

Helium—Bose 系の動的臨界現象

東大・理 五十嵐 儀 孝

静的臨界現象の究明に引き続き、動的な問題を Scaling 則の観点から、くりこみ群の手段を用いて研究され始めて、3～4年経過した。くりこみ群の有効性は、既存の確立された模型（多くは確率過程論的）の動的臨界指数、その間の関係、臨界揺動変数の分類に於いて発揮された。所で、現実の体系の微視的ハミルトニアン記述に基礎を置いて強非線形効果をくりこむ際に問題になるのが、運動方程式系が容易に固定化されず、過渡的挙動が現れる事である。TDGL 模型では固定化された散逸関数、自由エネルギーを出発点とするので、揺動力くりこみ効果を除けば安定な模型である。この過渡的挙動の主因は、Propagation—Diffusion クロスオーバーと散乱の頂点関数の持つ動的な弱異常性であり、Bose 系の λ 転移の臨界現象で典型的に困難さを露出する。かかる過渡的模型に対して、くりこみ群の方法を直接用いると、複雑極まり無い上に、臨界特性に関与する諸変数のくりこみ効果を見失う可能性がある。そこで、くりこみ群と $\epsilon = 4 - d$ 展開法が模型を確立する上でも有効な指針となる事を示す。

量子力学系の伝統的記述法、温度グリーン関数 $G(i\omega_n)$ に対する Dyson 方程式を解析接続して、諸散乱過程の物理的（TDGL 模型との対応）相違に着目して整理すると非線形応答型と、二体相関型の 4 点関数が現れ、解析領域の境界を無視すると前者が残存して、TDGL 模型の秩序パラメータの応答関数に対する Dyson 形方程式に類似する。

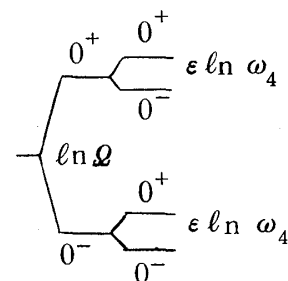
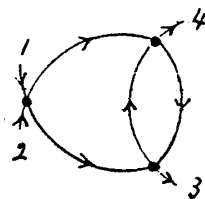
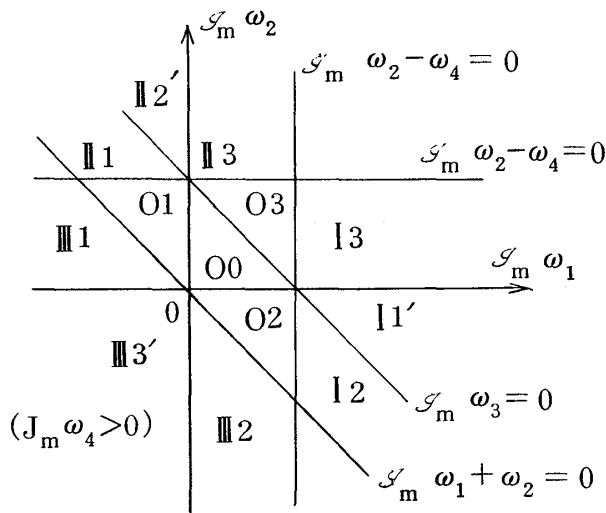
しかしながら、解析性的内容である散乱の因果律が動的臨界現象で副次的法則になるとは考え得ない。解析性を無視できない事は、Dyson 方程式^Rを整理する際に調べた次の性質からも明かである。4 頂点関数の解析領域は図の様に、16 個に分裂する。それぞれの境界線で実周波数の弱い異常項の振幅のギャップを、 ϵ 展開法で求めると、結合周波数 $(\omega_1 + \omega_2, \omega_1 - \omega_4, \omega_2 - \omega_4)$ と個別周波数 (ω_i) の異常項振幅ギャップ比が $1 : \epsilon$ となる。これは 4 点関数の摂動展開表式で $G^R(\omega)$ として出発点の $G_0^R(\omega)$ でも、極限的にくりこみ効果を受けた場合の形と考えられる拡散形の $G^R = (-i\omega + k^2)^{-1}$ を用いても結果に主要な変化は無い。この様に結合定数の大きさや、 $G^R(\omega)$ の形に依ら

ないで成立する性質を，
relevant property: R^*
と呼ぼう。

以上の分析で判明した
事は、個別周波数の $\mathcal{J}_m$
 $\omega_i = 0$ での gap は、結
合周波数のに対して、 ε
の次数で無視でき、解析
領域は 4 個に簡素化され
る。二体相関型の 4 点関
数は例えば、 $\Delta_{\text{III}} = \Gamma_{\text{III}}$
 Γ_0 であり解析性を全く
無視すれば消滅するが、
くりこみ群の立場から、
この振幅は最終的に

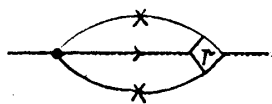
universal な値に固定されるべきで、無視できない。従って、この二体相関型頂点関数
により静的では縮退していた結合が分裂し新しくモードが出現する。このモードは自己
エネルギーに対して顕著な効果を持つ。 Γ_0 と $\Delta_{\text{I}, \text{II}, \text{III}}$ に関する BSN 方程式^Rのくり
こみ群に基づく order estimate から、 $\Sigma^R(\omega)$ に現れる結合定数は $O(\varepsilon)$ 程度となり
動的臨界指数 $z (\Omega \sim k^z)$ の
評価をすると次図の様に、

$z = 2 - O(\varepsilon)$ となり、頂点関
数の解析性（弱異常性を考慮
した結果生じた gap）から生
じる諸モードが優勢である
(R^*)。諸モードの内には保
存則が引き金となり成長した
ものが在り、保存則を考慮す
る従来のモード結合は主要部



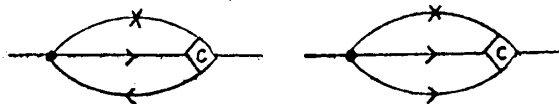
Example

を先取りした理論になっている。



TDGL 形

$$\epsilon \ell_n \omega \epsilon \sim \epsilon^2 \ell_n \omega$$



Mode 結合形

$$\epsilon \epsilon^{-1} \ell_n \omega \epsilon \sim \epsilon \ell_n \omega$$

ボーズ気体の時間相関関数

阪大・教養 西山 敏 之

ボーズ粒子系において、非線型相互作用が本質的に役割をもつことは、誘電体中のフォノン間相互作用に類似している。ここでは高密度ボーズ気体に対する集団変数の理論を用いて時間相関関数または動的構造因子 $S(\mathbf{k}, \omega)$ を求めることに目標をおくが、集団変数の取扱い方があまりよく知られているとはいえないので、その紹介を主として述べることにしたい。

集団変数の理論では、古典的 Bogoliubov 理論¹⁾と異なり、i) 運動量ゼロの状態にある粒子の存在を仮定していないこと、ii) 2次の摂動計算が収束するという利点がある反面、密度のゆらぎに正準共役な量は存在しないという Fröhlich の批判²⁾や、速度演算子は存在しないという London の反論³⁾に直面することとなる。他方 Feynman と Cohen の変分理論⁴⁾や Feenberg たちの相関基底関数の方法 (method of correlated basis functions; CBF)⁵⁾はこれらの批判の対象にはならないが、さらに高い近似を得る手順が明らかにされていない。

集団変数の理論としてここでとりあげる密度位相近似 (DPO)⁶⁾、Bogoliubov - Zubarev-Hiroike の $\rho_{\mathbf{k}}$ 表示 (BZH)⁷⁾ および Sunakawa et al. の速度演算子の方