

# 中央部を冷却した閉円管内の熱音響自励振動の 数値シミュレーション

名古屋大学工学研究科計算理工学専攻 白井 宏一郎

日本原子力研究開発機構 石垣 将宏

名古屋大学情報基盤センター 石井 克哉

## 1 はじめに

流体の入った細管壁が軸方向に大きく温度変化している場合、管内の流体が管壁との熱的相互作用で自発的に振動運動することがある。この現象は熱音響自励振動と呼ばれている。特に液体ヘリウムの液面上に細管を立て、細管の軸方向に大きな温度変化を与えることで生じる熱音響自励振動は、その現象の発見者 Taconis[1] に因んでタコニス振動と呼ばれている。

タコニス振動の理論的研究は Kramers[2] や Rott[3] によって行われている。Kramers は管径に比べ管内の粘性境界層が十分薄いと仮定して管内に定在波が存在できる臨界温度比を導出した。しかし、Kramers によって導かれた理論的な臨界温度比は実験に比べ著しく大きいものであった。Kramers の結果を修正するため、Rott は開端側を高温、閉側を低温とする温度分布を与えた開-閉管において、境界層の有限な厚さとヘリウムの物性値を考慮することで、実験と比較して妥当な臨界温度比を得ることに成功した。

Yazaki ら [4] は両端を閉じた円管内のヘリウムによって生じるタコニス振動の圧力を測定する実験を行った。この実験において管壁の温度は、両端部分を室温であり、中央部分を 4K 程度の温度としている。彼らが実験により得た臨界温度比は、Rott が理論解析により得た値と定量的に一致していると報告している。

また、Yazaki らは温度勾配を与える位置、つまり高温部と低温部の長さの比  $\xi$  の発生するタコニス振動のモードに対する影響についても調査している。特に、 $\xi = 0.3$  において 2 つの異なるモードの発生する高温-低温の臨界温度比について詳しく調査した [5]。彼らはある臨界温度の領域において、2 つの異なるモードが同時に励起され、2 モード間の競合がやがて複雑な準周期モードやカオス状態となることを報告している。

しかし、実験的な観測が容易ではないため、このような管内の流れ場の様子は報告されていない。本研究の目的は、数値計算を用いてタコニス振動における管内の流体のダイナミクスを調査することである。本研究では、Yazaki らと同様の中央部を冷却した閉円管

内タコニス振動において、 $\xi = 1.0, 0.3$  とした場合の数値計算を行い、振動が生じている管内の様子を解析した。特に、 $\xi = 0.3$  では非線形相互作用が働くと考えられる 1st モードと 2nd モードの臨界曲線が交わる領域について詳しく調査した。

## 2 問題設定

本研究は両端を閉じた長さ  $L$ 、管径  $r_0$  の細管内の流れを計算対象とした。Fig.1 に管形状と  $z$  を軸方向、 $r$  を径方向とする座標系を示す。細管内部の流体は気体ヘリウムを考える。流体は初期に温度 300K の静止状態であり、また初期圧力として  $\xi = 1.0$  では、 $p_0 = 0.5 \times 10^5 \text{Pa}$ ,  $0.75 \times 10^5 \text{Pa}$ ,  $1.0 \times 10^5 \text{Pa}$  とし、 $\xi = 0.3$  では、 $p_0 = 1.1 \times 10^5 \text{Pa}$ ,  $p_0 = 1.2 \times 10^5 \text{Pa}$ ,  $p_0 = 1.25 \times 10^5 \text{Pa}$ ,  $1.3 \times 10^5 \text{Pa}$ ,  $1.5 \times 10^5 \text{Pa}$ ,  $1.75 \times 10^5 \text{Pa}$ ,  $2.0 \times 10^5 \text{Pa}$  の場合を解析する。これにより高温部または低温部の温度が同じであっても、管内の粘性境界層、および熱境界層の厚さが変化する。また、中央部の管壁を徐々に冷却していき、最終的に Fig.2 に示すような、管の両端部分を室温  $T_H (= 300\text{K})$ 、中央部分を低温  $T_C (< T_H)$  とする温度分布を管壁に与えた。ここで高温部と低温部の長さの比  $\xi$  は  $\xi = \frac{2l}{L-2l}$  によって定義される。温度勾配部分  $\Delta l$  に直線的な温度変化を与えた。室温  $T_H$  は一定であり、 $T_C$  が変化することで温度比  $\theta (= T_H/T_C)$  が変化している。最終状態に達したあと、 $\theta$  がある値より大きいとき、しばらくシミュレーションを続けると、管内の流体が振動を始めた。本研究では細管は石垣ら [6] の数値計算に対応させ、 $L = 28\text{cm}$ ,  $\Delta l = 7.5\text{mm}$  とし、管径は  $r_0 = 0.756\text{mm}$  とした。また管は十分細いので、軸対称性を仮定した。

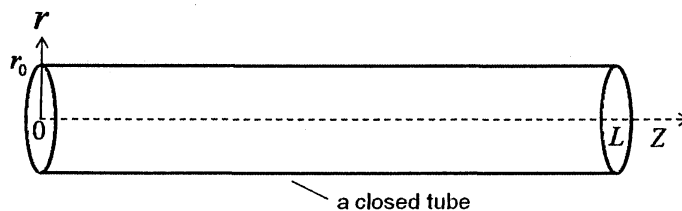


Fig.1 A closed tube

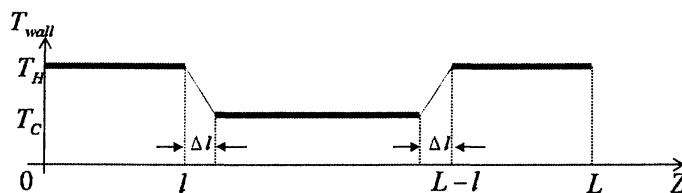


Fig.2 The temperature distribution of the tube wall

### 3 数値計算

#### 3.1 基礎方程式

本研究では、式 (1) に示す理想気体の軸対称圧縮性 Navier-Stokes 方程式を基礎方程式に用いる。ここで  $\rho$  は密度、 $u_r$ ,  $w$  は  $r$ ,  $z$  方向速度、 $e$  は全エネルギー密度、 $p$  は圧力、 $t$  は時間である。また、 $\mu$  は粘性係数、 $\gamma$  は比熱比、 $k$  は熱伝導度、 $Re$  はレイノルズ数、 $Pr$  は Prandtl 数である。粘性係数  $\mu$  は Sutherland の法則により求める。代表速度および代表密度を 300K,  $1.0 \times 10^5$  Pa における気体ヘリウムの音速  $a_0 = 1004$  m/s, 密度  $\rho_0 = 0.167$  kg/m<sup>3</sup> とし代表長さを管の長さ  $L = 0.28$  m とした。

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial r} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial z} = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial r} + \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial z} \right) + \mathbf{T} \quad (1)$$

ここで、

$$\mathbf{Q} = r \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_r \\ \rho w \\ e \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = r \begin{pmatrix} \rho u_r \\ \rho u_r^2 + p \\ \rho u_r w \\ (e + p)u_r \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = r \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho u_r w \\ \rho w^2 + p \\ (e + p)w \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{rr} \\ \tau_{rz} \\ R_4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{rz} \\ \tau_{zz} \\ S_4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T} = \begin{pmatrix} 0 \\ p + \frac{1}{Re}(\tau_{rr} + \tau_{zz}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$R_4 = u_r \tau_{rr} + w \tau_{rz} + r \alpha \frac{\partial a^2}{\partial r}, \quad S_4 = u_r \tau_{rz} + w \tau_{zz} + r \alpha \frac{\partial a^2}{\partial z}$$

$$\alpha = \frac{k}{Pr(\gamma-1)}, \quad a^2 = \gamma(\gamma-1) \left\{ \frac{e}{\rho} - \frac{1}{2}(u_r^2 + w^2) \right\}$$

$$\tau_{rr} = r \mu \left( \frac{4}{3} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{2}{3} \frac{u_r}{r} - \frac{2}{3} \frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad \tau_{rz} = r \mu \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right),$$

$$\tau_{zz} = r \mu \left( \frac{4}{3} \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \frac{u_r}{r} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_r}{\partial r} \right)$$

である。

境界条件は管壁上で

$$\begin{cases} u_r = w = 0 \\ \partial p / \partial r = 0 \\ \partial p / \partial z = 0 \\ T = T_{wall} \end{cases} \quad \begin{matrix} at \\ at \\ at \\ \end{matrix} \quad \begin{matrix} r = r_0 \\ z = 0, 1 \end{matrix}$$

とし、軸対象条件として  $r = 0$  において

$$\begin{cases} u_r = 0 \\ \partial \rho / \partial r = \partial w / \partial r = \partial p / \partial r = 0 \end{cases}$$

とした。ここで  $n$  は管壁の法線方向を表し、 $T_{wall}$  は先ほど述べた温度分布に対応する管壁の温度を表す。ただし、中央部分の管壁の温度は初め室温  $T_H$  から徐々に低下させ  $T_C$  となるようにする。これにより、中央部の内部流体の温度も徐々に低下する。

### 3.2 計算手法

計算手法としては近似因子分解法 [7] に基づいたブロック 5 重対角行列スキーム [8] を用いた。時間発展には 2 次精度の 3 点後退差分，対流項には 4 次精度の中心差分，粘性項には 2 次精度の中心差分を適用した。計算格子は  $r$  方向 36 点， $z$  方向 300 点をもつ不等間隔直交格子を用いた。このとき  $z$  方向の最大および最小格子間隔は， $3.7 \times 10^{-3}$ ， $2.8 \times 10^{-3}$ ， $r$  方向の最大および最小格子間隔は， $8.4 \times 10^{-5}$ ， $5.9 \times 10^{-5}$  である。また管軸上には格子点を設けず， $r = \epsilon$  の位置から径方向の第  $n$  番目格子  $r_n$  ( $n = 1, 2 \dots 36$ ) を決め， $r_1$  と  $r_2$  を用いて管軸上の格子点を外挿することで  $r = 0$  において勾配がゼロとなるようにした。

## 4 結果

### 4.1 低温部の長さ：高温部の長さ = 1 : 1 の場合 ( $\xi = 1.0$ )

#### 4.1.1 管内圧力の時間発展

低温部の長さに対する高温部の長さの比  $\xi = 1.0$  のときの結果を示す。まず初期圧力  $p_0 = 0.75 \times 10^5 \text{Pa}$  の管端における圧力の時間発展の様子を Fig.3 に示す。 $t = 10$  のときに低温部に対する高温部の管壁の温度比  $\theta = 5.5$ ， $8.0$  のほぼ流体の静止した状態を得た。その後計算を続けると  $\theta = 5.5$  の場合，管端における圧力は一定であり，管内に振動は発生しなかった（静止状態）。一方， $\theta = 8.0$  の場合， $t = 50$  より徐々に圧力振動の振幅  $p_{amp}$  が大きくなり，一定の振幅をもつ定常的な振動が観測された（振動状態）。

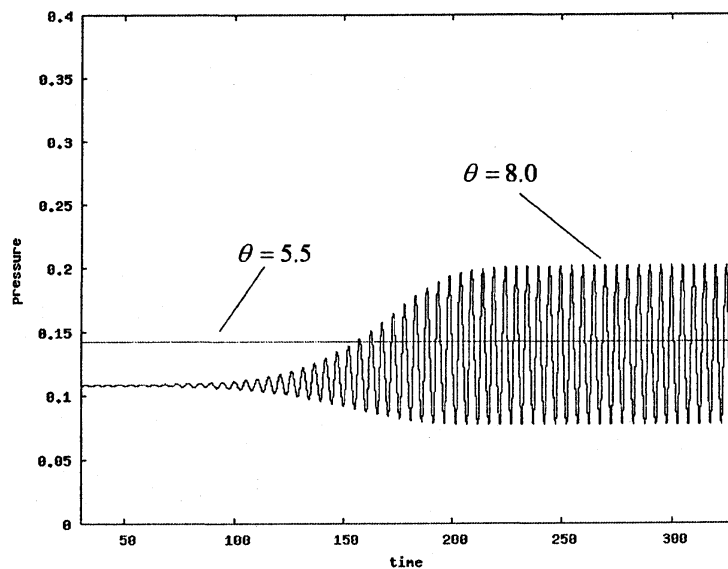
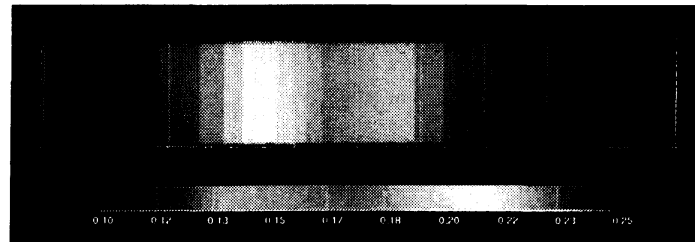
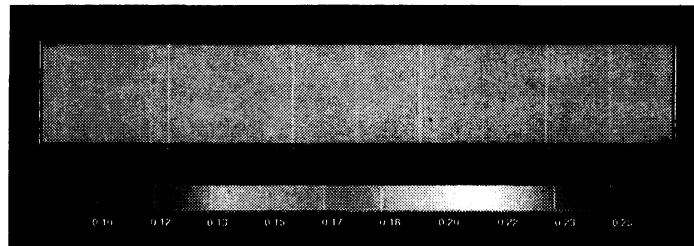


Fig.3 Time development of pressure at  $\theta = 5.5$  and  $8.0$ .

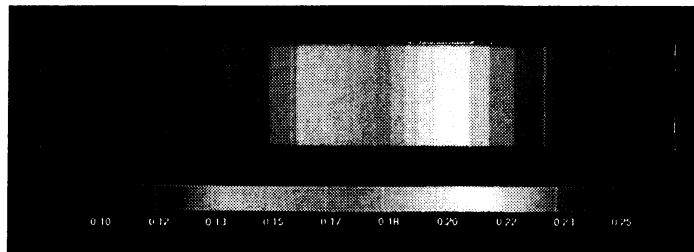
$\theta = 8.0$  のときの管内の代表的な圧力分布の様子を Fig.4 に示す。ここで、 $t_0$  は任意の時間、 $\tau$  は振動の周期であり、 $t_0 = 400$ ,  $\tau = 5.19$  である。Fig.4 において、管端では大きな圧力変動があるのに対し、管の中央部では圧力の変動は見られない。このことから、管内には両端を腹、中央部を節とした管長を  $1/2$  波長とする定在波の存在が確認できる。ここではこのような管端が  $\pi$  の位相差をもって振動するモードを 1st モードの振動と呼ぶ。



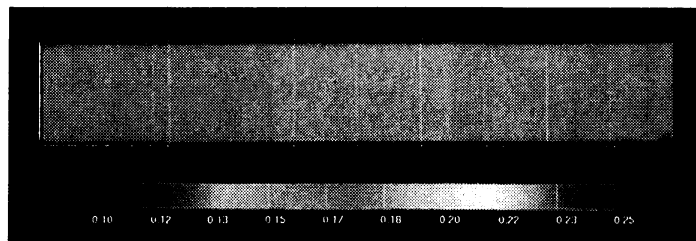
(a)  $t = t_0$



(b)  $t = t_0 + \frac{1}{4}\tau$



(c)  $t = t_0 + \frac{2}{4}\tau$



(d)  $t = t_0 + \frac{3}{4}\tau$

Fig.4 The pressure fields at  $p_0 = 0.75 \times 10^5 \text{Pa}$  and  $\theta = 8.0$ .

#### 4.1.2 時間平均圧力分布および時間平均温度分布

Fig.5 に  $\theta = 8.0$  のときの 1 周期の時間平均圧力を示す。管の径方向に圧力変化はなく一様であることがわかる。また圧力振幅の節が存在する管の中央部では他の部分よりやや低い値を示すが、軸方向にも概ね一様であることがわかる。Fig.6 に時間平均温度分布を示す。管の両端と中心部分では径方向に温度は一様となっていることがわかる。しかし、管壁の温度が変化している部分、及びその周辺では径方向に大きな温度変化が見られる。Rott はタコニス振動の理論解析を行う際、いくつかの仮定を用いている。その中のひとつに時間平均温度の径方向の変動を無視するという仮定がある。しかし本研究の結果では管壁の温度が変化する周辺において時間平均温度は径方向に一様とはなっていないため、Rott の仮定は満たされていないことが分かる。2 次元矩形管内のタコニス振動の数値計算においても、時間平均温度に関する Rott の仮定は満たされないことが報告されている [6]。

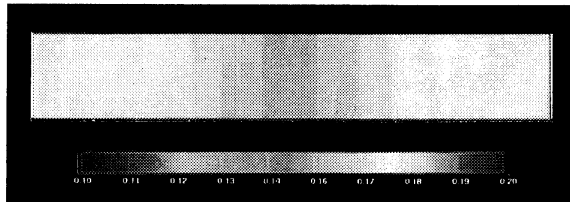


Fig.5 The distribution of time averaged pressure.

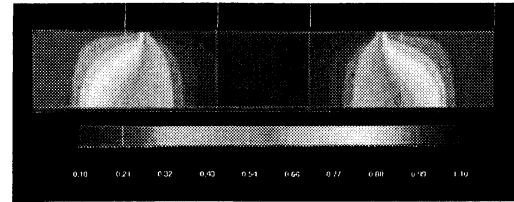


Fig.6 The distribution of time averaged temperature.

#### 4.1.3 圧力振幅の温度比依存性

Fig.7 に  $p_0 = 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$  のときの管端における圧力振幅の温度比依存性を示す。横軸は低温部に対する高温部の温度比  $\theta$ 、縦軸は平均圧力  $p_m$  で規格化した圧力振幅  $p_{amp}/p_m$  である。Fig.7 より  $\theta \leq 6.0$  のとき圧力振幅は 0 であり、静止状態であることがわかる。温度比を上昇させていくと  $\theta = 6.25$  で発振し、その後温度比の上昇に伴って、圧力振幅は単調に増加していく。このことは発振の分岐はスーパークリティカルホップ分岐であることを示している。

石垣らは両端を閉じた 2 次元矩形管内で生じるタコニス振動の数値計算を行い、本研究と同程度の初期圧力の場合において、発振の際に振動状態と静止状態の 2 つの安定状態をもつヒステリシス現象を観測している。しかし円管を仮定した本研究では、2 次元矩形管を仮定した石垣らの数値計算で得られたようなヒステリシス現象をともなった発振（サブクリティカルホップ分岐）は見られなかった。ただし、本研究では管径に対して境界層が薄い領域を十分調査できていないため、円管においてヒステリシスの存在の有無を確認するためには、境界層がより薄い領域を調べる必要があると考えられる。

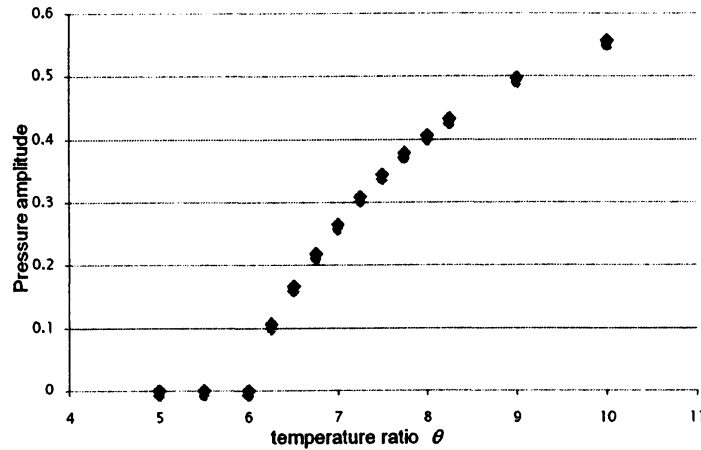


Fig.7 The relationship between pressure amplitude and temperature ratio ( $p_0 = 1.0 \times 10^5 \text{Pa}$ ).

#### 4.1.4 本計算で振動状態が観測された温度比と Rott の理論解析により得られる臨界温度比の比較

Fig.8 は徐々に温度比  $\theta$  を大きくしていった際に、振動状態が観測された状態をプロットしたものである。横軸には音波が管内を通過する時間に粘性拡散が卓越する距離  $\sqrt{\nu L/a_C}$  に対する管径  $r_0$  の比  $R(= r_0/\sqrt{\nu L/a_C})$  を用いた。ここで、 $a_C$  は低温部の断熱音速である。つまり  $R$  が大きいほど粘性境界層が薄く、小さいほど厚い状態に対応する。縦軸は高温部と低温部の管壁の温度比  $\theta(= T_H/T_C)$  である。また、実線は Rott による理論解析を、Ueda らが提案した数値計算法 [9] (マトリックス法) を用いて本研究の条件を適用することで得られる臨界温度比を示している。これにより、本研究で振動状態が得られた温度比は、理論解析から得られる臨界温度比と概ね一致することが確認できる。しかし、数値シミュレーションによる結果では、理論解析による臨界温度比よりも境界層が厚い領域 ( $p_0 = 0.5$ ) で振動状態が観測された。このことは、Rott が理論解析に用いた仮定が本研究において観測された状況と異なっていることなどが要因と考えられ、今後さらに検討する必要があると思われる。

## 4.2 低温部の長さ：高温部の長さ = 1 : 0.3 の場合 ( $\xi = 1.0$ )

### 4.2.1 管内圧力の時間発展

$\xi = 0.3$  のときの結果を示す。 $\xi = 1.0$  において観測されたのが管の両端に圧力振幅の腹をもつ 1st モードだけであったのに対して、 $\xi = 0.3$  では 1st モードの他に、管の両端と中央部に腹をもつ振動モードが観測された。初期圧力  $p_0 = 1.25 \times 10^5 \text{Pa}$ 、温度比  $\theta = 16.0$  のときの管内の圧力分布の様子を Fig.9 に示す。ここで、任意時間  $t_0 = 697$ , 周

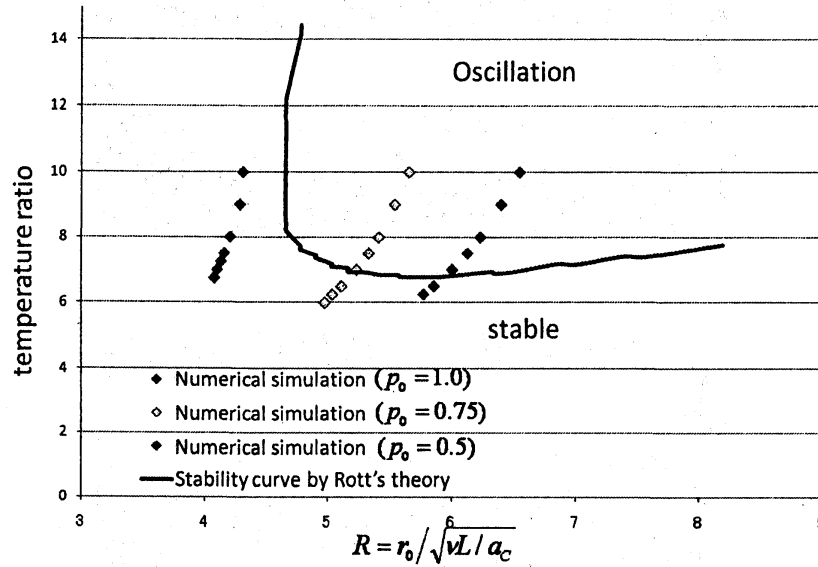
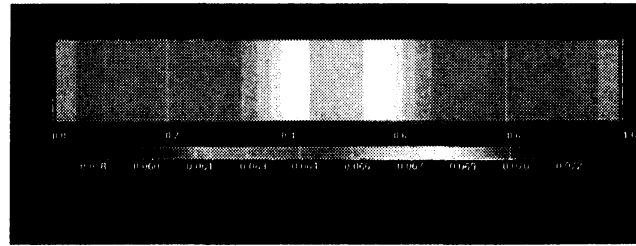
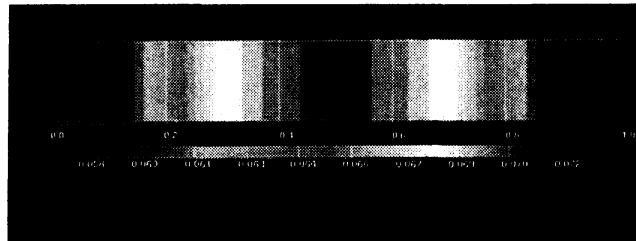
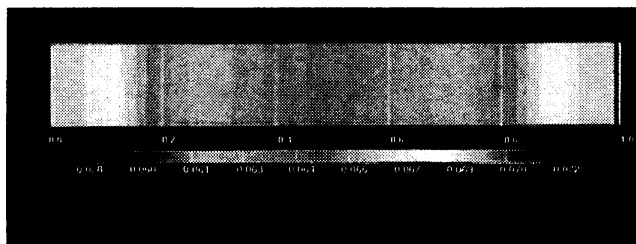
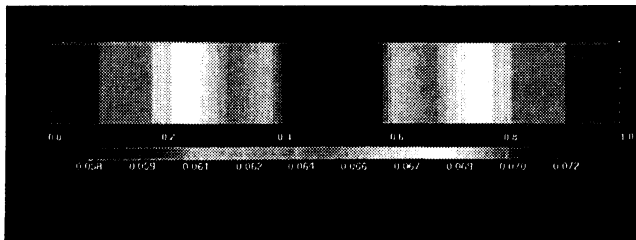


Fig.8 The critical temperature ratio of our simulations and Rott's theory

期  $\tau = 3.85$  である。Fig.9 より、管長を 1 波長とし、両端が同位相で振動する定在波の存在が確認できる。しかし、圧力振幅の節の位置は一定ではないことがわかる。このときの管端における圧力の時間発展の周波数スペクトルを Fig.10 に示す。基本モードの 2 倍と 4 倍の周波数が励起されていることがわかる。このような 2 つのモードが重ね合わされることにより節の位置が一定ではない複雑な振動が観測されたと考えられる。2 倍の周波数が卓越していることから、簡単のためにここではこのような振動モードを 2nd モードの振動と呼ぶ。

#### 4.2.2 時間平均圧力分布および時間平均温度分布

このときの時間平均圧力分布を Fig.11 に示す。時間平均圧力は圧力振幅の腹が存在する位置でやや高くなるが、管内全体でほぼ一様であることがわかる。Fig.12 に時間平均温度分布を示す。 $\xi = 1.0$  に対する数値計算の結果 (Fig.6) と異なり、温度は管内全体を通して径方向に一様となっていることがわかる。このように径方向に温度勾配が形成されなかった理由としては、2nd モードの圧力振幅が比較的小さいことが挙げられる。初期圧力  $p_0 = 1.25 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、温度比  $\theta = 20.0$  (Fig.12) のときの平均圧力に対する管端の圧力振幅は 9% であった。一方、 $p_0 = 1.5 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、温度比  $\theta = 12.0$  における時間平均温度分布を Fig.13 に示す。管内には 1st モードの振動が存在しており、管壁に圧力勾配が存在する位置から高温部にかけて径方向に温度勾配が見られる。このときの平均圧力に対する管端の圧力振幅は 36% であり、2 次モードの振動と比較すると振幅が大きいことがわかる。このことから 2nd モードでは、管内の温度分布は軸方向の振動が小さく、時間平均温度が径方向に一様となったと考えられる。

(a)  $t = t_0$ (b)  $t = t_0 + \frac{1}{4}\tau$ (c)  $t = t_0 + \frac{2}{4}\tau$ (d)  $t = t_0 + \frac{3}{4}\tau$ Fig.9 The pressure fields at  $p_0 = 1.25 \times 10^5 \text{Pa}$  and  $\theta = 16.0$ .

#### 4.2.3 Rott の理論解析により得られる臨界温度比との比較

Fig.8 と同様に, Fig.14 に振動状態が観測された状態をプロットする。 $\xi = 0.3$  とした計算ではこれまで述べてきたような 1st モード, 2nd モードの他に, 初期圧力  $p_0$  が  $1.3 \times 10^5 \text{Pa}$ ,  $1.5 \times 10^5 \text{Pa}$ ,  $1.75 \times 10^5 \text{Pa}$ ,  $2.0 \times 10^5 \text{Pa}$  において, 温度比  $\theta$  が比較的大きいとき, 圧力の分布は不連続になり, 低温部では音速より速く伝播する衝撃波を観測し

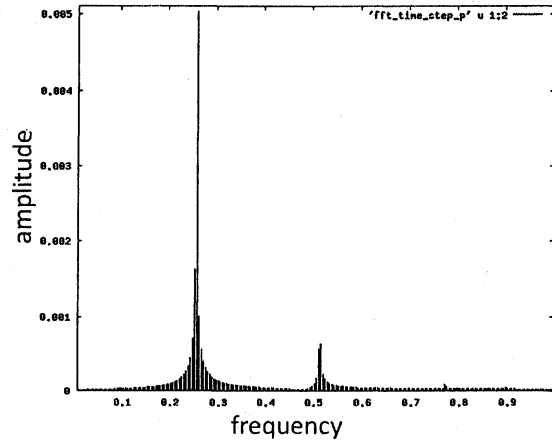


Fig.10 Frequency spectrum of time development of the pressure at  $p_0 = 1.25 \times 10^5 \text{ Pa}$  and  $\theta = 16.0$

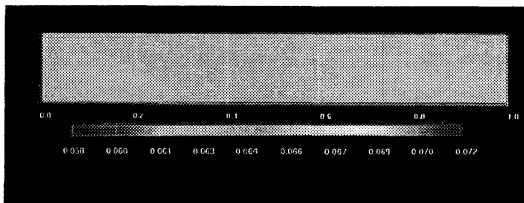


Fig.11 The distribution of time averaged pressure.

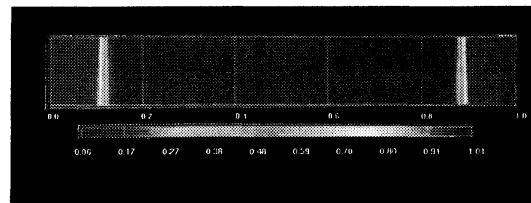


Fig.12 The distribution of time averaged temperature.

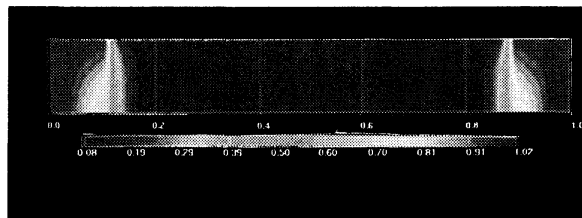


Fig.13 The distribution of time averaged temperature at  $p_0 = 1.5 \times 10^5 \text{ Pa}$  and  $\theta = 12.0$  (1st mode oscillation)

た。閉管内で生じるタコニス振動に伴う衝撃波は、Yazaki らによって実験的に観測されている。青色のシンボルは 1st モード、黄色のシンボルは 2nd モード、赤色のシンボルは衝撃波を観測した温度比を表す。また、温度比を上げていったときに 2nd モードを観測したが、下げていったときには 1st モードとなる温度比領域が存在した。そのような状態を緑色のシンボルで表す。実線は Rott の理論解析に基づいた臨界温度比を示している。水色の実線は 1st モード、紫色の実線は 2nd モードの臨界温度比である。これによると、2nd モードの臨界曲線は境界層が薄い領域まで存在するにも関わらず、本研究の計算では左側のブランチ (境界層が厚い領域) においてのみ振動状態が観測され、境界層が薄くな

るにしたがって現れなくなることがわかる。本研究では管長 0.28m の直閉管を仮定した計算を行ったのに対して、Yazaki らは管長が 2.1m と 2.9m の U 字型閉管を用いて、本研究と同様の温度分布を与えたタコニス振動の実験を行っている。Yazaki らの実験においても、2nd モードは臨界曲線の左側のブランチにおいてのみ観測されており、本研究の結果はこの結果と一致している。また、Yazaki らは 1st モードと 2nd モードの臨界曲線が重複する領域において、1st モード、2nd モードとそれらの非整数倍モードが同時に励起された準周期モードが現れることを指摘している。しかし本研究ではその領域において準周期モードは観測されず、衝撃波の伝播を確認した。本研究と Yazaki らの実験では、管長や装置形状など幾何学的な違いがあるため、この領域については今後さらに検討する必要があると考えられる。

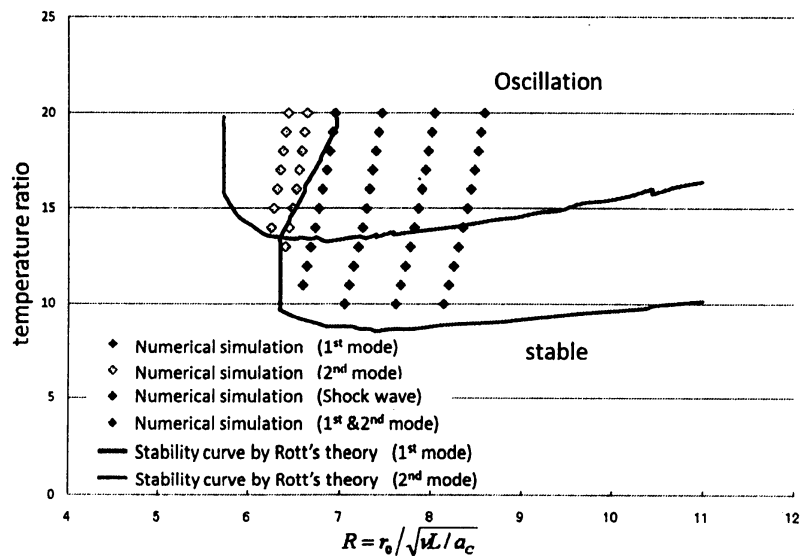


Fig.14 The critical temperature ratio of our simulations and Rott's theory

## 5 まとめ

両端を閉じた円管内タコニス振動について数値シミュレーションを用いて解析を行った。初期静止状態から低温部の温度を下げていき、ある値以上の温度比を与えると、管内に定在波が発生した。

低温部の長さに対する高温部の長さ  $\xi$  が  $\xi = 1.0$  のとき、管内には圧力振幅の腹を両端にもつ 1st モードの振動のみが観測された。本研究において振動状態が観測された領域と、Rott の理論解析により振動状態が得られる領域の比較を行い、両者が概ね一致し本研究が妥当であることを確認した。しかし、本研究では Rott の結果よりも境界層がやや厚い領域でも振動状態が観測された。 $\xi = 1.0$  の場合、管内平均圧力  $p_m$  で規格化した圧力振幅  $p_{amp}/p_m$  は数 10 と非常に大きく、そのため管内の時間平均温度分布は径方向に

勾配をもつようになる。このことが Rott の結果よりも境界層が厚い領域で振動状態が観測された原因のひとつと考えられる。

$\xi = 0.3$  の場合, 1st モードの他に圧力振幅の腹を両端部と中央部にもつ 2nd モードの振動を観測した。本研究で得られた 1st モードと 2nd モードの振動状態は, Rott の 1st モード, 2nd モードのそれぞれの臨界温度比以上の温度比領域で観測された。また, Rott の理論解析に基づく 1st モードと 2nd モードの臨界曲線が重複する領域において, 衝撃波の伝播を観測した。2nd モードの振動は圧力振幅が 1st モードに比べ小さく, そのため時間平均温度分布は径方向に概ね一様となることがわかった。

## 参考文献

- [1] K. W. Taconis, J. J. M. Beenakker, A. O. C. Nier and L. T. Aldrich, "Measurements concerning the vapour-liquid equilibrium of Solutions of  $He^3$  in  $He^4$  below 2.19 K", *Physica*, 15 (1949), pp. 733.
- [2] H. A. Kramers, "Vibrations of a gas column", *Physica*, 15 (1949), pp.971.
- [3] N. Rott, "Damped and thermally driven acoustic oscillations in wide and narrow tubes", *Z. Angew. Math. Phys.*, 20 (1969), pp. 230-243.; N. Rott, "Thermally driven acoustic oscillations. Part 2: stability limit for helium", *Z. Angew. Math. Phys.*, 24 (1973), pp. 54-72.
- [4] T. Yazaki, A. Tominaga and Y. Narahara, "Experiments on thermally driven acoustic oscillations of gaseous helium", *J. Low. Temp. Phys*, 41 (1980), pp. 45
- [5] T. Yazaki, S. Takashima and F. Mizutani, "Complex Quasiperiodic and Chaotic States Observed in Thermally Induced Oscillations of Gas Columns", *Phys. Rev. Lett.*, 58 (1987), pp. 1108-1111.
- [6] 石垣, 石井, "閉管内タコニス振動の直接数値シミュレーションによる安定性の解析", *J. Cryo. Soc. Jpn.*, 43 (2008), pp. 556-570.
- [7] R. Beam, R. F. Warming, "An Implicit Factored Scheme for Compressible Navier-Stokes Equations", *AIAA J.*, 16 (1978), pp. 393-402.
- [8] Y. Shida, K. Kuwahara, K. Ono and H. Takami, "Computation of Dynamic Stall of NACA-0012 Airfoil", *AIAA J.*, 25 (1987), pp. 408; K. Ishii, S. Adachi and S. Akishita, "Numerical study on acoustic emission from flow past an airfoil", *J. Phys. Soc. Jap.*, 66 (1997), pp.1995
- [9] Y. Ueda, C. Kato, "Stability analysis of thermally induced spontaneous gas oscillations in straight and looped tubes", *J. Acoust. Soc. Am.*, 124 (2008), pp. 851-858.