

参 考 文 献

- 1) M. E. Fisher, Rev. Mod. Phys. **42**, (1974), 597.
- 2) S. Grossmann, Z. Physik, **B21**, (1975), 403, **B22**, (1975), 401.
- 3) S. Ma, Phys. Rev. Letters **29**, (1972), 1311.

くりこみ群変換からみた 2 次元量子 spin 系

東大教養 本 田 直 文

表記の問題について最近検討した結果を報告する。計算が簡単なので三角格子を採用し、spin の大きさは $1/2$ とする。全系を 3 つの spin から成る cell に分割する。¹⁾ 格子点にある spin を site spin , cell を代表する spin を cell spin と呼ぶ。site spin の Hamiltonian

$$\mathcal{H} = K_2 \sum_{(ij)} (S_i^x S_j^x + S_i^y S_j^y) + K_1 \sum_{(ij)} S_i^z S_j^z \quad ((ij) \text{ は n. n. pair}) \quad (1)$$

とかく。 $\mathcal{H}$ は cell 内部の相互作用 $\mathcal{H}_{0i}$ の総和 $\mathcal{H}_0 = \sum_i \mathcal{H}_{0i}$ (cell も添字 i, j であらわす) と cell 間相互作用 V との和である。そこで密度行列を $\exp \mathcal{H} = \exp (\mathcal{H}_0 + V) = [\exp (\mathcal{H}_0)] S$ とかき、 S を Dyson 展開であらわす。これは V に関する摂動展開 となっている。ここでの取扱いは摂動の 1 次に限る。

cell を記述する基底ベクトルを $|\mu_i, \sigma_i\rangle$ ($\mu_i = \pm 1$, $\sigma_i = 1, 2, 3, 4$) とかき次のようにえらぶ。

$$\mu_i = 1 \left\{ \begin{array}{ll} |1, 1\rangle = \alpha \alpha \alpha & (S = \frac{3}{2}, M = \frac{3}{2}) \\ |1, 2\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (\beta \alpha \alpha + \alpha \beta \alpha + \alpha \alpha \beta) & (S = \frac{3}{2}, M = \frac{1}{2}) \\ |1, 3\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (\beta \alpha \alpha + e^{\frac{2\pi i}{3}} \alpha \beta \alpha + e^{-\frac{2\pi i}{3}} \alpha \alpha \beta) & (M = \frac{1}{2}) \\ |1, 4\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (\beta \alpha \alpha + e^{-\frac{2\pi i}{3}} \alpha \beta \alpha + e^{\frac{2\pi i}{3}} \alpha \alpha \beta) & (M = \frac{1}{2}) \end{array} \right. \quad (2)$$

本田直文

$\mu_i = -1$ に対する表式は上式で α と β とを交換したものである。S, M は合成スピンの大きさと z 成分である。 $|\mu_i, \sigma_i\rangle$ は $\mathcal{H}_{0i}$ の固有状態, 即ち $\mathcal{H}_{0i} |\mu_i, \sigma_i\rangle = E_{\sigma} |\mu_i, \sigma_i\rangle$ (E_{σ} は μ_i および i に indep.) で, $E_1 = (3/4)K_1$, $E_2 = K_2 - (K_1/4)$, $E_3 = E_4 = -(K_2/2) - (K_1/4)$ である。 μ_i は cell spin 変数で, $\mu_i = 1$ は cell spin が z 軸 (基底(2)の量子化軸)の正の向きに向いた状態, $\mu_i = -1$ は負の向いた状態とする。

このくりこみによって Hamiltonian は

$$\mathcal{H}' = N' \ln z_0 + K'_2 \sum_{(ij)} (\mathcal{S}_i^x \mathcal{S}_j^x + \mathcal{S}_i^y \mathcal{S}_j^y) + K'_1 \sum_{(ij)} \mathcal{S}_i^z \mathcal{S}_j^z \quad (3)$$

となる。ここに $\mathcal{S}$ は cell spin の演算子で, N' は cell の総数, $z_0 = \exp E_1 + \exp E_2 + 2 \exp E_3$, そして

$$\begin{aligned} K'_1 &= 8K_1 f^2 & f &= \frac{1}{z_0} \left(\frac{1}{2} e^{E_1} + \frac{1}{6} e^{E_2} + \frac{1}{3} e^{E_3} \right) \\ K'_2 &= 2K_2 g^2 & g &= \frac{1}{z_0} \left(\frac{2}{3} e^{E_2} - \frac{2}{3} e^{E_3} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

である。変換(4)は Ising 軸上に固定点 ($K_1^* = 1.342$, $K_2^* = 0$)をもつ。これは Ising 系の固定点であり, λ_T (cf. 1) も Ising 系の値が得られる。

しかし変換(4)を Heisenberg 系 ($K_1 = K_2 = K$)に適用すると Ising like ($K'_1 > K'_2$)な系になってしまう。このことからわかるように, (4)はくりこみ群変換のもつべき性質を一般には備えていない。

そこで Heisenberg 系のくりこみをどのように行ったらよいかを考えてみる。V は最隣接 cell 間の相互作用 V_{ij} の和であるから, 摂動展開は V_{ij} の積の和になる。例えば摂動の 6 次には $[(V_{12} V_{32} V_{42})(V_{65} V_{67})(V_{89})]$ という項がある。()内にあらわれるいくつかの cell は相互作用で結ばれた cluster となっている。またどの cluster にも含まれない独立した cell 全体をまとめてひとつの cluster とみなす。そして, cluster ごとに, cell spin を記述する基底ベクトル(2)の量子化軸方向を独立にとる。cell spin 変数の意味づけも, このようにとった量子化軸(その cell がどの cluster に属するかで異なる)に関して行う。こうしてくりこみを行い, さらにその結果を量子化軸の方向について平均する。

結果は,

$$\mathcal{H}' = N' \ln z_0 + K' \sum_{(ij)} (\vec{\mathcal{S}}_i \cdot \vec{\mathcal{S}}_j) \quad (5)$$

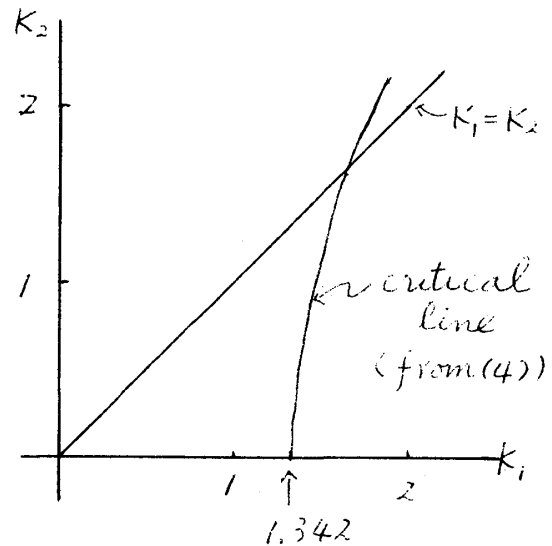
$$K' = \frac{4}{9} K \frac{\exp 3K + (1/2)}{[\exp (3K/2) + 1]^2} \quad (6)$$

となる。 $K' < K$ 故くりこみを繰返すと系は trivial な固定点 $K^* = 0$ に近づく。

変換 (4) は $K_1 = K_2$ と交る critical line を与えるが、この critical line は本来直線 $K_1 = K_2$ の下側の領域にあって、 $K_1 = K_2$ を漸近線とする曲線であるべきことが、上に述べた変換 (6) の性質から結論される。

Ising line な系に対しては、このような critical line を与え、Heisenberg系では (6) に帰着し、planar および XY 系にも適用できる一般的なくりこみの方法を検討中である。

量子スピン系の real space でのくりこみ変換は 2), 3) でも試みられているが、結果にくいちがいがあり、方法的にも疑問な点がある。



参 考 文 献

- 1) Th. Niemeyer and J. M. J. van Leeuwen, Physica 71 ('74) 17
- 2) J. Rogiers and R. Dekeyser, Phys. Rev. B13 ('75) 4886
- 3) D. D. Betts and M. Plischke, preprint ('76)