

O'Nan の新単純群群について *

イリノイ大 鈴木通夫

O'Nan より, 位数 $|G| = 2^9 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 7^3 \cdot 11 \cdot 19 \cdot 31$ の新単純群が見出されたというニュースが伝えられた。それは次の性質を持っているとのことである。

(I) involutions は 1-class. $x = \text{involution}$ に対して,

$$C_G(x) = \begin{cases} 2 \\ L_3(4) \\ 4 \leftarrow \text{cyclic} \end{cases}$$

(II) 3-Sylow normalizer の構造は

$$E_{3^4} \leftarrow (D_8 * Q_8) \cdot D_{10} \quad \text{orthogonal gp として働く.}$$

order 3 の subgps 上 transitive

(III) order 3 の subgp C_3 に対して

$$C_G(C_3) = E_{3^2} \times A_6.$$

(IV) $L_3(7) \cdot 2$ が G の subgp として含まれている。

*) この原稿は, 鈴木先生の講演をその時のノートに従って記録者(坂内)が再生したものです。記録に不正確な所があるかもしれませんが, その程度は許して下さい。

更に、この群の S_2 -subgp の 2-rank は 3 であるということである。また $N_G(S_5)$ の order は $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$ 。 $N_G(S_7)$ は normal 2-complement を持つ。 $N_G(S_{11})$, $N_G(S_{19})$ はそれぞれ位数 $10 \cdot 11$, $6 \cdot 19$ の Frobenius gp であるということである。

ただし、この群がどのようにして見いだされたかということについては、現在までの所、何も伝わっていない。
uniprimitive な置換群の研究を通じて見つかったともいわれているが詳細は何もわからない。また、現在までの所、群の構成はまだ成されておらず、近いうちにそれが成されるかどうかともわからないということである。(character table は出来ており、あまり低い次数の既約表現、また χ の index の小さい極大部分群はなさうだがこのことである。それは構成が容易であるということも暗ましているかもしれない。)

なお、Shult の所の学生が、even degree の 2 重可移群で 2 点の stabilizer の S_2 -subgp が cyclic のものの分類を完成させたらしいとの報告がありました。

なお、この講演以後のことですが、Fisher が更に新しい単純群を発見した(但、構成はまたない)

と等しくなる。(Fisher から 鈴木 先生 への手紙による。)

位数 $2^4 \cdot 3^{13} \cdot 5^6 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 31 \cdot 47$ での $\{2, 3, 4\}$ -transposition で生成される群であり、 G は $\mathbb{F}_2$ の involution ($\{2, 3, 4\}$ -transp. による) の $\mathbb{F}_2$ conj. class の上に rank 5 で働き、更に $\mathbb{F}_2$ involution の centralizer の構造は、

$$\begin{array}{c} | 2 \\ | 2E_6(2) \\ | 2 \end{array}$$

と等しくなる。