_{n-2}) + \dots \quad (9)
\end{aligned}$$

と変形できる．式(9)は， s_{n+1} を予測するために過去のシンボルを s_n から順に調べるという操作をおこなったとき，調べたシンボルからえられた s_{n+1} の情報量にそのシンボルが蓄積された時間を係数としてかけて，これを各操作の順に足し合わせたものを表している（図11）．したがってEMCは，次のシンボル s_{n+1} に関わる過去のシンボルの情報について，その情報量が大きいほど，またそれが遠い過去までつながっているほど，そのシンボル系列は複雑である，とみなして複雑さを評価した尺度である．

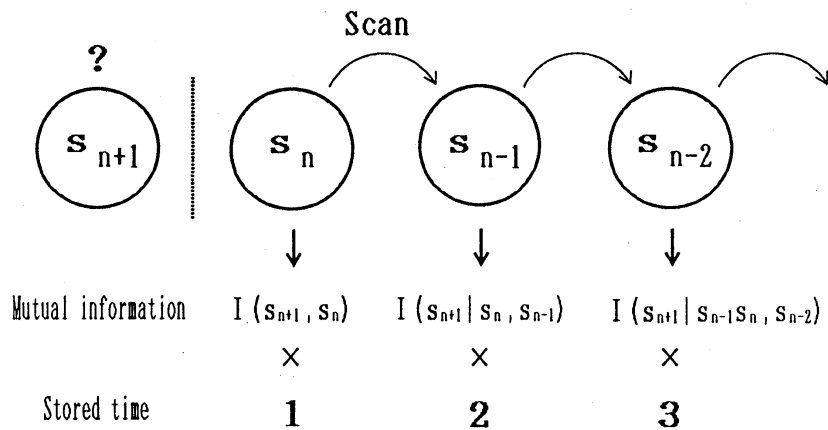


図11 Effective Measure Complexity

4. 3. 2 エントロピー対複雑さの尺度

縦軸に複雑さの尺度を，横軸にランダムネスの尺度であるエントロピーをとって系の各状態の値をプロットしていくと，図12のようにエントロピーの低い秩序相とエントロピーの高い無秩序相の間で複雑さがピークをなし，ここで秩序相と無秩序相が分かれる相転移のようすを示すことができる．例えば文献(11)では， ε -machine complexity を複雑さの尺度として，ロジスティックマップの相転移のようすを解析しており，文献(5)では，相互情報量を複雑さの尺度として，セルオートマトンについて解析している．

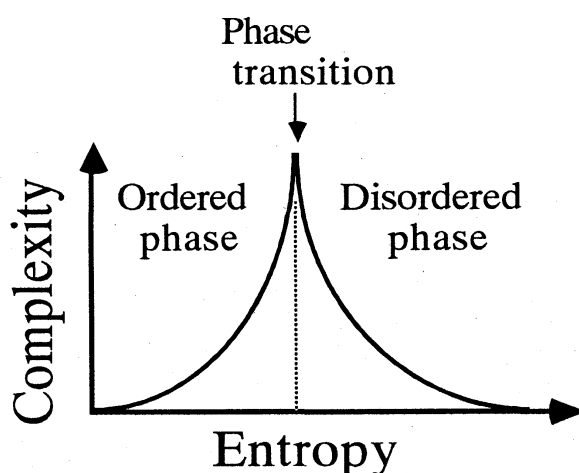


図12 エントロピー対複雑さの尺度

本論文では、EMCを複雑さの尺度として、写像 Φ のダイナミクスの解析をおこなった（図13）。図において縦軸は $N=19$ までのEMCを示し、横軸は $N=20$ のときのサイトエントロピーの相対エントロピー（ $S(20)/20\log 2$ ）を示している。また解析をおこなったダイナミクスは、周期型19, 相似型28, カオス型25, ゆらぎ型5, コンプレックスカオス型6の合計83種類である。図13では、演算時間、演算容量の都合上サイトエントロピーは $N=20$ まで、EMCは $N=19$ までの値で示しているが、これらの値はまだ収束しておらず、クラス間の状態遷移のようすは特徴づけられていない。

サイトエントロピー $S(N)$ とEMCを導く $G(N)$ のふるまいは、周期型は $S(N)$, $G(N)$:一定, カオス型は $S(N)$:線形増加, $G(N)$:一定, 相似型, ゆらぎ型, コンプレックスカオス型は $S(N)$:log的增加, $G(N)$:べき的減衰となる特性を有している。そこで、この漸近的なふるまいが明確な、周期型19, 相似型15, カオス型16, ゆらぎ型4, コンプレックスカオス型3の合計57のダイナミクスについて $S(N)$ と $G(N)$ の回帰分析をおこない、 $S(N)$ とEMCを推定した。ここで $S(N)$ は $N=16\sim 20$ のデータを用いて $N=25$ までの値を推定し、 $G(N)$ は $N=15\sim 19$ のデータを用いて $N=24$ までの値を推定した。推定した結果を図14に示す。まずこの図から、コンプレックスカオスはランダムではなく、つながりが長くおよんでいるという意味で複雑であることがわかる。またダイナミクスは相似型, コンプレックスカオス型, ゆらぎ型を相転移層として周期(秩序相)からカオス(無秩序相)へ状態遷移しており、その相転移層の中心に、高いcomplexityをもつコンプレックスカオスが位置するものと思われる。

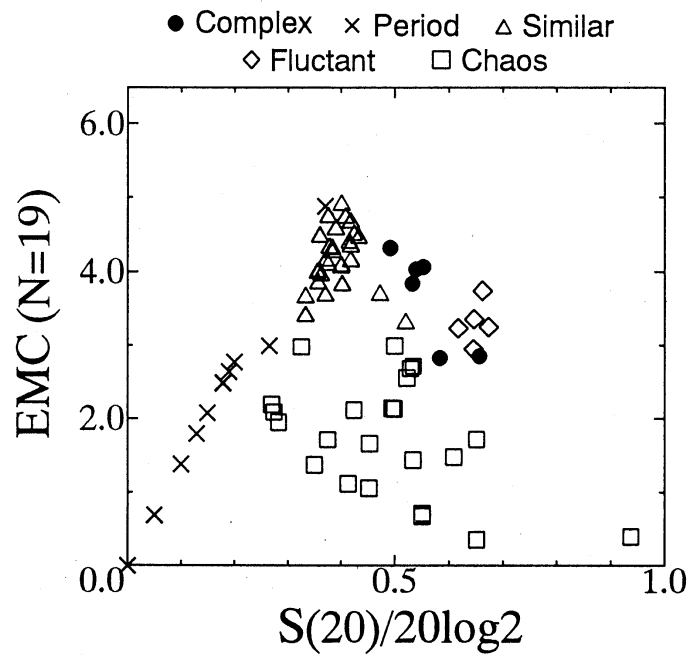


図13 エントロピー対 EMC

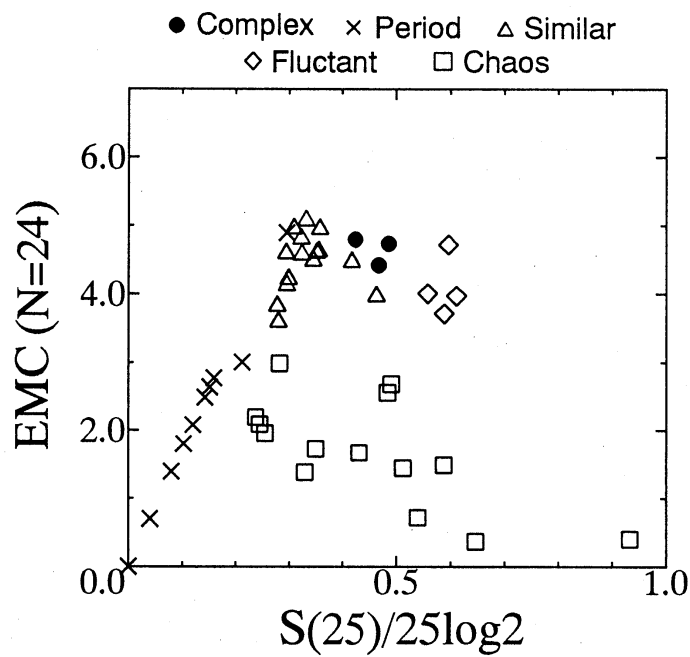


図14 エントロピー対 EMC (推定)

5. むすび

「計算万能な系は秩序と無秩序の相転移上に位置する」という仮説を、一般化シフト写像が生み出すダイナミクスのなかのコンプレックスカオスについて検討した。まず一般化シフト写像の軌道をシンボルに粗視化して、サイトエントロピーを計算した。その結果、コンプレックスカオスにおいてはlog的な増加となり、周期とカオスの間の臨界的な性質をもつことを示した。また複雑さの尺度であるEMCとエントロピーを対応させることにより、一般化シフト写像のダイナミクスの秩序-無秩序相転移のようすを示し、コンプレックスカオスが、その相転移上にあることを示唆する結果を示した。今後は、 ε -machine complexityのような系の計算能力を評価できる複雑さの尺度を導入し、1.(2)であげたように計算論的な考察をおこなう予定である。

<参考文献>

- (1) 合原一幸：“ニューラルコンピュータ”，東京電機大学出版局(1988)。
- (2) Moore C.：“Unpredictability and Undecidability in Dynamical Systems”，Phys.Rev.Lett.,**64**,20,pp.2354-2357(1990)。
- (3) Moore C.：“Generalized shifts : unpredictability and undecidability in dynamical systems”，Nonlinearity,**4**,pp.199-230(1991)。
- (4) Wolfram S.：“Universality and Complexity in Cellular Automata”，Physica **10D**,pp.1-35(1984)。
- (5) Langton C.G.：“Computation at the Edge of Chaos : Phase Transitions and Emergent Computation”，Physica **D42**,pp.12-37(1990)。
- (6) 高橋陽一郎：“力学系における決定性と非決定性”，日本物理学会誌,**44**,4,pp.269-276(1989)。
- (7) 柳田達男,島田一平：“ローレンツ系のエントロピー減衰”，物性研究,**51**-6,pp.582-589(1989)。
- (8) 柳田達男,島田一平：“エントロピー減衰とアトラクターの構造”，物性研究,**53**-5,pp.574-583(1990)。
- (9) 宮川洋：“情報理論”，コロナ社(1979)。
- (10) Grassberger P.：“How to Measure Self-generated Complexity”，Physica **140A**,pp.319-325(1986)。
- (11) Crutchfield J.P.,Young K.：“Inferring Statistical Complexity”，Phys.Rev.Lett.,**63**,2,pp.105-108(1989)。