

講義ノート (III)

液体ヘリウム

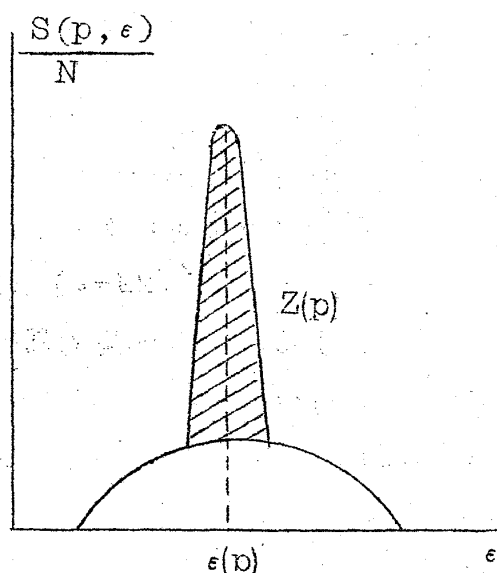
碓井恒丸 (名大理)

1. フォノン・ロトン

ランダウが1941~1947に推定し、かつ比熱、常流体密度の実験データによつて分析した励起スペクトルは、

$$\epsilon(p) = \begin{cases} cp & , \quad p \lesssim 0.6 \text{\AA}^{-1} \\ 4 + \frac{(p-p_0)^2}{2\mu} & , \quad p \approx p_0 \end{cases}$$

で与えられる。才1行がフォノンであり、才2行がロトンとよばれるが、全体が単一の枝を形成している。このスペクトルはおそい中性子の非弾性散乱によつて直接測定できる。運動量、エネルギーの transfer が p, ω である散乱確率は図示の形をもち、その peak の位置から $\epsilon(p)$ がきめられる。問題の確率は



(0°K)

$$S(p, \epsilon) = \sum_n |\langle n | \sum_l e^{ip \cdot x_l} | 0 \rangle|^2 \delta(\epsilon - E_{n,0})$$

に比例する。これについて sum rule

$$\int_0^\infty d\epsilon S(p, \epsilon) = N S(p)$$

$$\int_0^\infty d\epsilon \epsilon S(p, \epsilon) = N \frac{p^2}{2m}$$

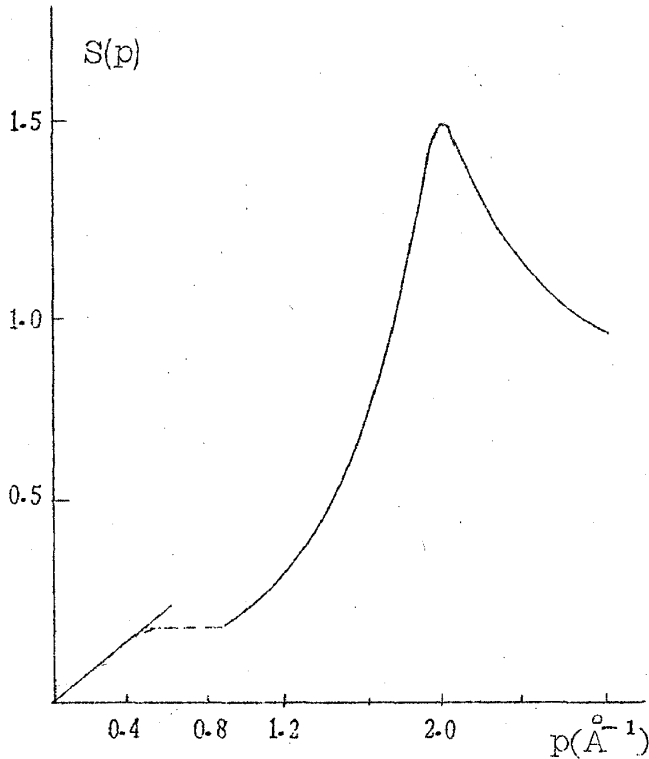
が成立する。($S(p)$ は液体構造因子)。 $p \rightarrow 0$

では peak だけ残り、 $Z(p) = S(p)$,

$$\epsilon(p) \cdot S(p) = \frac{p^2}{2m} \text{ となることが理論的帰}$$

研究会報告

結である。これと実測 (p が大きい) の延長は $0.4 \sim 0.6 \text{ \AA}^{-1}$ でくいちがう。こ



これは励起量子が単純な密度振動でないことを示す。

$Z(p)/S(p)$ の図はこの様子を全領域で示す。また p が大きければ peak は

$$N_0 \delta\left(\epsilon - \frac{p^2}{2m}\right) \quad (N_0 \text{ は凝縮原子数})$$

となる。これを利用すれば $N_0/N < 0.08$ という結論になる。

図に示した $\epsilon(p)$ 曲線は分解禁止の条件

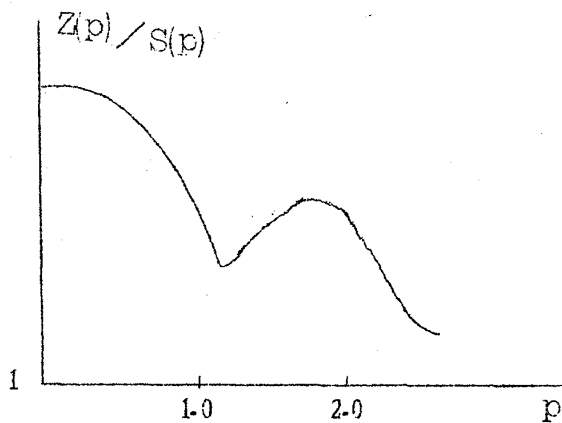
$$\epsilon(|p+p'|) < \epsilon(p) + \epsilon(p')$$

を満足しているし、端点 $p_0 (< 2p_0)$ で 2 ケのロントに分解する過程に対応して

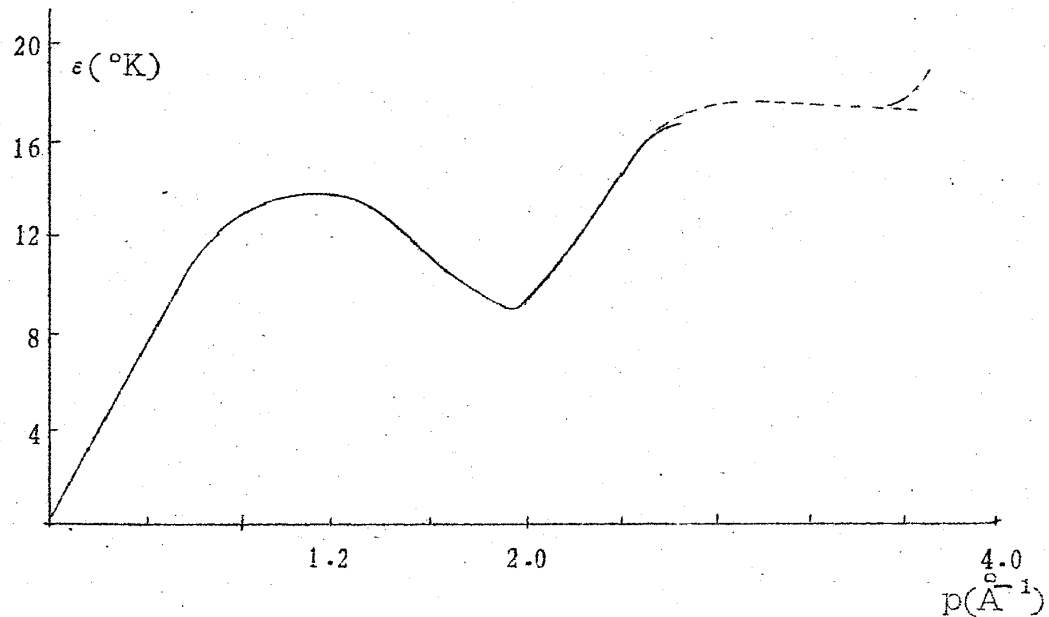
$$2d - \epsilon(p) = \alpha e^{-\frac{\beta}{p_0 - p}}$$

の形で終っている。また p_0 近傍で散乱確率が

$(2d - \epsilon) \ln^2(2d - \epsilon)$ で減少するという理論的帰結とも符合する。しかし、 $\epsilon(p)$



が $2d$ より多少大きい。これは 2 ケのロントを励起している故かもしれない。しかし、 $p = 3.6 \text{ \AA}^{-1}$ の一点は、もし本当なら次に述べる渦輪型のはじまりかもしれない。



2. 渦 輪

スペクトルは

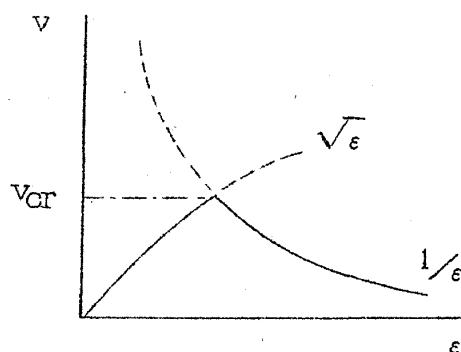
$$\epsilon = \pi \rho_s \left(\frac{\hbar}{m} \right)^2 \left(\ln \frac{R}{a} \right) 2\pi R$$

$$p = \rho_s \frac{2\pi \hbar}{m} \pi R^2$$

で与えられる。 R は輪の半径、 a は芯の半径（実測では $1 \sim 7 \text{ \AA}$ ）である。

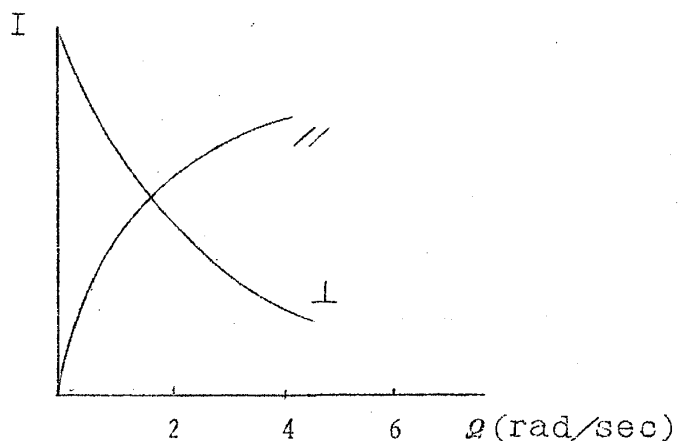
(i) 直接捕捉されたのは $\epsilon = 1.5 \sim 45 \text{ eV}$ ($R = 5 \cdot 10^{-6} \sim 10^{-4} \text{ cm}$) であつて、測定は $0.3 \sim 0.6 \text{ }^\circ\text{K}$ で行われた。上の $\epsilon(p)$ 関係が確証されたのである。陽イオンは H_e^+ (または $\text{H}_{e_2}^+$) であり、クーロン力によつて周囲は凍りつき、有効質量 $75 M_{\text{He}}$ 半径 $\sim 10 \text{ \AA}$ とされている。陰イオンは電子であり、強い斥力のため周囲に空洞を伴い、有効質量 $245 M_{\text{He}}$ 、半径 $\sim 15 \text{ \AA}$ 。これはポテンシャル壁 1.4 eV と表面張力からきめられる。低エネルギーのイオンの易動度はフォノン・ロトンの衝突できる。これを使つて渦輪ができる臨界速度を求めると、陽イオンで 28 ，陰イオンで 11 m/sec となる。

毛細管流の臨界速度も渦輪がはじめて創成される時として正しく与えられる。またいわゆる "Josephso effect" も細孔で渦輪が創生されるものとして流出速度の階段性が説明出来る。



3. 渦糸

廻転バケツにできる渦糸によつて陰イオンが捕捉されることは Careri 達によつてはじめて観測された。これは Donnelly 達の実験 ($1.2 \sim 2.0^\circ\text{K}$) で確実になつた。廻転角速度 Ω と、軸に平行および垂直な電流の関係が図のようになつたからである。垂直な電



流は

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{2\Omega}{h/m} \sigma x\right)$$

で与えられる。"断面積" σ は $2 \sim 20 \times 10^{-6} \text{ cm}$ であつて電場とともに単調減少し、温度変化は $\sim 1.6^\circ\text{K}$ で極大になり高側で急激に減少する。こ

の減少は脱出効果が顕著になる故である。この捕捉の問題はイオンを廻転している超流体の圧力勾配

$$dp/dr = \rho_s \left(\frac{h}{m}\right)^2 / r^3$$

と電場においてフォノン・ロトンと熱平衡にあるブラウン粒子と見て扱われる。この結果陽イオンも $T < 0.8^\circ\text{K}$ では捕捉されるということになる。