

小売業者と消費者の意思決定に関する一考察

大阪府立大学大学院 理学系研究科 情報数理科学専攻 北條 仁志 (Hitoshi Hohjo)
Dept. of Mathematics and Information Sciences, Graduate School of Science
Osaka Prefecture University

1 はじめに

伊東, 北條 [20] では, 小売業者と消費者における意思決定のもとで, 価格についての非対称情報と参照価格を考慮したモデルが提案された. 小売業者の収益最大化に基づく商品の発注量と消費者の効用最大化に基づく購買行動に関するナッシュ均衡点が導出され, 参照価格の値による戦略の条件の特徴づけが行われた. 小売業者と消費者がそれぞれもつ情報の差異により小売業者の問題と消費者の問題を 1 つのモデルとして統合し定式化するためには強い条件を仮定する必要がある.

本稿では, これらの問題を再考するにあたり, 別々の問題として捉えることで各問題に対する疑問点を洗い出すことを目的とする. 1929 年に立地競争モデルとして提案されたホテリングモデル [9] は近年では様々な分野へと拡張されている. ホテリングモデルを用いたマーケティングでは, 消費者に供給される商品の量が十分存在することを前提として価格と各小売業者への移動費用の和に基づいた効用関数から各小売業者の需要量を算出しており, 商品の不足状態については配慮されていない. 商品価格が比較的安価で廃棄費用がかからない場合はそのようなモデルは有効であるが, 在庫管理を必要とする商品に対してはそのモデルを利用することは適切ではない. よって, 商品の品切れを考慮した新たなモデルを提案する必要がある. 本稿では, 最初の問題として消費者の再配分を考慮した小売業者の在庫管理問題を扱い, 利益最大化の基準の下での最適入荷量について探求する.

一方, ホテリングモデル関連の研究において立地競争論や製品の差別化による消費者行動に関する研究は多数存在するが, 消費者が小売業者の在庫量を考慮した上で購買行動を行う環境下での研究は著者の知る限り存在しない. 小売業者の意思決定問題では, 需要予測は消費者が最初に向かった小売業者から商品を必ず提供されることを前提としている. しかしながら, 小売業者は利益最大化の下で在庫管理を行うため, 商品の品切れが生じることもあり得る. 商品の在庫数量が少ない小売業者をわざわざ選んで商品が購入できない事態は避けたい. 現実社会においては消費者が小売業者の商品の入荷量を知ることがはまずありえないが, 消費者が購買行動を繰り返すうちにその時点での在庫量に関する情報を取得することができるようになる. これは消費者にとって小売業者の入荷量を推定する情報につながるものである. 本稿では, 小売業者の商品の入荷量についての情報を既知の分布として消費者が知っているものと仮定し, 数理的にモデル化することにより市場における明確な消費者の購買行動について探求する.

2 小売業者に関する意思決定問題

2.1 小売業者モデル

本節では, 2 つの小売業者による単一期間での複占線分市場における在庫管理問題を考える. 市場を線分 $[0, 1]$ で表し, タイプ I とタイプ II の消費者が独立に線分 $[0, 1]$ 上に一様に分布している. タイプ I とタイプ II は $\bar{n}, n$ の割合で存在し, $\bar{n}, n \geq 0, \bar{n} + n = 1$ を満たすとする. 小売業者 A, B は線分 $[0, 1]$ 上の x_A, x_B ($0 \leq x_A < x_B \leq 1$) に位置し, 単一の商品を販売する. 小売業者 i ($i = A, B$)

は数量 z_i の商品を 1 単位あたり仕入れ値 c_i で入荷し、数量 z_i のうちの $\bar{z}_i$ を特売価格 $\bar{p}_i$ にて限定販売する。その後、残りの数量 $z_i - \bar{z}_i$ を通常価格 p_i にて販売する。タイプ I の消費者は特売品好きで、小売業者 i にて特売価格 $\bar{p}_i$ で販売される特売品にのみ興味があり、最初に向かった小売業者 i で特売品を購入できない時は購入をあきらめる。ここで、 $c_i \leq \bar{p}_i < p_i$ である。タイプ II の消費者は商品に対する購買意欲があり、最初に訪れた小売業者に商品がなければもう一方の小売業者へ向かい商品の購入を試みる。消費者はタイプや価格に関わらず商品の WTP (Willingness To Pay) として同一の V をもつ。タイプ I およびタイプ II の消費者は移動に伴ってそれぞれ単位距離当たりの移動費用 $\bar{t}, t$ が課せられる。消費者は、WTP、移動費用、購入価格を考慮した効用に基づき期待効用が大きい方を最初に向かう小売業者として選ぶ。

地点 x の消費者が小売業者 i で購入したときの効用を

$$\text{タイプ I: } U_i(x) = V - \bar{p}_i - \bar{t}|x - x_i| \quad (1)$$

$$\text{タイプ II: } U_i(x) = V - p_i - t|x - x_i| \quad (2)$$

で定義する。本モデルでは、 (x_A, x_B) 上の消費者の購買行動に興味があるため、

$$|p_B - p_A| < t(x_B - x_A) \quad (3)$$

$$|\bar{p}_B - \bar{p}_A| < \bar{t}(x_B - x_A) \quad (4)$$

を仮定し、数量 $\bar{z}_i$ が小売業者 i への需要量に比べて少ない場合のみを扱う。

このような消費者行動に対して小売業者は商品の適切な在庫管理を行う。期末における商品の過剰在庫に対して単位当たり h_i の保管費用が課せられる。また、不足分に対しては単位当たり q_i の機会損失費用が課せられる。すべてのパラメータは非負の値をとるとする。このとき、小売業者 i の目的は、売上額、仕入額、保管費用、機会損失費用を考慮した総利益を最大にするような入荷量 z_i を決定することである。

2.2 小売業者の利得関数

まず各小売業者において最初に訪れる消費者の総数を求める。仮定 (3), (4) より位置 $x \in [0, x_A]$ にいる消費者は小売業者 A へ最初に向かう。同様に、位置 $x \in [x_B, 1]$ にいる消費者は最初に小売業者 B を訪れる。また、(1) 式より (x_A, x_B) 上のタイプ I の消費者に対して $U_A(x) = U_B(x)$ を満たす境界点 $\bar{x}$ は

$$\bar{x} = \frac{x_A + x_B}{2} + \frac{\bar{p}_B - \bar{p}_A}{2\bar{t}} \quad (5)$$

である。同様に、タイプ II の消費者の効用関数 (2) を用いてタイプ II の消費者の境界点 $\tilde{x}$ を求めると

$$\tilde{x} = \frac{x_A + x_B}{2} + \frac{p_B - p_A}{2t} \quad (6)$$

を得る。

従って、再配分を考慮しない需要量として、小売業者 A, B それぞれには $\bar{n}\bar{x} + n\tilde{x}, 1 - \bar{n}\bar{x} - n\tilde{x}$ の消費者が向かう。しかしながら、本モデルでは需要の再配分を伴うため、1 期間における総需要量には再配分された消費者数を加えて考えなければならない。このような環境下において小売業者は入荷量 z_i を決定することになる。

次に、小売業者 A の利得関数を算出する。入荷量、特売品の販売量と各タイプの消費者数の関係により以下のような5つの状況が考えられる。

(A1) $\bar{z}_A \geq \bar{n}\bar{x}, z_A \geq \bar{n}\bar{x} + n\tilde{x}$ のとき

小売業者 A に向かったタイプ I のすべての消費者は特売品を購入することができる。最初に小売業者 A へ向かったタイプ II の消費者のうち、 $\bar{z}_A - \bar{n}\bar{x}$ が特売価格で商品を購入することができ、残りの $\bar{n}\bar{x} + n\tilde{x} - \bar{z}_A$ の消費者は、通常価格で商品を購入することとなる。 $z_A - \bar{n}\bar{x} - n\tilde{x}$ の商品が過剰在庫となり、小売業者 B からの再配分があれば、それらへの供給に割り当てられる。このとき、小売業者 A の利得関数 Π_{A1} は

$$\begin{aligned} \Pi_{A1} = & \bar{p}_A \bar{z}_A - c_A z_A + p_A \min\{z_A - \bar{z}_A, Y + \bar{n}\bar{x} + n\tilde{x} - \bar{z}_A\} \\ & - h_A \max\{z_A - \bar{n}\bar{x} - n\tilde{x} - Y, 0\} - q_A \max\{Y - z_A + \bar{n}\bar{x} + n\tilde{x}, 0\} \end{aligned} \quad (7)$$

によって与えられる。そこで、 Y は小売業者 B から再配分された数量を表す。

(A2) $\bar{z}_A \geq \bar{n}\bar{x}, z_A < \bar{n}\bar{x} + n\tilde{x}$ のとき

(A1) と同様に、タイプ I の消費者だけでなく、タイプ II の消費者の一部にも特売品が供給される。商品の供給量が需要量より少ないため商品の不足が生じる。特売品を購入できなかった $\bar{n}\bar{x} + n\tilde{x} - \bar{z}_A$ の消費者のうち、 $z_A - \bar{z}_A$ の消費者が通常価格で商品を購入することができる。タイプ II の $\bar{n}\bar{x} + n\tilde{x} - z_A$ の消費者は小売業者 A では購入することができず、小売業者 B に移動して商品の購入を試みる。このとき、小売業者 A の利得関数 Π_{A2} は

$$\Pi_{A2} = \bar{p}_A \bar{z}_A - c_A z_A + p_A(z_A - \bar{z}_A) - q_A(Y + \bar{n}\bar{x} + n\tilde{x} - z_A) \quad (8)$$

となる。

(A3) $\bar{z}_A < \bar{n}\bar{x}, z_A \geq \bar{n}\bar{x} + n\tilde{x}$ のとき

特売品の数量が少なく、数量 $\bar{z}_A$ の特売品はタイプ I の一部の消費者に供給される。タイプ I の $\bar{n}\bar{x} - \bar{z}_A$ の消費者は商品を購入することができない。タイプ II の消費者は全員通常価格で商品を購入することができる。 $z_A - \bar{z}_A - n\tilde{x}$ の商品が余り、小売業者 B からの再配分に対して供給される。よって、小売業者 A の利得関数 Π_{A3} は

$$\begin{aligned} \Pi_{A3} = & \bar{p}_A \bar{z}_A - c_A z_A + p_A \min\{z_A - \bar{z}_A, Y + n\tilde{x}\} \\ & - h_A \max\{z_A - \bar{z}_A - n\tilde{x} - Y, 0\} - q_A \max\{Y - z_A + \bar{z}_A + n\tilde{x}, 0\} \end{aligned} \quad (9)$$

となる。

(A4-1) $\bar{z}_A < \bar{n}\bar{x}, z_A < \bar{n}\bar{x} + n\tilde{x}, z_A - \bar{z}_A < n\tilde{x}$ のとき

タイプ I の消費者は (A3) と同様に振る舞う。通常価格での販売数がタイプ II の消費者数 $n\tilde{x}$ を下回るため、商品が不足する。数量 $z_A - \bar{z}_A$ が通常価格でタイプ II の消費者に供給されるが、 $n\tilde{x} - z_A + \bar{z}_A$ の消費者は小売業者 B に再配分されることになる。このとき、小売業者 A の利得関数 Π_{A41} は

$$\Pi_{A41} = \bar{p}_A \bar{z}_A - c_A z_A + p_A(z_A - \bar{z}_A) - q_A(\bar{n}\bar{x} + n\tilde{x} - z_A) \quad (10)$$

となる。

(A4-2) $\bar{z}_A < \bar{n}\bar{x}, z_A < \bar{n}\bar{x} + n\tilde{x}, z_A - \bar{z}_A \geq n\tilde{x}$ のとき

タイプ I の消費者は (A3) と同様に振る舞う。タイプ II の消費者は全員通常価格で商品を購入することができる。 $z_A - \bar{z}_A - n\tilde{x}$ の商品が余り、小売業者 B からの再配分に割り当てられる。このとき、小売業者 A の利得関数 Π_{A42} は

$$\Pi_{A42} = \bar{p}_A \bar{z}_A - c_A z_A + p_A \min\{z_A - \bar{z}_A, Y + n\tilde{x}\}$$

$$-h_A \max\{z_A - \bar{z}_A - n\bar{x} - Y, 0\} - q_A \max\{Y - z_A + \bar{n}\bar{x} + n\bar{x}, \bar{n}\bar{x} - \bar{z}_A\} \quad (11)$$

となる。

まとめると小売業者 A の利得関数 $\Pi_A(z_A, z_B)$ は

$$\Pi_A(z_A, z_B) = \begin{cases} \Pi_{A1}, & \bar{z}_A \geq \bar{n}\bar{x}, z_A \geq \bar{n}\bar{x} + n\bar{x} \\ \Pi_{A2}, & \bar{z}_A \geq \bar{n}\bar{x}, z_A < \bar{n}\bar{x} + n\bar{x} \\ \Pi_{A3}, & \bar{z}_A < \bar{n}\bar{x}, z_A \geq \bar{n}\bar{x} + n\bar{x} \\ \Pi_{A41}, & \bar{z}_A < \bar{n}\bar{x}, z_A < \bar{n}\bar{x} + n\bar{x}, z_A - \bar{z}_A < n\bar{x} \\ \Pi_{A42}, & \bar{z}_A < \bar{n}\bar{x}, z_A < \bar{n}\bar{x} + n\bar{x}, z_A - \bar{z}_A \geq n\bar{x} \end{cases} \quad (12)$$

で与えられる。

2.3 解析

小売業者 A に対する利得関数 $\Pi_A(z_A, z_B)$ の値を最大にするような最適入荷量 z_A^* を求める。各状況において利得関数の特徴を示した後、全領域における最適解を求める。

(A1) (7) 式で与えられた利得関数 Π_{A1} の z_A に関する一階偏導関数は

$$\frac{\partial \Pi_{A1}}{\partial z_A} = \begin{cases} -c_A - h_A < 0, & z_A \geq \bar{n}\bar{x} + n\bar{x} + Y \\ p_A - c_A + q_A > 0, & z_A < \bar{n}\bar{x} + n\bar{x} + Y \end{cases} \quad (13)$$

である。(A1) での条件 $z_A \geq \bar{n}\bar{x} + n\bar{x}$ より利得関数 Π_{A1} は $z_A = \bar{n}\bar{x} + n\bar{x} + Y$ で最大となる。

(A2) (8) 式で与えられた利得関数 Π_{A2} の z_A に関する一階偏導関数は

$$\frac{\partial \Pi_{A2}}{\partial z_A} = p_A - c_A + q_A > 0 \quad (14)$$

である。(A2) での条件 $z_A < \bar{n}\bar{x} + n\bar{x}$ より利得関数は $z_A = \bar{n}\bar{x} + n\bar{x} - \epsilon$ で最大となる。そこで、 ϵ は十分小さな正の数である。

(A3) (9) 式で与えられた利得関数 Π_{A3} の z_A に関する一階偏導関数は

$$\frac{\partial \Pi_{A3}}{\partial z_A} = \begin{cases} -c_A - h_A < 0, & z_A \geq \bar{z}_A + n\bar{x} + Y \\ p_A - c_A + q_A > 0, & z_A < \bar{z}_A + n\bar{x} + Y \end{cases} \quad (15)$$

である。(A3) での条件 $z_A < \bar{n}\bar{x} + n\bar{x}$ を考慮すると、利得関数は $z_A = \max\{\bar{z}_A + n\bar{x} + Y, \bar{n}\bar{x} + n\bar{x} - \epsilon\}$ で最大となる。

(A4-1) (10) 式で与えられた Π_{A41} の z_A に関する一階偏導関数は

$$\frac{\partial \Pi_{A41}}{\partial z_A} = p_A - c_A + q_A > 0 \quad (16)$$

である。(A4-1) での条件 $z_A - \bar{z}_A < n\bar{x}$ より利得関数は $z_A = \bar{z}_A + n\bar{x} - \epsilon$ で最大となる。

(A4-2) (11) 式で与えられた利得関数 Π_{A42} の z_A に関する一階偏導関数は

$$\frac{\partial \Pi_{A42}}{\partial z_A} = \begin{cases} -c_A - h_A < 0, & Y \leq z_A - \bar{z}_A - n\bar{x} \\ p_A - c_A + q_A > 0, & Y > z_A - \bar{z}_A - n\bar{x} \end{cases} \quad (17)$$

となる。(A4-2) での条件 $z_A < \bar{n}\bar{x} + n\bar{x}$ を考慮すると、利得関数は $z_A = \min\{\bar{z}_A + n\bar{x} + Y, \bar{n}\bar{x} + n\bar{x} - \epsilon\}$ で最大となる。

(A1), (A2) の解析より $\bar{z}_A \geq \bar{n}\bar{x}$ のとき $z_A = \bar{n}\bar{x} + n\bar{x} + Y$ で最大となる。また, (A3), (A4-1), (A4-2) の解析より $\bar{z}_A < \bar{n}\bar{x}$ のとき $z_A = \bar{z}_A + n\bar{x} + Y$ で最大となる。まとめると, 小売業者 A の最適入荷量は

$$z_A^* = \min\{\bar{z}_A, \bar{n}\bar{x}\} + n\bar{x} + Y \quad (18)$$

となる。小売業者 B の振る舞いは小売業者 A と対称的であるので, 小売業者 B の最適入荷量 z_B^* は

$$z_B^* = \min\{\bar{z}_B, \bar{n}(1 - \bar{x})\} + n(1 - \bar{x}) + X \quad (19)$$

となる。そこで, X は小売業者 A から再配分される量である。

ゲーム理論の解概念であるナッシュ均衡について言及すれば, モデルにおいて再配分はなくなる, すなわち $X = Y = 0$ となる。ゆえにナッシュ均衡対は $(z_A^*, z_B^*) = (\min\{\bar{z}_A, \bar{n}\bar{x}\} + n\bar{x}, \min\{\bar{z}_B, \bar{n}(1 - \bar{x})\} + n(1 - \bar{x}))$ となる。

3 消費者に関する意思決定問題

3.1 消費者モデル

次に, 消費者の購買行動に関する意思決定問題を扱う。2 節と同様の在庫管理モデルを考えるが, 決定変数として扱われていた各小売業者の入荷量は確率分布として情報が得られているものとする。 z_A, z_B をそれぞれ独立な確率変数とし, $F_1(z_A), F_2(z_B)$ をそれらの分布関数とする。また, $F(z_A, z_B)$ を z_A と z_B の同時分布とすると, 独立性より $F(z_A, z_B) = F_1(z_A)F_2(z_B)$ である。本稿では, 商品提供において在庫量がその時点での需要量を下回る場合には個々の消費者に等確率をもって商品が提供されると仮定する。

我々は $[x_A, x_B]$ 上にいるタイプ II の消費者の意思決定に興味があるため, タイプ I の消費者および $[0, x_A]$ や $[x_B, 1]$ 上にいるタイプ II の消費者は前節と同様の行動をとるとする。消費者は, 小売業者の不確実な入荷量を考慮した上で期待効用が大きくなるように最初に向かう小売業者を決定したい。このような問題に対して数理的定式化を行い, 消費者の最適行動を決定する。

3.2 消費者の効用関数

まず, $[x_A, x_B]$ 上にいるタイプ II の消費者の効用について考える。位置 $x \in [x_A, x_B]$ の消費者が最初に訪れる小売業者として小売業者 A を選び, かつその小売業者に十分な量の商品があるならば, その消費者は商品を購入することができる。そのとき, 消費者の効用は

$$U_A^1(x) = V - p_A - t(x - x_A) \quad (20)$$

となる。しかしながら, 最初に訪れた小売業者 A に商品がなければ, その消費者は商品を購入することができない。タイプ II の消費者は購買意欲が高いため, 小売業者 B に向かって商品の購入を試みる。2 番目に訪れた小売業者 B で商品が残っていればその消費者は購入することができる。そのときの効用は

$$U_A^2(x) = V - p_B - t(x + x_B - 2x_A) \quad (21)$$

となる。2 番目に訪れた小売業者 B にも商品が残っていなければ、購入をあきらめる。そのときの効用は

$$U_A^3(x) = -t(x + x_B - 2x_A) \quad (22)$$

である。逆に、位置 $x \in [x_A, x_B]$ の消費者が最初に小売業者 B を訪れるとする。もし小売業者 B に十分な量の商品があるならば、購入することができるので、消費者の効用は

$$U_B^1(x) = V - p_B - t(x_B - x) \quad (23)$$

である。もし小売業者 B に商品がなければ、それらの需要は小売業者 A へ再配分される。2 番目に訪れた小売業者 A で商品が残っていれば購入可能であり、効用は

$$U_B^2(x) = V - p_A - t(2x_B - x - x_A) \quad (24)$$

となる。商品が残っていなければ、効用は

$$U_B^3(x) = -t(2x_B - x - x_A) \quad (25)$$

である。

n_A, n_B を $[x_A, x_B]$ 上のタイプ II の消費者の中で小売業者 A もしくは B に最初に向かう人数とする。モデルの複雑化を避けるために、 $z_A \geq \bar{n}\bar{x}, z_B \geq \bar{n}(1 - \bar{x})$ を仮定する。また、各消費者は購入可能な消費者の中で等確率で商品を購入できると仮定する。小売業者の在庫量と需要量の大小関係から 4 つのケースについて考える。

Case (I) $z_A \geq \bar{n}\bar{x} - nx_A - n_A, z_B \geq \bar{n}(1 - \bar{x}) - n(1 - x_B) - n_B$ の場合

両小売業者ともに十分な量の商品を入荷しており、再配分されことなくすべての消費者に商品が供給される。よって、位置 $x \in (x_A, x_B)$ にいる消費者が最初に小売業者 A に向かうときの効用は (20) 式で与えられ、小売業者 B に向かうときの効用は (23) 式で与えられる。

Case (II) $z_A \geq \bar{n}\bar{x} - nx_A - n_A, z_B < \bar{n}(1 - \bar{x}) - n(1 - x_B) - n_B$ の場合

小売業者 A は最初に訪れるすべての消費者に対して商品を提供できるだけの量を入荷している。ゆえに効用関数は (20) 式で与えられる。しかしながら、小売業者 B は十分な量の商品を入荷していないため、小売業者 B へ最初に訪れた一部の消費者に対して商品を提供できなくなる。小売業者 B へ最初に向かった n_B のうち、量 $z_B - \bar{n}(1 - \bar{x}) - n(1 - x_B)$ の商品が等確率で提供される。よって、消費者の効用は確率 $\frac{z_B - \bar{n}(1 - \bar{x}) - n(1 - x_B)}{n_B}$ で (23) 式で与えられる。また、確率 $1 - \frac{z_B - \bar{n}(1 - \bar{x}) - n(1 - x_B)}{n_B}$ で商品を購入できなかった消費者は小売業者 A に再配分されるが、小売業者 A の商品の在庫量により購入できる場合と購入できない場合が生じる。 $z_A + z_B \geq 1$ ならば、小売業者 A の十分な在庫量により消費者は商品を購入することができるため、消費者の効用は (24) 式によって与えられる。 $z_A + z_B < 1$ ならば、 $z_A - \bar{n}\bar{x} - nx_A - n_A$ の消費者は供給されるが、残りは購入できない。よって、効用は確率 $\frac{z_A - \bar{n}\bar{x} - nx_A - n_A}{n_B}$ で (24) 式、確率 $\frac{1 - z_A - z_B}{n_B}$ で (25) 式で与えられる。

Case (III) $z_A < \bar{n}\bar{x} - nx_A - n_A, z_B \geq \bar{n}(1 - \bar{x}) - n(1 - x_B) - n_B$ の場合

これは (II) と対称的な場合であり、消費者の効用も同様に与えることができる。

Case (IV) $z_A < \bar{n}\bar{x} - nx_A - n_A, z_B < \bar{n}(1 - \bar{x}) - n(1 - x_B) - n_B$ の場合

両小売業者とも最初に訪れるすべての消費者に対して商品を提供できるだけの十分な量を入荷していない。それゆえ再配分された消費者は他の小売業者を訪れたとしても商品を購入することができない。よって、小売業者 A に向かった消費者の効用は確率 $\frac{z_A - \bar{n}\bar{x} - nx_A}{n_A}$ で (20) 式、残りの確率 $1 - \frac{z_A - \bar{n}\bar{x} - nx_A}{n_A}$ で (22) 式となる。同様に、小売業者 B に向かった消費者の効用は確率 $\frac{z_B - \bar{n}(1 - \bar{x}) - n(1 - x_B)}{n_B}$ で (23) 式、残りの確率 $1 - \frac{z_B - \bar{n}(1 - \bar{x}) - n(1 - x_B)}{n_B}$ で (25) 式となる。

3.3 消費者の最適行動

消費者の効用は、向かった先の小売業者に商品が残っているか否かにより異なってくる。本モデルでは、効用の期待値 $E[U_i(x)]$ をもって消費者の行動を決定する。前節で得られた消費者の効用関数と確率から効用の期待値 $E[U_i(x)]$ を計算し、 $E[U_A(x)] = E[U_B(x)]$ となる $x \in [x_A, x_B]$ を求める。

$$\begin{aligned}
D_I &= \{(z_A, z_B) : z_A \geq \bar{n}\bar{x} - nx_A - n_A, z_B \geq \bar{n}(1 - \bar{x}) - n(1 - x_B) - n_B\} \\
D_{II-1} &= \{(z_A, z_B) : z_A \geq \bar{n}\bar{x} - nx_A - n_A, z_B < \bar{n}(1 - \bar{x}) - n(1 - x_B) - n_B, z_A + z_B \geq 1\} \\
D_{II-2} &= \{(z_A, z_B) : z_A \geq \bar{n}\bar{x} - nx_A - n_A, z_B < \bar{n}(1 - \bar{x}) - n(1 - x_B) - n_B, z_A + z_B < 1\} \\
D_{III-1} &= \{(z_A, z_B) : z_A < \bar{n}\bar{x} - nx_A - n_A, z_B \geq \bar{n}(1 - \bar{x}) - n(1 - x_B) - n_B, z_A + z_B \geq 1\} \\
D_{III-2} &= \{(z_A, z_B) : z_A < \bar{n}\bar{x} - nx_A - n_A, z_B \geq \bar{n}(1 - \bar{x}) - n(1 - x_B) - n_B, z_A + z_B < 1\} \\
D_{IV} &= \{(z_A, z_B) : z_A < \bar{n}\bar{x} - nx_A - n_A, z_B < \bar{n}(1 - \bar{x}) - n(1 - x_B) - n_B\}
\end{aligned}$$

とする。このとき、位置 x にいる消費者が最初に小売業者 A に向かう行動を選んだ時の消費者の期待効用 $E[U_A(x)]$ は

$$\begin{aligned}
E[U_A(x)] &= \int_{D_I \cup D_{II-1} \cup D_{II-2}} U_A^1(x) dF(z_A, z_B) \\
&+ \int_{D_{III-1} \cup D_{III-2} \cup D_{IV}} \frac{z_A - \bar{n}\bar{x} - nx_A}{n_A} U_A^1(x) dF(z_A, z_B) \\
&+ \int_{D_{III-1}} \left(1 - \frac{z_A - \bar{n}\bar{x} - nx_A}{n_A}\right) U_A^2(x) dF(z_A, z_B) \\
&+ \int_{D_{III-2}} \frac{z_B - \bar{n}(1 - \bar{x}) - n(1 - x_B) - n_B}{n_A} U_A^2(x) dF(z_A, z_B) \\
&+ \int_{D_{III-2}} \frac{1 - z_A - z_B}{n_A} U_A^3(x) dF(z_A, z_B) \\
&+ \int_{D_{IV}} \left(1 - \frac{z_A - \bar{n}\bar{x} - nx_A}{n_A}\right) U_A^3(x) dF(z_A, z_B) \quad (26)
\end{aligned}$$

によって与えられる。同様にして、位置 x にいる消費者が最初に小売業者 B に向かう行動を選んだ時の消費者の期待効用 $E[U_B(x)]$ は

$$\begin{aligned}
E[U_B(x)] &= \int_{D_I \cup D_{III-1} \cup D_{III-2}} U_B^1(x) dF(z_A, z_B) \\
&+ \int_{D_{II-1} \cup D_{II-2} \cup D_{IV}} \frac{z_B - \bar{n}(1 - \bar{x}) - n(1 - x_B)}{n_B} U_B^1(x) dF(z_A, z_B) \\
&+ \int_{D_{II-1}} \left(1 - \frac{z_B - \bar{n}(1 - \bar{x}) - n(1 - x_B)}{n_B}\right) U_B^2(x) dF(z_A, z_B) \\
&+ \int_{D_{II-2}} \frac{z_A - \bar{n}\bar{x} - nx_A - n_A}{n_B} U_B^2(x) dF(z_A, z_B) \\
&+ \int_{D_{II-2}} \frac{1 - z_A - z_B}{n_B} U_B^3(x) dF(z_A, z_B) \\
&+ \int_{D_{IV}} \left(1 - \frac{z_B - \bar{n}(1 - \bar{x}) - n(1 - x_B)}{n_B}\right) U_B^3(x) dF(z_A, z_B) \quad (27)
\end{aligned}$$

である。我々の問題は $E[U_A(x)] = E[U_B(x)]$ となる位置 x を求めることである。一般的にこの方程式を閉じた形で求めるのは難しく、最急降下法やニュートン法などの非線形計画アルゴリズムを適用して解くことになる。例えば、分布関数 $F(z_A, z_B)$ が $[\bar{z}_A, 1] \times [\bar{z}_B, 1]$ 上での一様分布に従うと仮定すると、方程式 $n_A n_B \{E[U_A(x)] - E[U_B(x)]\} = 0$ は x の 4 次方程式になる。これは在庫管理を行っていないホテリングモデルによる境界点 $\bar{x}$ とは明らかに異なる結果である。

4 最後に

ホテリングモデルに基づく2タイプの消費者をもつ複占市場における競合的在庫管理問題を提案し、数理的定式化により2つの小売業者の最適入荷量を決定した。ゲーム理論の解概念であるナッシュ均衡では、初めに訪れる消費者の需要をすべて満たすように入荷すればよいことがわかった。また、小売業者の不確実な入荷量を考慮した消費者の意思決定問題も提案した。小売業者の入荷量が消費者の意思決定に大きく影響を与える可能性があることがわかった。

謝辞

本研究は、日本学術振興会科学研究費補助金 基盤研究 (C) (No.24510196, 平成24年度～平成26年度) の助成を受けたものであり、ここに感謝の意を表する。

参考文献

- [1] Briesch, R.A., L.Krishnamurthi, T.Mazumdar and S.P.Raj, A Comparative Analysis of Reference Price Models, *Journal of Consumer Research*, **24** No.2 (1997), 202–214.
- [2] Butters, G.R., Equilibrium Distributions of Sales and Advertising Prices, *The Review of Economic Studies*, **44** No.3 (1977), 465–491.
- [3] Eeckhoudt, L., C.Gollier, H.Schlesinger, The Risk-averse (and Prudent) Newsboy, *Management Science*, **41** No.5 (1995), 786–794.
- [4] Fibich, G., A.Gavious, O.Lowengart, The Dynamics of Price Elasticity of Demand in the Presence of Reference Price Effects, *Journal of the Academy of Marketing Science*, **33** No.1 (2005), 66–78.
- [5] Fibich, G., A.Gavious, O.Lowengart, Optimal Price Promotion in the Presence of Asymmetric Reference-price Effects, *Managerial and Decision Economics*, **28** (2007), 569–577.
- [6] Greenleaf, E., The Impact of Reference Price Effects on the Profitability of Price Promotions, *Marketing Science*, **14** No.1 (1997), 82–104.
- [7] Heymand, D.P., M.J.Sobel, Handbooks in Operations Research and Management Science, Vol.2, Elsevier Science Publishers, 1990.
- [8] Hohjo, H., A Competitive Inventory Model with the Customer's General Choice Probability, *Computers & Mathematics with Applications*, **41** No.3-4 (2001), 523–530.
- [9] Hotelling, H., Stability in Competition, *The Economic Journal*, **39** 153 (1929), 41–57.
- [10] Kalyanaram, G., R.S.Winer, Empirical Generalization from Reference Price Research, *Marketing Science*, **14** No.3 (1995), G161–169.
- [11] Kopalle, K.P., S.R.Winer, A Dynamic Model of Reference Price and Expected Quality, *Marketing Letters*, **7** No.1 (1996), 41–52.

- [12] Lippman, S.A., K.F. McCardle, The Competitive Newsboy, *Operations Research*, **45** No.1 (1997), 54–65.
- [13] Mazumdar, T., S.P. Raj, I. Sinha, Reference Price Research: Review and Propositions, *Journal of Marketing*, **69** No.4 (2005), 84–102.
- [14] Parlar, M., Game Theoretic Analysis of the Substitutable Product Inventory Problem with Random Demands, *Naval Research Logistics*, **35** (1988), 397–409.
- [15] Pratt, J., Risk Aversion in the Small and in the Large, *Econometrica*, **32** (1964), 122–136.
- [16] Talluri, K.T., G.J.V. Ryzin, The Theory and Practice of Revenue Management, Springer, 2005.
- [17] Wang, C.X., S. Webster, Channel Coordination for a Supply Chain with a Risk-neutral Manufacturer and a Loss-averse Retailer, *Decision Sciences*, **38** (2007), 361–389.
- [18] Wang, C.X., The Loss-averse Newsvendor Game, *International Journal of Production Economics*, **124** (2010), 448–452.
- [19] 北條仁志, 再配分を持つ競合的在庫問題の再考, 京都大学数理解析研究所講究録 **1682** (2010), 145–150.
- [20] 伊東崇文, 北條仁志, 参照価格を考慮した非対称情報をもつ競合的在庫管理, 京都大学数理解析研究所講究録 **1802** (2012), 106–112.
- [21] 北條仁志, 競合的在庫モデルにおける小売業者の意思決定について, 京都大学数理解析研究所講究録 **1857** (2013), 95–108.