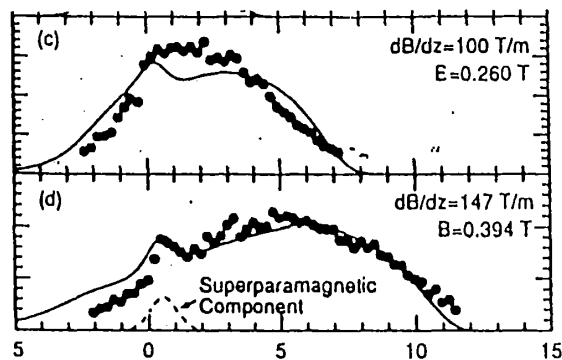


Magnetization of Ferromagnetic Cluster

N. Onishi^a, N. Hamamoto^a, G. Bertsch^b, K. Yabana^c

^a東大教養 ^bWashington 大核理論研 ^c新潟大理

強磁性の物質でできた例えば 10 ~ 50 個位の原子からなるマイクロクラスターを、Stern-Gerlach の磁石で屈折させて、クラスターが磁場のなかでどのように磁化されているかを、屈折角のプロファイルから観る実験がなされている。



Deflection Profile of Gd₂₁ as a function of magnetic field.

Bloomfield 達の Gd のクラスターでの実験では、磁場が強くなっていくに従って強い磁極の方にずれていく山に対し、superparamagnetic component と称する 小さいがはっきりとした peak が屈折角 0°付近にあらわれる。この実験を次のような仮定をもとに、簡単な模型を使って解析して、その peak を再現することができた。

1. クラスターを剛体の回転体と考える。
2. 電子の磁化の方向は剛体に氷結していて剛体とともに回る。
3. クラスターが磁石のなかに入射するときかかる磁場は断熱的である。
4. ビーム中ではクラスターは互いに離れていて孤立系にあるとする。
5. 慣性能率が大きいので非常に大きい角運動量状態が励起されている。
6. 剛体は軸対称でかつ軸方向に磁化されている。

角運動量が十分大きいところでは回転運動は対応原理から古典的に考えてよい。力学変数はオイラー角 $(\phi \theta \psi)$ で系のラグランジアンは

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \mathcal{J}_k \omega_k^2 + \gamma \cos \theta \quad (1)$$

で与えられる。ここで磁場の強さ B 全電子の磁気能率 μ_0 に対し $\gamma = \mu_0 B$ 。このラグランジアンは、地球の歳差運動としてよく知られたものと全く同じで、この運動は完全に積分でき、すべて解析的に取り扱える。保存量はエネルギー E と角運動量の磁場方向成分 m_z と対称軸成分 m_3 であるが、角運動量の大きさは保存しない。これは章動のためである。章動部分のエネルギーは $E' = E - \frac{m_z^2}{2\mathcal{J}_2}$ で与える。クラスターの実験室系での磁気双極子の方向は時間とともに変わるがその周期が磁場の変化に比べて十分短いとして断熱近似を使い、1周期についての時間的平均をとる。

$$\bar{\mu} = \frac{\mu_0}{\tau} \int_0^\tau \cos \theta d\theta \quad (2)$$

周期 τ は

$$\tau = \int_{u_1}^{u_2} \frac{du}{\sqrt{f(u)}} = \frac{2}{\sqrt{h(u_2 - u_1)}} K(\nu) \quad \nu = \frac{u_2 - u_1}{u_2 - u_0} \quad (3)$$

ここで $K(\nu)$ は第1種完全楕円積分で、関数 $f(u)$ は $u = \cos \theta$ の3次式で

$$f(u) = (e + hu)(1 - u^2) - (m_z - m_3)^2 \quad \begin{cases} e = 2\mathcal{J}_1 E' \\ h = 2\mathcal{J}_1 \gamma \end{cases} \quad (4)$$

u_0, u_1, u_2 は $f(u) = 0$ の根である。したがって、それぞれの運動状態の平均の磁化 $\bar{\mu} = \mu_0 \bar{u}$ は

$$\bar{u} = \frac{2}{\sqrt{h\gamma(u_2 - u_1)}} \{u_2 K(\nu) + (u_2 - u_0) E(\nu)\} \quad (5)$$

ここで、関数 $E(\nu)$ は第2種完全楕円積分である。

角運動量の2つの成分は磁場の強さに関係なく、ビームに沿って運動している間一定であるが、エネルギーは変化する。磁場がないビームソースでの運

動状態は上の2つの保存量と角運動量の大きさ I で指定でき、そのときのエネルギーは

$$\varepsilon(I, m_3) = \frac{I^2 - m_3^2}{2\mathcal{J}_1} + \frac{m_3^2}{2\mathcal{J}_3} \quad (6)$$

磁場の中では I が保存しないので磁場のなかでの運動状態は I で指定できない。量子力学では、断熱変化の仮定を使えば、磁場の強さを連続的に変化させたときに、連続ユニタリ変換でつながる状態をとればよい。これと同じ事情を古典力学で再現するには、アインシュタイン・エーレンフェシュトが前期量子論を確立する過程で唱えた断熱不変量を共通の運動状態を指定するものとしてとれば良い。

$$J_\theta(e, m_z, m_3, h) = 2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} P_\theta d\theta \quad (7)$$

磁場がないときのこの値は

$$J_\theta(e, m_z, m_3, 0) = 2\pi \left(I - \frac{|m_z - m_3|}{2} - \frac{|m_z + m_3|}{2} \right) \quad (8)$$

のおなじみのものになる。断熱不変量は量子論では量子数に対応し、 $J_\theta/2\pi$ は d-関数 $d_{m_z m_3}(\theta)$ の結節数に対応する。この量は解析的に計算できて、

$$J_\theta(e m_z m_3 h) = 2 \int_{u_1}^{u_2} \frac{\sqrt{f(u)} du}{1 - u^2} \quad (9)$$

の積分によって求められる。結局、断熱仮定のもとでは、磁場のあるところでも、運動状態は $(I m_z m_3)$ で標示できる。

ビームソースでの温度を T とすると各状態への分布は

$$P(I, m_3) = \frac{e^{-\beta \varepsilon(I, m_3)}}{Z(\beta)} \quad (10)$$

になる。ただし、 $\beta = 1/k_B T$ 分配関数 $Z(\beta)$ は

$$Z(\beta) = \int_0^\infty dI \int_{-I}^I dm_z \int_{-I}^I dm_3 e^{-\beta \varepsilon(I, m_3)} \quad (11)$$

でそれぞれ与えられる。

ここで、この系では、スケーリング則が証明できるので、プロフィールや磁

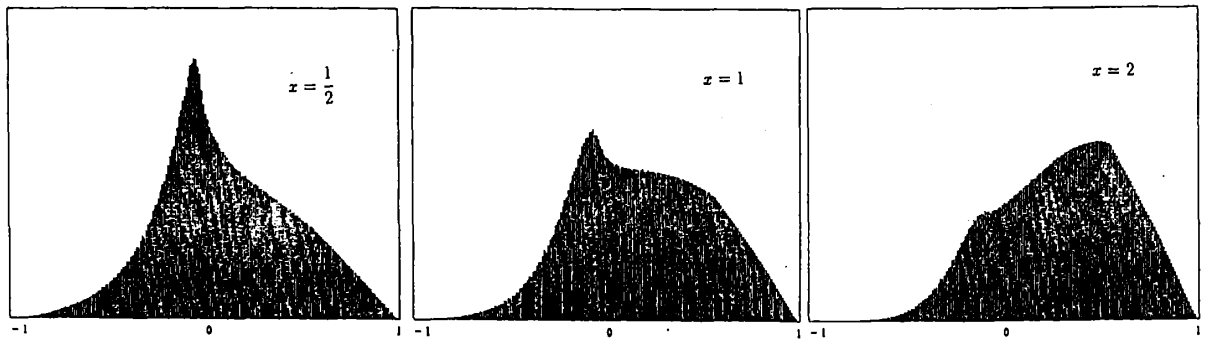
化はすべて、Langevin 関数にでてくる変数 $x = \mu_0 B / k_B$ だけで書けてしまえる。磁化の集合平均は

$$\langle \bar{u} \rangle_{\text{en.av}} = \frac{1}{Z(\beta)} \int_0^\infty dI I^2 \int_{-1}^1 dm_z^* \int_{-1}^1 dm_3^* \bar{u}(m_z^* m_3^* h^*) e^{-bI^2} \quad (12)$$

星がついている変数は I を単位にスケールされ、それぞれ $m_z^* = m_z / I$, $m_3^* = m_3 / I$, $h^* = h / I^2$ で与えられる。屈折角のプロファイルは

$$P(u) = \frac{1}{Z(\beta)} \int_0^\infty dI I^2 \int_{-1}^1 dm_z^* \int_{-1}^1 dm_3^* \delta(u - \bar{u}(m_z^* m_3^* h^*)) e^{-bI^2} \quad (13)$$

で表される。



Theoretical Deflection Profiles

磁場がないときのプロファイルには $u = 0$ に $P(u) = -\ln |u|$ の特異点がある。この peak は m_z または m_3 の大きさが小さい成分で磁気能率に垂直に回っているものである。これらの成分の磁化率が磁場の弱いとき負になる。そのため他の成分が磁化されても、 $u = 0$ に尖突を残すことになる。現在、鉄のように、電子のスピンの回転体が固定されないで簡単にその方向を変える場合について解析を行っている。